Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

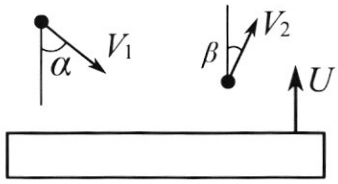
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

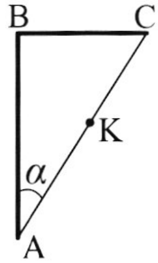
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

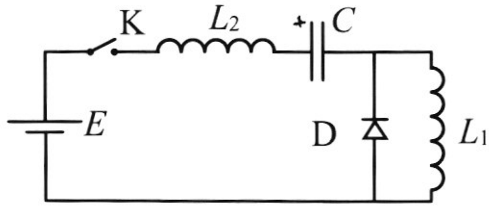
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

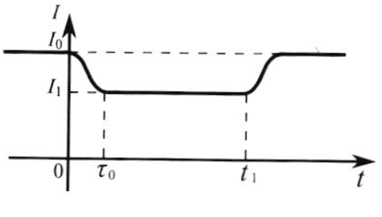


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

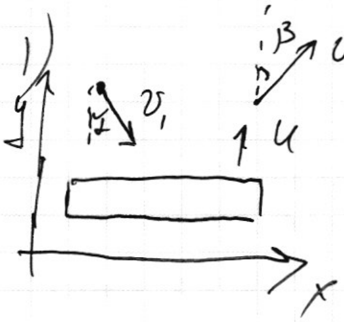
ШИФР

(заполняется секретарём)

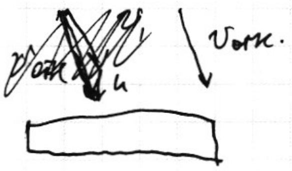
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1)



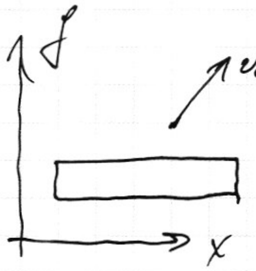
в С.О. отн-но стенки:



$\overline{v_{отн}} = \overline{v_1} - \overline{u}$

$v_{отн\,y} = +v_{1y} - u$

после отскока:



(проекция на ось y изменит напр-ие) ~~модуль~~

(т.к. плита массивная, т.е. масса плиты >> массы шарика)

$\overline{v_2} = \overline{v_{отн}} + \overline{u}$

$\boxed{v_{2y} = -v_{отн\,y} + u = -v_{1y} + 2u.}$

Из этого: $v_{1x} = v_{2x}$

$v_1 \cdot \sin\alpha = v_2 \cdot \sin\beta$

$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2v_1 = 12\ \frac{м}{с}$

$\boxed{v_2 = 12\ \frac{м}{с}}$

2) $v_2 \cdot \cos\alpha = v_1 \cdot \cos\alpha + 2u$

$v_2 \cdot \cos\alpha = \pm\sqrt{v_2^2 - v_2^2 \cdot \sin^2\beta} = \sqrt{144 - 144 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}\ \frac{м}{с}$

$v_1 \cdot \cos\alpha = \pm\sqrt{v_1^2 - v_1^2 \cdot \sin^2\alpha} = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20}\ \frac{м}{с}$

$2u_1 = 8\sqrt{2} - \sqrt{20}\ \frac{м}{с}$

$\boxed{u_1 = 4\sqrt{2} - \sqrt{5}\ \frac{м}{с}}$

$2u_2 = 8\sqrt{2} + \sqrt{20}\ \frac{м}{с}$ $\quad u_2 = 4\sqrt{2} + \sqrt{5}\ \frac{м}{с}$

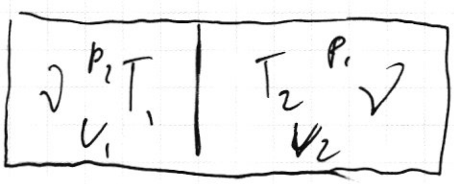
$2u_3 = -8\sqrt{2} - \sqrt{20}\ \frac{м}{с}$

$u_3 = -4\sqrt{2} - \sqrt{5}\ \frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№ 2.

1)



Т.к. поршень может дв-ся без трения, то в любой момент $p_1 = p_2$.

$$\left.\begin{aligned} p_1V_1 = \nu R T_1 \\ p_2V_2 = \nu R T_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}}$$

$$\boxed{V_2 = \frac{4}{3}V_1} \quad (1)$$

2) ~~ЗСЭ: из п.1 ⇒ $p_1 = p_2$ в любой момент, след-но $A_1 + A_2 = 0$ (т.к. $dA_1 = p_1 dV_1 + dp_1 V_1$, $dA_2 = p_2 dV_2 + dp_2 V_2$, но $dp_1 = dp_2$ а $dV_1 = -dV_2$ (т.к. сосуд цилиндрич.), след-но $dA_1 + dA_2 = 0$)~~

~~$\frac{3}{2}\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R T_2 = 2\cdot\frac{3}{2}\nu R T$, пусть T – уст. темп.~~

~~$T = \frac{T_1+T_2}{2} = 385$ К.~~ ~~$T = \frac{T_1+T_2}{2} = 385$ К~~

3) ~~отв~~

2) из п. 1. $p_1 = p_2 \Rightarrow dA_1 = dp_1 \cdot V_1 + p_1 \cdot dV_1$, $dA_2 = dp_2 \cdot V_2 + p_2 \cdot dV_2$

$dp = dp_1 = dp_2$, $dV_1 = -dV_2$ (т.к. сосуд. цилиндр.)

$$dA_1 + dA_2 = dp \cdot V_1 + p_1 dV_1 + dp \cdot V_2 - p_2 \cdot dV_1 =$$

$$= dp(V_1 + V_2) = dp \cdot V, \text{ но } dp = 0, \text{ след-но } A = 0.$$

(процесс изобарный)

ЗСЭ:

$$\frac{i}{2}\nu R T_1 + \frac{i}{2}\nu R T_2 = 2\frac{i}{2}\nu R T, \; T \text{ – уст. темп.}$$

$$\boxed{T = \frac{T_1+T_2}{2} = 385 \text{ К.}}$$

(при T = ~~const~~ $V_1 = V_2$

(в уст. реж. объемы газов равны)

3) ~~$dQ = dA + dU$~~ $dQ_1 = dA_1 + dU_1$ $\quad dA_1 = p_1 \cdot dV_1$

$$A_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1+V_2}{2} - V_1\right) = \quad (1)$$

$$= \left(\frac{V_1 + \frac{4}{3}V_1}{2} - V_1\right)p_1 = \left(\frac{7}{6}V_1 - V_1\right)p_1 = \frac{1}{6}p_1V_1 = \frac{1}{6}\nu R T_1$$

$$Q_1 = \frac{1}{6}\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R(T - T_1) =$$

$$= \frac{1}{6}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8{,}31\cdot 330 + \frac{3}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8{,}31(55) =$$

$$= \frac{66\cdot 8{,}31 + 99\cdot 8{,}31}{5} = 33\cdot 8{,}31 \text{ Дж.}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 2
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

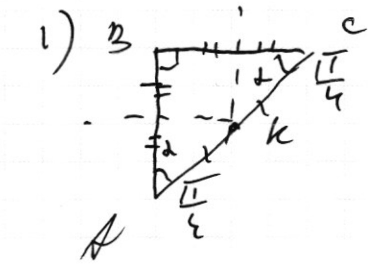
(заполняется секретарём)

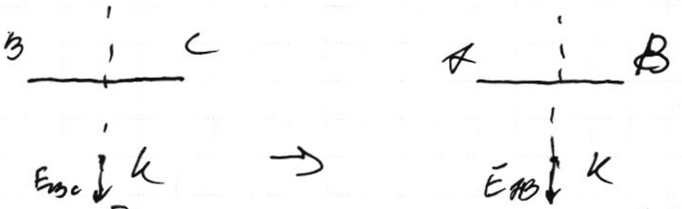
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{\Delta Q = 33 \cdot 8{,}31 \text{ Дж.}}$

№3.

1)



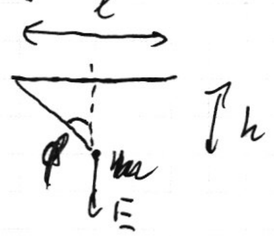


(т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то ABC — р/б. с осн. AC) ($\angle BCA = \alpha$), след-но BC = AB, зн. если BC и AB заряжены с один. поверхн. пл-тью σ, то т.к. они нах-ся на одинак. расст-ии от т. K и одинак. длины, то каждая из этих пластин по отд. будет создавать один. напряженность в т.К., причем вектор этой напр. будет параллелен перп-ну к пластине из-за симметрии (т.к. т. K нах-ся на середине AC), след-но общая напр. в т.К будет просто векторной суммой E_{BC} и E_{AB} (по суперпозиции)

$\overline{E_K} = \overline{E_{BC}} + \overline{E_{AC}}$ $\quad$ $\boxed{|\overline{E_{BC}}| = |\overline{E_{AC}}| = E, \ \overline{E_{BC}} \perp E_{AC}}$ $\quad$ $|\overline{E_K}| = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AC}^2} = \sqrt{2}E$

$\boxed{\text{Ответ: } 6\sqrt{2}}$

2)



найдем E, разобьем пластину на тонкие бесконечно длинные нити, тогда:

λ - лин. пл-сть заряда. (вид сбоку)

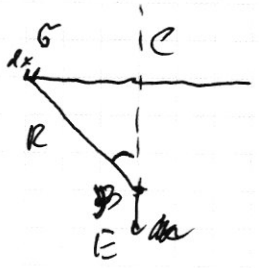
по т. Гаусса.

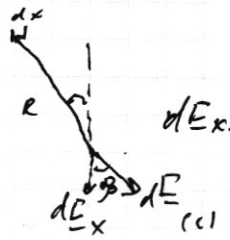
$\frac{\lambda H}{\varepsilon_0} = \Phi = dE \cdot 2\pi a \cdot H \Rightarrow dE = \frac{\lambda}{2\pi a \varepsilon_0}$ (1)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

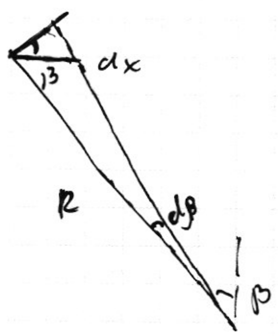




$$dE_x = dE \cdot \sin\beta$$

$$dE = \frac{\sigma dx}{2\pi\varepsilon_0 \frac{h}{\cos\beta}}$$

$$dE_x = \frac{\sigma \sin\beta\cos\beta dx}{2\pi\varepsilon_0 h}.$$



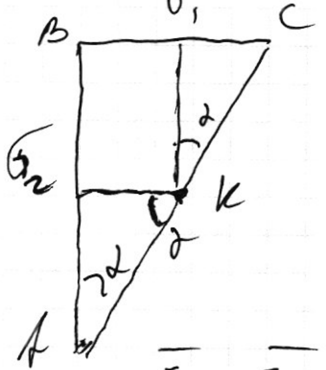
$$dx = \frac{d\beta \cdot R}{\cos\beta} \qquad dE_x = \frac{\sigma \sin\beta \cdot d\beta \cdot R}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma h}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot d\beta.$$

$$R = \frac{h}{\cos\beta}$$

$$\boxed{E = 2\int_0^{\varphi} dE_x}, \quad \int_0^{\varphi} \frac{\sin\beta}{\cos\beta} \cdot d\beta =$$

$$a = \cos\beta$$

$$da = -\sin\beta \cdot d\beta.$$



$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{7}{8}\pi$$

$$= \int_0^{\cos\varphi} -\frac{da}{a} = -\ln\cos\varphi$$

$$E = -2\ln\cos\varphi \cdot \frac{\sigma h}{2\pi\varepsilon_0}.$$

$$\bar{E}_K = \bar{E}_{BC} + \bar{E}_{AB}$$

$$E_{BC} = -2\ln\cos\frac{\pi}{8} \cdot \frac{\sigma AB}{4\pi\varepsilon_0} = -\ln\cos\frac{\pi}{8} \frac{\sigma AB}{2\pi\varepsilon_0}$$

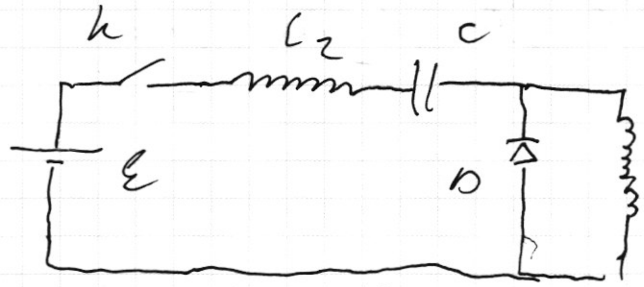
$$E_{AB} = -2\ln\cos\frac{7}{8}\pi \cdot \frac{\sigma BC}{4\pi\varepsilon_0} = -\ln\cos\frac{7\pi}{8} \frac{\sigma BC}{2\pi\varepsilon_0}.$$

$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

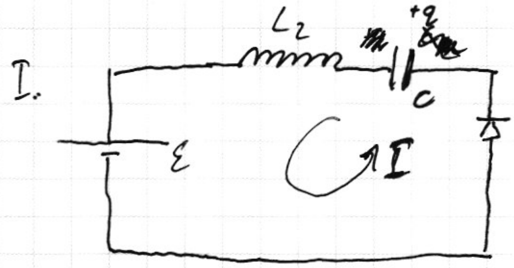
№4



$L_1 = 3L$

$L_2 = 2L$

I.



$-\mathcal{E} - \frac{q}{c} = L_2 \dot{I}$

$\ddot{q} + \frac{q}{cL_2} + \frac{\mathcal{E}}{L_2} = 0$

$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$

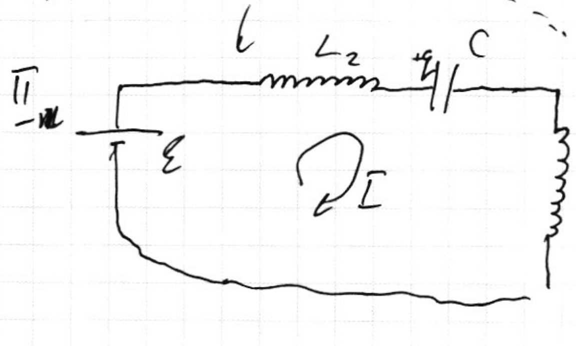
$(\ddot{q} + \mathcal{E}C) + \frac{1}{cL_2}(q + C\mathcal{E}) = 0$

$q + \mathcal{E}C = A_1 \cdot \sin(\omega_1 t)$

$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{cL_2}}$

$\boxed{T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{cL_2}}$

II



$\mathcal{E} - \frac{q}{c} = L_2 \dot{I} + L_1 \dot{I} = \dot{I}(L_2 + L_1)$ закон Кирхгофа.

$\mathcal{E} - \frac{q}{c} = (L_1 + L_2) \cdot \ddot{q}$

$\ddot{q} + \frac{q}{c(L_1+L_2)} - \frac{\mathcal{E}}{L_1+L_2} = 0.$

$(\ddot{q} - \mathcal{E}C) + \frac{1}{c(L_1+L_2)}(q - \mathcal{E}C) = 0.$

$q - \mathcal{E}C = A_2 \cdot \sin(\omega_2 t)$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{c(L_1+L_2)}}$

$\boxed{T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi\sqrt{c(L_1+L_2)}}$

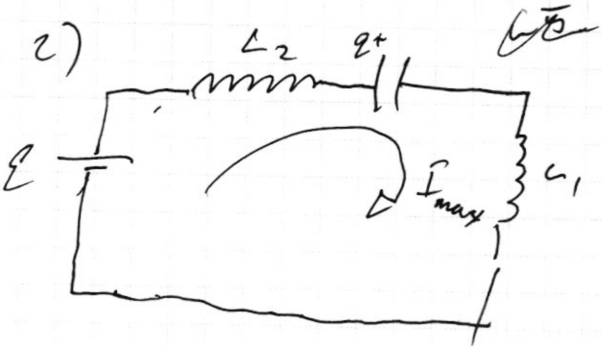
1)

$T = \frac{T_1 + T_2}{2} =$

$= \pi\left(\sqrt{cL_2} + \sqrt{c(L_2+L_1)}\right) =$

$= \pi\left(\sqrt{2cL} + \sqrt{5cL}\right)$

г)



ЗСЭ: $\mathcal{E}q = \frac{\mathcal{E}q}{2} + \frac{L_1 I_{max}^2}{2} + \frac{L_2 I_{max}^2}{2}$

$\frac{q}{C} = \mathcal{E}$

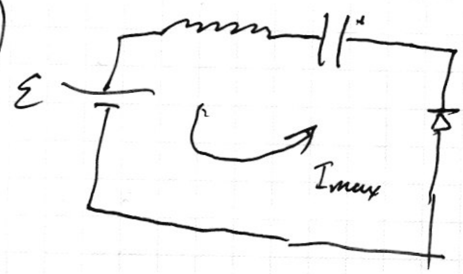
$q = \mathcal{E}C$

$\mathcal{E}^2 C = \frac{\mathcal{E}^2 C}{2} + \frac{L_1 I_{max}^2}{2} + \frac{L_2 I_{max}^2}{2}$

$I_{max}^2 (L_1 + L_2) = \mathcal{E}^2 C$

$I_{01} = \mathcal{E} \cdot \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$

з)

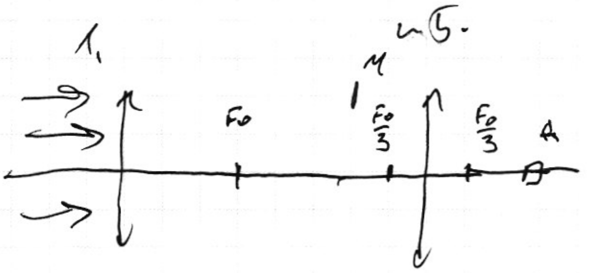


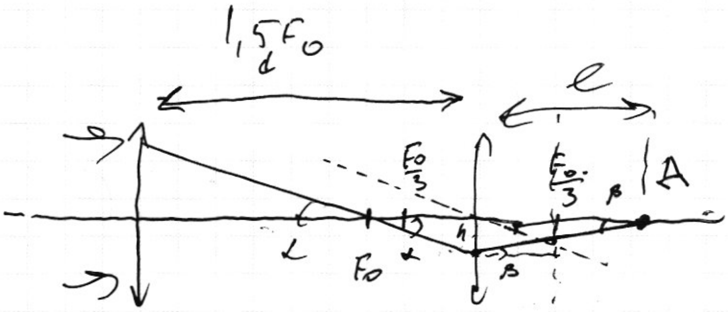
I_{02}

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$tg\beta = \frac{h}{l}$ $\qquad tg\beta = \frac{h - tg\alpha\cdot\frac{F_0}{3}}{\frac{F_0}{3}}$

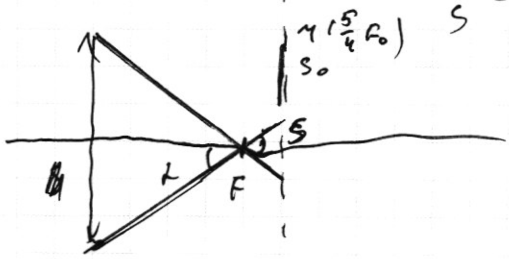
$tg\alpha = \frac{2h}{F_0}$

$\frac{h}{l} = \frac{h - \frac{2}{3}h}{\frac{F_0}{3}}$ 1) $\boxed{l = F_0}$

$l = \cancel{F_0}$

2) т.к. I ~ мощности света, тогда т.к. мишень М перекрывает часть потока равную отношению своей площади к площади пучка в этой точке, т.к. $\frac{S_0}{S} = \frac{I_0 - I_1}{I_0} = \frac{1}{9}$

S_0 - площадь М
r_0 - радиус М,
S - площадь пучка света на расстоянии $\frac{5}{4}F_0$ от Л$_1$,
r - радиус пучка света



$tg\alpha\cdot\frac{1}{4}F_0 = r$

$tg\alpha = \frac{D}{2F_0}$ $\qquad \frac{D}{8} = r$

$S = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{64}$

$S_0 = S\cdot\frac{1}{9} = \frac{\pi D^2}{9\cdot 64}$ $\qquad S_0 = \pi r_0^2$

$\pi r_0^2 = \frac{\pi D^2}{9\cdot 64}$ $\qquad r_0 = \frac{D}{3\cdot 8} = \frac{D}{24}$

$\boxed{v = \frac{2r_0}{t_0} = \frac{D}{12t_0}}$

3) $t_1 = \frac{2r}{v} = \frac{\frac{\cancel{D}}{4}}{\frac{\cancel{D}}{12t_0}} = \frac{12}{4} t_0 = 3t_0.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)} =$

$\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{\sin' x \cos x - \cos' x \sin x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2}$

$\left(\frac{1}{\cos x}\right)' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$

$\cos x^{-1}$

h T mg α

$\frac{mv^2}{2} + mgh = const$

$(\ln|y|)' = \operatorname{tg} x$

$\frac{\sin x}{\cos x}$

$\sqrt{x}'$ $(x^{\frac{1}{2}})'$ $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{\sqrt{\cos x}}$ $\frac{-\sqrt{\cos x}'}{\cos x}$

$\frac{m\ddot{h}}{2} + mgh = const$

$\frac{1}{\sin^2 x}$

$F = k\Delta x$

$\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\, d\beta.$

$ma_x = kx$

$m\ddot{x} = kx$

$t = \cos\beta$

$dt = -\sin\beta \cdot d\beta.$

$\frac{-dt}{\cos t}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)