

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

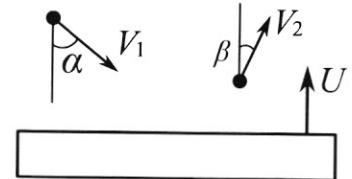
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12 \text{ м/с}$, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикалам (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалами.

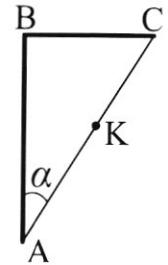


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $v = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350 \text{ К}$, а азота $T_2 = 550 \text{ К}$. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31 \text{ Дж/(моль·К)}$.

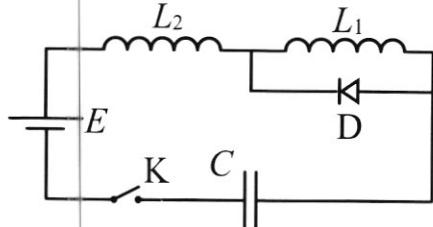
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



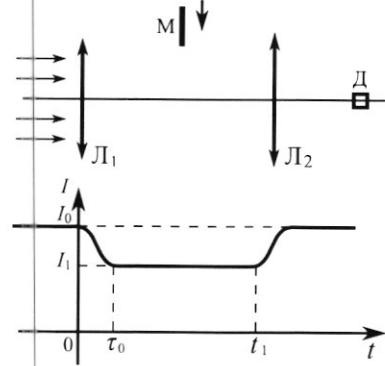
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластины АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



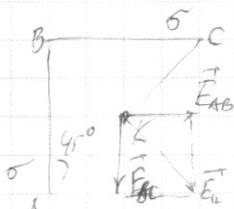
- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , t_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

1) $\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow AB = AC$

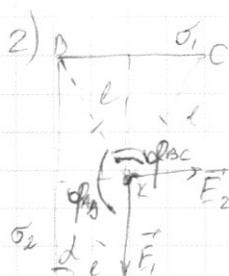


$$\vec{F}_{AB} = F_{AB} - \text{состич.}, \text{около вершины}$$

$$\vec{E}_k = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC} \quad P_2, \text{ суммарн.}$$

$$E_k = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{2} E_{BC}$$

$$\left| \frac{E_k}{E_{BC}} = \sqrt{2} \right|$$



P2. суммарн. 3)

$$\vec{E}_k = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 ; \quad E_k = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

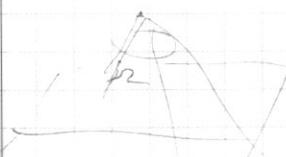
$E_1 = \frac{2\pi}{4\pi\varepsilon_0}$, где $\pi/2$ - тел. угол, под которым видна

н-ть

$$\angle_{ABC} = \angle_{BC} = 2\alpha = \frac{2\pi}{5} \quad \angle_{AB} = \pi - \angle_{BC} = \frac{3\pi}{5}$$

Поле вблизи пластины:

$$E_{близк.} = \frac{Q}{2\varepsilon_0} \Rightarrow D_{близк.} = 2\pi \Rightarrow Q_{близк.} = \pi$$



$$\frac{E_{BC}}{E_{близк.}} = \frac{D_{BC}}{\frac{Q}{2\varepsilon_0}} = \frac{Q_{BC}}{\frac{Q}{\pi}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow E_{BC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5\pi}{2\varepsilon_0} = \frac{5\pi}{5\varepsilon_0} = \frac{3\pi}{5\varepsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{Q_{AB}}{\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{5_2}{2\varepsilon_0} = \frac{3\pi_2}{10\varepsilon_0} = \frac{3\pi}{10\varepsilon_0}$$

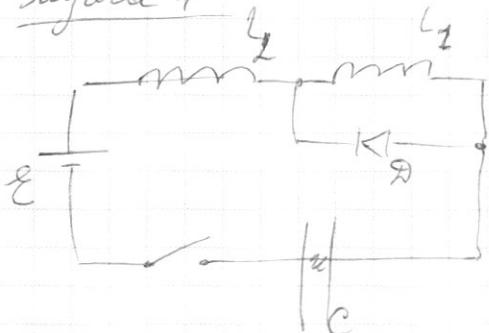
$$\left| E_k = \sqrt{\left(\frac{3\pi}{5\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{3\pi}{10\varepsilon_0}\right)^2} = \frac{3\pi}{5\varepsilon_0} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\pi}{20\varepsilon_0} \right|$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № _____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4



1) При зарядке конд. ток течёт через катушки и не течёт через диод.

Как только конденсатор перест. разряжается и начинается разрядка, ток течёт через L_2 и диод и не течёт через L_1 .

После полной разр. конд. колебания начинаются заново

Зарядка конд.

II при-ло Кирхгофа:

$$E = L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} = \frac{dI}{dt} \frac{L_1 - L_2}{C}$$

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = E - \frac{dI}{C} \Leftrightarrow \frac{dI}{dt} + \frac{1}{(L_1 + L_2)C} I = \frac{E}{L_1 + L_2} - YTK$$

$$\omega_3 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}, T_3 = \sqrt{(L_1 + L_2)C} - \text{период колеб. зарядки}$$

Разрядка.

$$E = L_2 \frac{dI}{dt} = \frac{dI}{C} + U_0 = 0$$

$$L_2 \frac{dI}{dt} = -\frac{dI}{C} + E \Leftrightarrow \frac{dI}{dt} + \frac{1}{L_2 C} I = \frac{E}{L_2} \Leftrightarrow T_p = \sqrt{L_2 C} - \text{период конд. разр.}$$

$$\text{Период колеб. } T = \frac{T_3}{2} + \frac{T_p}{2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(L_1 + L_2)C} + \sqrt{L_2 C} \right) = \frac{1}{2} \sqrt{10LC} = \frac{\sqrt{10LC}}{2}$$

2) I_{M1} достиг. при зарядке конд., когда $\frac{dI}{dt} = 0$.

$C_1 = CE$ - заряд. на конд. в этот момент

$$3) \exists: EI_1 = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{L_1 I_{M1}^2}{2} + \frac{L_2 I_{M1}^2}{2} \Leftrightarrow \frac{CE^2}{2} = \frac{L_1 + L_2}{2} I_{M1}^2$$

$$I_{M1} = \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} E = \sqrt{\frac{C}{7L}} E$$

3) Ток I_{M2} не имеет ~~极大~~ б.тако максимума: при зарядке (I_{M1}) и при разрядке (I_{M2}).

Найдём I_{M2} . $(\frac{dI}{dt} = 0)$ $q_2 = CE$

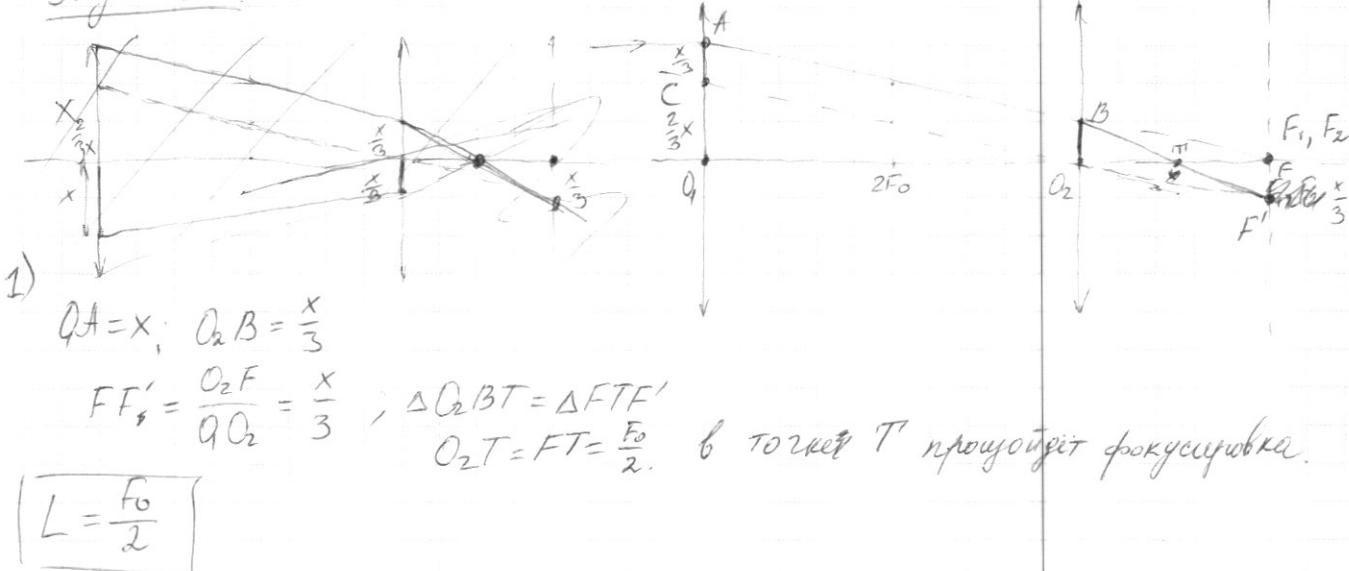
Задача:

$$E_{d2} = \frac{L_2 I_{2M}}{2} + \frac{q_2^2}{2C} \Leftrightarrow \frac{CE^2}{2} = \frac{L_2 I_{2M}^2}{2} \Leftrightarrow I_{2M} = \sqrt{\frac{C'}{L_2}} E = \sqrt{\frac{C'}{3L}} E$$

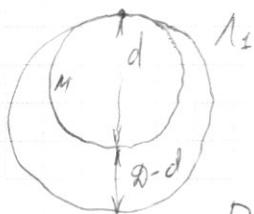
$I_{2M} > I_{M1} \Rightarrow I_{2M}$ - искомый макс. ток генер. кат. L_2 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.



2) Рассмотрим две диаметрально расположенные дырки $d < D$, централе I_0 лежит в точке O .



- момент начала перекрытия

$$V I_0 = d$$

$$I \sim P_{eff}$$

$P_{eff} = I_{eff} \cdot S$, I_{eff} - интенсивность света, P - свет. мощность, S - площадь пятна

$$P_0 = I_{eff} \cdot \frac{\pi D^2}{4}; P_1 = I_{eff} \cdot \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4} - в момент макс. перекр.$$

$$\frac{I_1}{I_0} = 1 - \frac{d^2}{D^2} \Leftrightarrow d = D \sqrt{1 - \frac{I_1}{I_0}}$$

$$\boxed{V = \frac{d}{I_0} = \frac{D}{I_0} \sqrt{1 - \frac{I_1}{I_0}} = \frac{2D}{3I_0}}$$

3) В момент времени t_1 начинает открываться линзой.

$$V \Delta t = D - d \Leftrightarrow \Delta t = \frac{D - d}{V} = \frac{D}{V} \cdot \frac{D(1 - \sqrt{1 - \frac{I_1}{I_0}})}{D - \frac{D}{\sqrt{1 - \frac{I_1}{I_0}}}} = I_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{I_1}{I_0}}} - 1 \right)$$

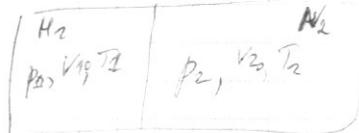
$$\Delta t = t_1 - t_0 \Leftrightarrow t_1 = t_0 + \Delta t = \frac{I_0}{\sqrt{1 - \frac{I_1}{I_0}}} = \frac{3}{2} I_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2. Ур. состоя. УГ:

$$p_1 V_{10} = VRT_1$$

$$p_2 V_{20} = VRT_2$$



Усл. равновес.: $p_1 = p_2$
в нач. момент. бп.

$$\frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

$$\begin{aligned} V_{10} &= 7V \\ V_{20} &= 11V \\ V_{10} &= V_{10} + V_{20} = 18V \end{aligned} \quad - \text{общий сосуд}$$

$$\frac{V_{10}}{18} = \frac{7}{18} V, V_{20} = \frac{11}{18} V$$

2) Конечное сост.:

$$\begin{aligned} p'V_1' &= VRT \\ p'V_2' &= VRT' \end{aligned} \Leftrightarrow (V_1' = V_2')$$

I нач. ст. II нач. ст. дин. всей с-ки:

$$\begin{aligned} \Delta U_0 &= U' \Leftrightarrow (C_V V T_1 + C_V V T_2 = 2 C_V V T_0) \\ T_0 &= \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{550 + 350}{2} K = 450 K \end{aligned}$$

3) I нач. ст. дин. H_2 :

To - уст. темп.

$$Q = A_1 + \Delta U_1 ; \Delta U_1 = C_V V (T_0 - T_1) = \frac{5}{2} V R \frac{T_0 - T_1}{2} = \frac{5}{4} V R (T_0 - T_1)$$

⇒ в т.к. поршень движется медленно, можно находить все времена в равновес.

$$p_1 = p_2 = p$$

в какой-то момент времени

$$\text{Ур. сост. УГ: } pV_1' = VRT_1', pV_2' = VRT_2'$$

$$A_1 = \int p dV_1 = \int VR \frac{T_1'}{V_1'} dV_1$$

$$A_2 = \int p dV_2 = \int VR \frac{T_2'}{V_2'} dV_2$$

$$T_1' = \frac{pV_1'}{VR}$$

$$A_1 = \int p dV_1' = \int VR \frac{T_1'}{V_1'} dV_1'$$

V_{10} - нач. объём, V_{11} - конечный

V_1', T_1' - параметр H_2

V_2', T_2' - параметр N_2

$$\frac{V_1' + V_2'}{18} = \text{const} = 18V$$

$$\frac{V_1'}{V_2'} = \frac{T_1'}{T_2'}$$

$$pV_1' = VRT_1' \\ pV_2' = VRT_2'$$

$$T_1 + T_2 = T_1' + T_2'$$

$$T_2' = T_1' + T_2 - T_1$$

$$\frac{V_1'}{V_2'} = \frac{T_1'}{T_1 + T_2 - T_1}$$

$$\frac{V_1'}{18V - 18V_1'} = \frac{T_1'}{T_1 + T_2 - T_1}$$

$$V_1'(T_1 + T_2 - T_1) = (18V - V_1')T_1'$$

$$T_1 + T_2 - T_1 = \frac{18V}{V_1' T_1' - T_1}$$

$$\frac{T_1'}{V_1'} = \frac{T_1 + T_2}{18V} = \text{const}$$

а) Постоянство объема сосуда:

$$V_1' + V_2' = V_0 \quad ; \quad V_2' = V_0 - V_1'$$

$$\text{Уз } 3 \text{ Уп. соот. УГ: } \frac{V_1'}{V_2'} = \frac{T_1'}{T_2'}$$

$$\text{Уз } 1 \text{ нал. } \text{т/г} \text{ имеет более с-мн: } C_p v(T_1 + T_2) = C_v v(T_1' + T_2')$$

$$\frac{V_1'}{V_0 - V_1'} = \frac{T_1'}{T_1 + T_2 - T_1'}$$

$$T_2' = T_1 + T_2 - T_1'$$

$$V_1'(T_1 + T_2 - T_1') = (V_0 - V_1')T_1'$$

$$V_1'(T_1 + T_2) = V_0 T_1' \quad (\Rightarrow) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{T_1'}{V_1'} = \frac{T_1 + T_2}{V_0} \\ V_1' = V_0 - V_1' \end{array} \right.$$

$$A_1 = \int_{V_{10}}^{V_1} VR \frac{T_1'}{V_1'} dV_1' = \int_{V_{10}}^{V_1} VR \frac{T_1 + T_2}{V_0} dV_1' = VR \frac{T_1 + T_2}{V_0} (V_1 - V_{10})$$

$$V_{10} = \frac{7}{18} V_0 \quad ; \quad \text{Уп. соот. УГ при дост. одинак. темп.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} pV_{11} = VR T \\ pV_{21} = VR T \end{array} \right. \Rightarrow V_{11} = V_{21} = \frac{V_0}{2}$$

$$A_1 = VR(T_1 + T_2) \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{18} \right) = \frac{1}{9} VR(T_1 + T_2)$$

$$\frac{1}{9} + \frac{5}{4} = \frac{49}{36}$$

$$(Q = \frac{1}{9} VR(T_1 + T_2) + \frac{5}{4} VR(T_2 - T_1) = \frac{VR}{36} (49T_2 - 41T_1)) =$$

$$\frac{1}{9} - \frac{5}{4} = -\frac{41}{36}$$

$$= \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{36} \cdot 8,31 (49 \cdot 350 - 41 \cdot 350) = \frac{8,31}{6} (7 \cdot 11 - 41) = \frac{8,31}{6} \cdot 50 \cdot 36 = 8,31 \cdot 300 =$$

$$= 2,49 \text{ кДж}$$

8к

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$1) ЗСУ: m\vec{V}_1 + M\vec{U} = m\vec{V}_2 + M\vec{U}$$

$$\text{на } Oy: mV_1 \sin \alpha = mV_2 \sin \beta$$

$$\left[V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} V_1 = 18 \frac{M}{C} \right]$$

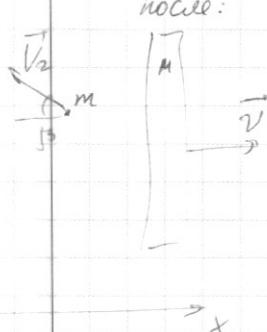
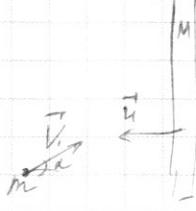
$$2) ЗСУ: \text{на } Ox$$

$$mV_1 \cos \alpha - Mu = -mV_2 \cos \beta + Mv$$

$$\eta V_1 \cos \alpha - u = v - \eta V_2 \cos \beta, \quad \eta = \frac{m}{M}$$

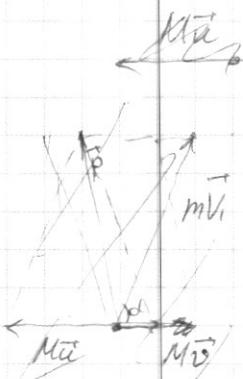
$$v = \eta(V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) - u$$

ночнее:



Графический метод

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



Графич. метод

$m\vec{V}_2$ \vec{U} \vec{U}_3 Th. cos:

$$p^2 = m^2 V_1^2 + M^2 U^2 - 2mM V_1 U \cos \alpha$$

$$p^2 = m^2 V_2^2 + M^2 v^2 - 2mM V_2 v \cos \beta$$

$$\eta^2 V_1^2 + U^2 - 2\eta V_1 U \cos \alpha = \eta^2 V_2^2 + v^2 - 2\eta V_2 v \cos \beta$$

$$\eta^2 V_1^2 + U^2 - 2\eta V_1 U \cos \alpha = \eta^2 V_2^2 + \eta^2 (V_1^2 \cos^2 \alpha + V_2^2 \cos^2 \beta + 2V_1 V_2 \cos \alpha \cos \beta) - 2\eta V_2 (\eta V_1 (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) - 2\eta V_2 (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) \cos \beta)$$

$$\eta^2 V_1^2 = \eta^2 V_2^2 + \eta^2 (V_1^2 \cos^2 \alpha + V_2^2 \cos^2 \beta + 2V_1 V_2 \cos \alpha \cos \beta) - 2\eta V_2 U \cos \beta - 2\eta^2 V_2 (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) \cos \beta +$$

$$+ 2\eta V_2 U \cos \beta$$

$$\eta^2 V_1^2 = \eta^2 V_2^2 + \eta^2 (V_1^2 \cos^2 \alpha + V_2^2 \cos^2 \beta) - 2\eta^2 V_2^2 \cos^2 \beta$$

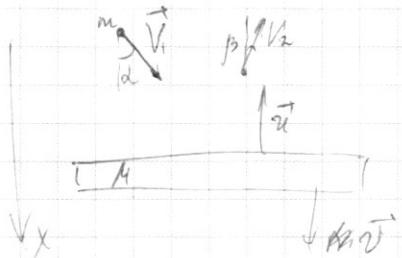
$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$3CG: \frac{mV_1^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} + Q$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № _____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

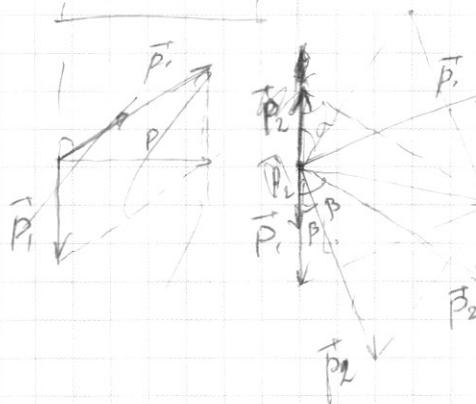


$$mV_1 \cos \alpha + Mu = F_m u \cos \beta + Mv$$

$$\eta(V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) = u + v$$

$$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} + Q$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_2 + \vec{P}_2$$



$$p^2 = (Mv)^2 + (mu)^2 - 2MuvV_1 \cos \beta$$

$$p^2 = (Mu)^2 + (mV_1)^2 - 2MuV_1 \cos \alpha$$

$$Mv^2 + u^2 + \eta^2 V_2^2 - 2\eta uvV_2 \cos \beta = u^2 + \eta^2 V_1^2 - 2\eta uV_1 \cos \alpha$$

$$u^2 + \eta^2 (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta)^2 - 2\eta u (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) + \eta^2 V_2^2 - 2\eta V_2 \cos \beta (\eta (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) - u) = u^2 + \eta^2 V_1^2 - 2\eta V_1 \cos \alpha$$

$$\eta^2 (V_1^2 \cos^2 \alpha + V_2^2 \cos^2 \beta + 2V_1 V_2 \cos \alpha \cos \beta) - 2\eta V_2 \cos \beta + \eta^2 V_2^2 - 2\eta^2 V_1 V_2 \cos \alpha \cos \beta - 2\eta^2 V_2^2 \cos^2 \beta - 2\eta^2 V_1^2 u \cos \alpha = \eta^2 V_1^2$$

$$\eta^2 V_1^2 \cos^2 \alpha - \eta^2 V_2^2 \cos^2 \beta - 2\eta V_2 \cos \beta + \eta^2 V_2^2 + 2\eta^2 V_2 u \cos \beta = \eta^2 V_1^2$$

$$2V_2 u \cos \beta (\eta \pm 1) = \eta V_1^2 - \eta V_2^2 + \eta V_2^2 \cos^2 \beta - \eta V_1^2 \cos^2 \alpha$$

$$2V_2 u \cos \beta (\eta - 1) = \eta (V_1^2 \sin^2 \alpha + V_2^2 \sin^2 \beta)$$

$$u = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{V_1^2 \sin^2 \alpha + V_2^2 \sin^2 \beta}{2V_2}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 323 \\ \hline 2493 \end{array}$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № _____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

~~Перейдём в ССО, связ. с плоской~~
 ~~$\vec{V}'_1 = \vec{V}_1 - \vec{U}$; $\vec{V}'_2 = \vec{V}_2 - \vec{U}$~~

~~3СУ:~~

~~$Ox: m(V_1 \cos\alpha + u) = Mv - \frac{m}{M} V_2 \cos\beta u$~~

~~$Oy: mV_1 \sin\alpha = mV_2 \sin\beta \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{3}{2} V_1 = 18 \frac{m}{s}$~~

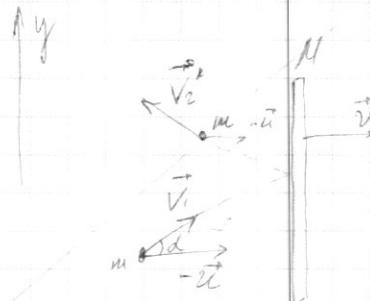
~~$\beta & \partial \eta = \frac{m}{M}; \eta(V_1 \cos\alpha + u) = v - \eta(V_2 \cos\beta - u)$~~

~~$\eta(V_1 \cos\alpha + V_2 \cos\beta - u) = v$~~

~~$v = \eta(V_1 \cos\alpha + V_2 \cos\beta)$~~

~~$Mu + mV_1 \cos\alpha = Mv - mV_2 \cos\beta$~~

~~$mV'_1 x = Mv - mV'_2 x$~~



$$v_0 = v + u \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$v_0 = 20 \text{ м/с}$$

