

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

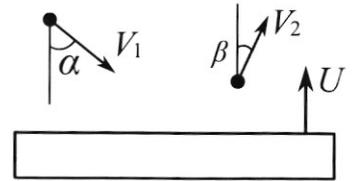
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

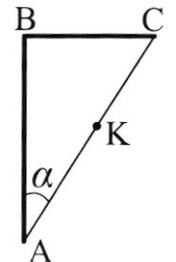


1) Найти скорость V_2 .
 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
 Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

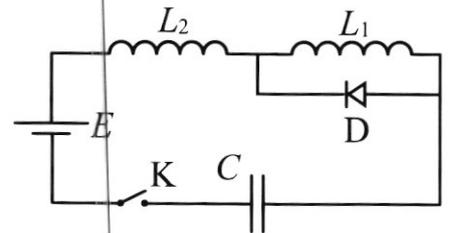
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



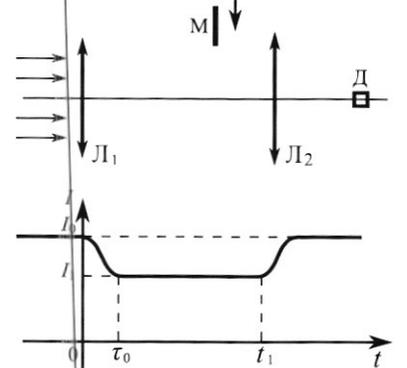
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

Решение:

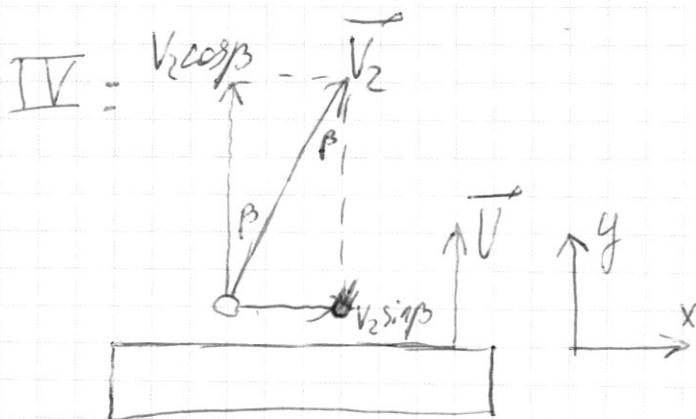
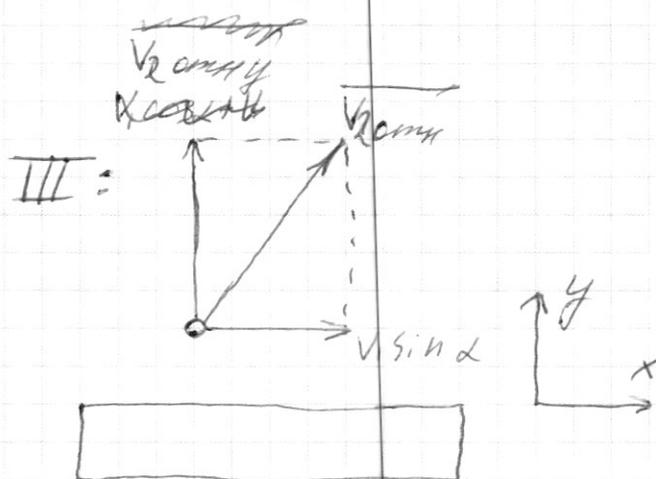
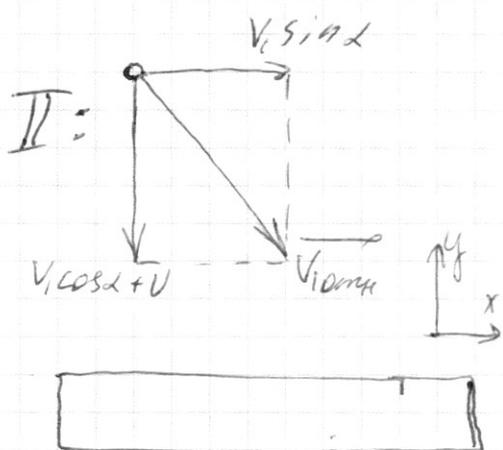
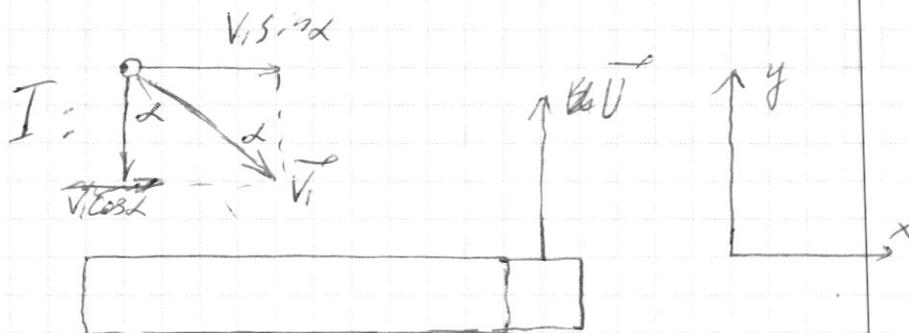
$$V_1 = 8 \text{ м/с}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$V_2 = ?$$

$$V = ?$$



Перейдем в ССО системы:

$$\begin{aligned} \overline{V_{1отн}} &= \overline{V_1 + U} \\ \overline{V_{2отн}} &= \overline{V_2 - U} \end{aligned}$$

Отн. Ох скорость тела не меняется, т.к. ~~плотность среды~~ ~~плотная~~ и её ~~уменьши~~ удар происходит со стенкой,

рав-во проекции перпен-на Оу на и пер-на Ох \Rightarrow

$$\Rightarrow V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = 8 \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12 \text{ м/с}$$

Удар неупругий \Rightarrow часть ^{кинетической} энергии шарика при столкновении переходит в другую

форму $\Rightarrow E_{2отн} < E_{1отн}$

$$\Rightarrow \frac{m V_{2отн}^2}{2} < \frac{m V_{1отн}^2}{2} \Rightarrow V_{2отн}^2 < V_{1отн}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{2отнy}^2 + V_2^2 \cos^2 \beta < (V_1 \cos \alpha + U)^2 + V_1^2 \sin^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{2отнy}^2 < (V_1 \cos \alpha + U)^2 \Rightarrow V_{2отнy} < V_1 \cos \alpha + U$$

Шарик отскакивает от стенки \Rightarrow

$$\Rightarrow V_{2отнy} > 0$$

$$\begin{aligned} \text{Оу: } V_2 \cos \beta - U &= V_{2отнy} \\ \left\{ \begin{aligned} V_2 \cos \beta - U &< V_1 \cos \alpha + U \Rightarrow 2U > V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha \\ V_2 \cos \beta - U &> 0 \Rightarrow U < \frac{V_2 \cos \beta}{2} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2V > V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \beta - V_1 \cos \alpha \\ V < V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} V > \frac{V_1}{2} (\sin \alpha \operatorname{ctg} \beta - \cos \alpha) \\ V < V_1 \sin \alpha \operatorname{ctg} \beta \end{cases}$$

$$V > \frac{8}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \sqrt{3} - \frac{\sqrt{7}}{4} \right) =$$

$$\Rightarrow V > 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$$

$$V < 8 \cdot \frac{3}{4} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow V < 6\sqrt{3}$$

Ответ: $v_2 = 12 \text{ м/с}$; $V \in (3\sqrt{3} - \sqrt{7}; 6\sqrt{3})$.

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \beta &= \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \\ &= \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \\ &= \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \end{aligned}$$

Дано:

Решение:

$\nu = \frac{3}{7} \text{ моль}$

$T_1 = 300 \text{ K}$

$T_2 = 500 \text{ K}$

$C_V = \frac{5R}{2}$

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$

$\frac{V_{10}}{V_{20}} = ?$

$T_K = ?$

$Q = ?$

T_1	ν	T_2	ν
V_{10}	P_{10}	V_{20}	P_{20}

нач.

произв. момент

T_{11}	ν	T_{211}	ν
V_1	P_{01}	V_2	P_1

конца сосуда

T_K	ν	T_K	ν
V_{11}	P_{21}	V_{21}	P_2

концу.

Из ур-я Менделеева-Клапейрона:

$$\left. \begin{aligned} P_{10} V_{10} &= \nu R T_1 \\ P_{20} V_{20} &= \nu R T_2 \end{aligned} \right| \Rightarrow \frac{P_{10} V_{10}}{P_{20} V_{20}} = \frac{T_1}{T_2}$$

Поршень перемещается горизонтально без трения медленно \Rightarrow в любой момент давления в левой и правой частях сосуда равны: $P_{10} = P_{20}$

$\frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = 0,6$

Поршень ~~является~~ теплопроводящим \Rightarrow в конце температура кислорода будет равна температуре азота.

Давления в частях сосуда равны \Rightarrow работа одного газа будет равна отриц. работе другого в любой момент. \Rightarrow суммарная работа равна нулю

Система термализована \Rightarrow суммарное количество энергии в ней не изменяется

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$c_v \Delta T_1 + c_v \Delta T_2 = 2c_v \Delta T_K$$

$U_{\#} = c_v \Delta T_1 + c_v \Delta T_2$, где U - кол-во энергии в системе

$$U = c_v \Delta T_K + c_v \Delta T_K$$

$$c_v \Delta (T_1 + T_2) = 2c_v \Delta T_K \Rightarrow T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{500 + 300}{2} = 400 \text{ K}$$

Из laws законов термодинамики:

$$Q = c_v \Delta T_1 \cdot A$$

$$-Q = c_v \Delta T_2 \cdot A \Rightarrow T_{21} - T_2 = T_1 - T_{11} \Rightarrow T_{21} = T_1 + T_2 - T_{11}$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона в произв. состоянии:

$$\left\{ \begin{aligned} P_1 V_1 &= J R T_{11} \Rightarrow P_1 = \frac{J R T_{11}}{V_1} \\ P_1 V_2 &= J R T_{21} \Rightarrow P_1 = \frac{J R T_{21}}{V_2} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{J R T_{11}}{V_1} = \frac{J R T_{21}}{V_2}$$

$$\frac{P_1}{J R} = \frac{T_{11}}{V_1} = \frac{T_{21}}{V_2} \Rightarrow T_{11} = \frac{P_1 (V_1 + V_2 - V_2)}{J R}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 V_2}{J R} = \frac{P_1 (V_1 + V_2 - V_2)}{J R} \Rightarrow V_2 = V_1 + V_2 - V_2$$

$$P_1 V_1 = J R T_{11}$$

$$P_1 V_2 = J R T_{21}$$

Из ур-я Менделеева-Клапейрона в произв. момент:

$$P_1 V_1 = \nu R T_{11}$$

$$P_1 V_2 = \nu R T_{21}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 V_1 = \nu R T_{11} \\ P_1 V_2 = \nu R T_{21} \end{array} \right\} \Rightarrow \nu R (T_{21} + T_{11}) = P_1 (V_1 + V_2)$$

Энергия газа в произв. момент и в кон. момент:

$$U = c_v \nu T_{11} + c_v \nu T_{21} = c_v \nu T \Rightarrow c_v (T_{11} + T_{21}) = 2T$$

Ур-е Менделеева-Клапейрона в кон. момент:

$$P_{\text{ок}} \frac{V}{2} = \nu R T_k \Rightarrow 2 \nu R T_k = P_{\text{ок}} V, \text{ где } V - \text{объем сосуда}$$

$$\nu R \cdot 2T = P_{\text{ок}} V \Rightarrow P_{\text{ок}} V = P_1 V \Rightarrow P_{\text{ок}} = P_1 \Rightarrow$$

\Rightarrow в произв. момент давление всегда одно и то же \Rightarrow процесс изобарич \Rightarrow

$$\Rightarrow A = P_{\text{ок}} \cdot (V - V_0) = \nu R T_k \cdot 2 - \nu R T_1 = \nu R (T_k - T_1) = \nu R (T_2 - T_1)$$

$$Q = c_v \nu (T_k - T_1) + \nu R (T_k - T_1) = (c_v + R) \nu (T_k - T_1) =$$

$$= \left(\frac{5}{2} R + R \right) \cdot \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_1 \right) =$$

$$= (c_v + R) \cdot \nu \cdot \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_1 \right) = (c_v + R) \nu \cdot \frac{T_2 - T_1}{2} =$$

$$= \left(\frac{5}{2} R + R \right) \cdot \frac{3}{7}$$

$$= \left(\frac{5}{2} \cdot 8,31 + 8,31 \right) \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{500 - 300}{2} = 8,31 \cdot \frac{3}{2} \cdot 100 =$$

$$= 831 \cdot \frac{3}{2} = \frac{2493}{2} = 1246,5 \text{ Дж}$$

Ответ: 0,6; 400 К; 1246,5 Дж.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

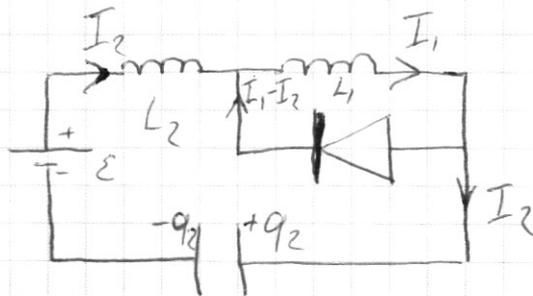
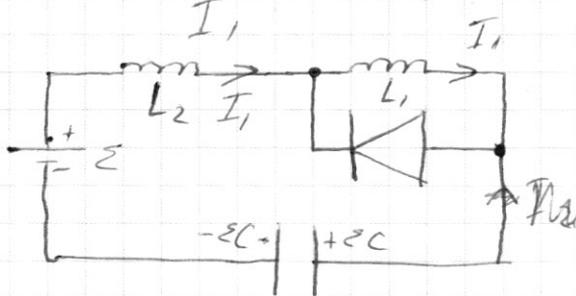
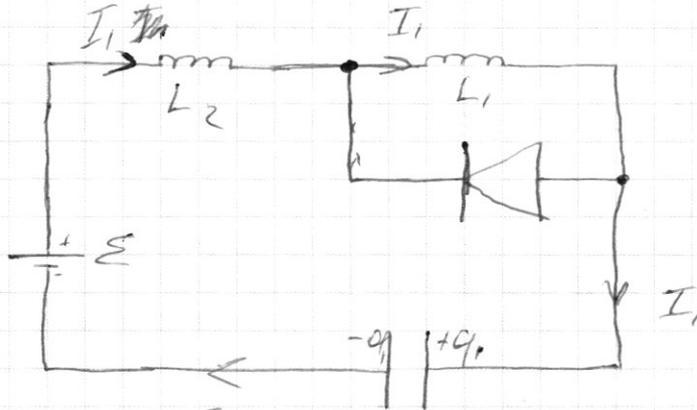
Дата: _____ Решение: _____

ε
 $L_1 = 2L$
 $L_2 = L$
 C

$T = ?$

$I_{M1} = ?$

$I_{M2} = ?$



Пока кон-р не зарядится до напря-я ε ε ε
уисд будет закрыт.

из закона Кирхгофа:

$$\varepsilon = L_2 I_1' + L_1 I_1' + \frac{q_1}{C} \Rightarrow \ddot{q}_1 + \frac{q_1}{(L_1+L_2)C} - \frac{\varepsilon C}{(L_1+L_2)C} = 0$$

Пусть $q_1 - \varepsilon C = \tilde{q}_1$. Тогда $\ddot{\tilde{q}}_1 = \ddot{q}_1$

$$\ddot{\tilde{q}}_1 + \frac{\tilde{q}_1}{(L_1+L_2)C} = 0 \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{3LC}$$

$$q_1 = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0) + \varepsilon C$$

$$q(0) = 0 \Rightarrow I_1 = -q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$I_1(0) = 0 = I_1 \sin \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi$$

Пусть $\varphi_0 = \pi$

Тогда:

$$q_1(0) = -q_0 + \varepsilon C = 0 \Rightarrow q_0 = \varepsilon C$$

$$q_1\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = -\varepsilon C \cos \omega t_1 + \varepsilon C = \varepsilon C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}} C$$

Когда q достигает εC конденсатор открывается \Rightarrow
 \Rightarrow по Кирп-е на нем $i = 0$

На втором конденсаторе: Кирп-е на нем равно нулю только на катушке L_1 :

$$L_1 \dot{I}_1 = 0 \Rightarrow I_1 \text{ не изменяется}$$

$$\varepsilon L_2 \ddot{I}_2 + \frac{q_2}{C} = 0 \Rightarrow \ddot{q}_2 + \frac{q_2 - \varepsilon C}{L_2 C} = 0$$

Пусть $\tilde{q}_2 = q_2 - \varepsilon C$. Тогда: $\ddot{\tilde{q}}_2 = \ddot{q}_2$

$$\ddot{\tilde{q}}_2 + \frac{\tilde{q}_2}{L_2 C} = 0$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$

$$q_2 = q_{20} \cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) + \varepsilon C$$

$$I_2 = -q_{20} \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_{02})$$

$$q_2(0) = \varepsilon C \Rightarrow q_{20} \cos \varphi_{02} + \varepsilon C = \varepsilon C \Rightarrow \cos \varphi_{02} = 0 \Rightarrow \varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$$

$$I_2(0) = I_1(t_1) \Rightarrow -q_{20} \omega_2 = q_0 \omega \Rightarrow q_{20} = \frac{q_0 \omega}{\omega_2} = \varepsilon C \cdot \sqrt{\frac{L_2 C}{L_1 + L_2}} \Rightarrow$$

$$q_2 \in [0, 2\varepsilon C] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_{20} = \sqrt{\frac{L_2 C}{L_1 + L_2}} \varepsilon C = \frac{\varepsilon C}{\sqrt{3}}$$

$q_{20} \omega_2 = q_0 \omega \Rightarrow I_2 \leq I_1$, всегда после открытия

конд. $\Rightarrow I_1 - I_2 \geq 0 \Rightarrow$ конденсатор не

закрывается $\Rightarrow I_{1M} = q_0 \omega$; $I_{2M} = q_{20} \omega_2 = I_{1M}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$I_{1M} = I_{2M} = \varepsilon C \cdot \frac{1}{\sqrt{(1+L^2)C^2}} = \frac{\varepsilon C}{\sqrt{3LC}}$$

Ответ: $2\pi \sqrt{3LC}$; $\frac{\varepsilon C}{\sqrt{3LC}}$; $\frac{\varepsilon C}{\sqrt{3LC}}$.

$$\begin{aligned}
 P_1 V_1 &= \nu R T_{11} \Rightarrow \nu R dT_{11} = (P_1 + dP_1)(V_1 + dV_1) - P_1 V_1 \Rightarrow \nu R dT_{11} = P_1 dV_1 + V_1 dP_1 + dP_1 dV_1 \\
 P_1 V_2 &= \nu R T_{21} \Rightarrow \nu R dT_{21} = (P_1 + dP_1)(V_2 + dV_2) - P_1 V_2 \Rightarrow \nu R dT_{21} = P_1 dV_2 + V_2 dP_1 + dP_1 dV_2 \\
 R dV_1 &= -R dV_2 \Rightarrow dV_1 = -dV_2
 \end{aligned}$$

$$\nu R (dP_1 + R dV_1) = -R dV_1 + V_2 dP_1$$

~~Эквивалентное соотношение моментов~~

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{C_V}{R} P_1 V_1 + \frac{C_V}{R} P_2 V_2 \quad V = C_V \nu T_{11} + C_V \nu T_{21} = 2C_V \nu T \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \nu R T_{11} + T_{21} = T
 \end{aligned}$$

$$\frac{C_V}{R} P_1 V_1 +$$

~~Из уравнения Менделеева - Клапейрона в произвольном состоянии~~

$$P_1 V_1 = \nu R T_{11} \Rightarrow \nu R dT_{11} = P_1 dV_1 + V_1 dP_1 \quad \rightarrow dA$$

$$P_1 V_2 = \nu R T_{21} \Rightarrow \nu R dT_{21} = P_1 dV_2 + V_2 dP_1 \quad \rightarrow dA$$

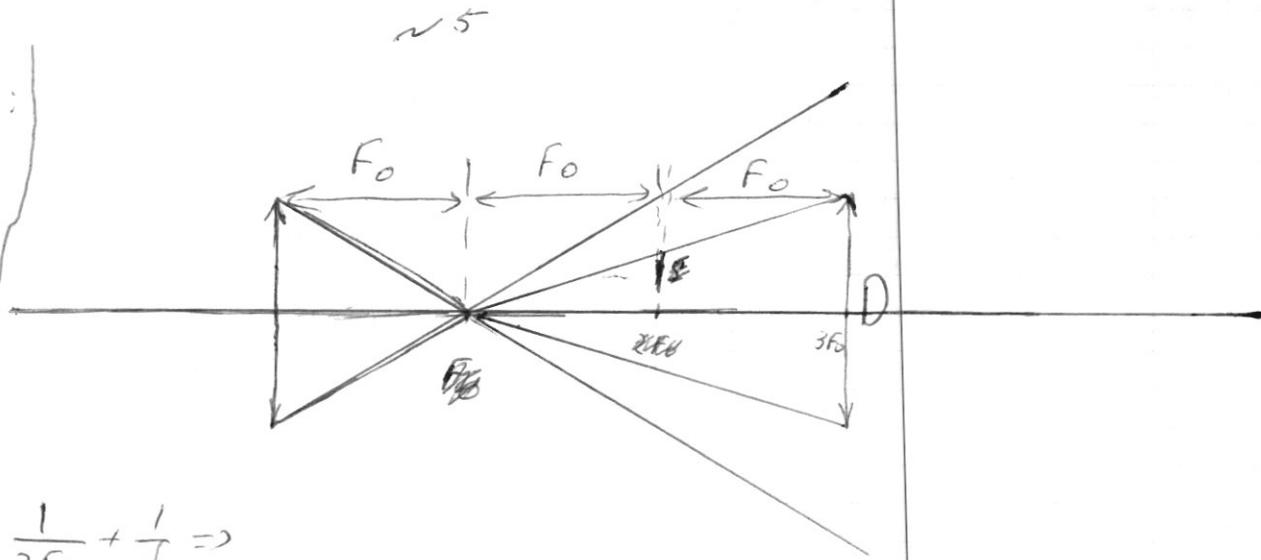
$$2 \nu R dT_{21} = 2 dA + (V_{01} + V_{02} + 2V_2) dP_1$$

$$\begin{aligned}
 P_{10} V_{10} + P_{10} V_{20} &= \nu R (T_1 + T_2) \\
 P_K \frac{V}{2} + P_K \frac{V}{2} &= \nu R T \cdot 2 \quad \Rightarrow P_{10} = P_K
 \end{aligned}$$

$$P_{10} V_{10} + P_{10} V_{20} = \nu R (T_1 + T_2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
 $F_0; D;$
 τ_0
 $f = ?$
 $V = ?$
 $f_1 = ?$



$$\frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3}{2F_0} \Rightarrow f = \frac{2F_0}{3}$$

Рассмотрим интенсивность в m -ти
 дв-я мишене:
 $I_m = \frac{P}{S_0}$, где S_0 - площадь той части света,
 которая падает на вторую линзу.

$S_0 = \pi R_0^2$, где $R_0 = \frac{D}{4}$ - радиус этой области

$$I_m = \frac{P}{\pi \frac{D^2}{16}} = 16 \frac{P}{\pi D^2}$$

$$I_m = 16 \frac{P}{\pi D^2} = P$$

$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \Rightarrow P_1 = \frac{3}{4} P_0$, где P_1 - энергия, падающая на
 вторую линзу при прохождении мишени.

Ручка R - радиус мишени

Тогда:

$$\frac{16 \pi R^3}{3 \pi D^2} \cdot \left(\frac{\pi \pi R^2}{16} - \pi R^2 \right) = \frac{3}{4} \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{16R^2}{D^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{16R^2}{D^2} \Rightarrow R^2 = \frac{D^2}{64} \Rightarrow R = \frac{D}{8}$$

$$v = \frac{2R}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}, \text{ т. к. от } t = 0 \text{ до } t = \tau_0$$

мишень успеет пройти расстояние, равное ее диаметру

$$t_1 = \frac{2R_0}{v} = \frac{2 \cdot \frac{D}{4}}{\frac{D}{4\tau_0}} = 2\tau_0, \text{ т. к. за время } t, \text{ передний}$$

концы мишени ~~проходят~~ входят в область,

ответ:

в которой он закрывает петлю, пройдя на 2 мишу и выходит из неё

$$\text{ответ: } \frac{2\tau_0}{3}; \frac{D}{4\tau_0}; 2\tau_0$$

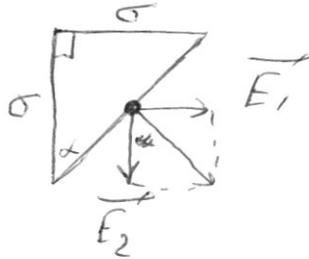
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Дано:

Решение

$$\frac{E_{\text{рез}}}{E_1} = ?$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$



$$E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow E = \sqrt{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow E = \sqrt{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

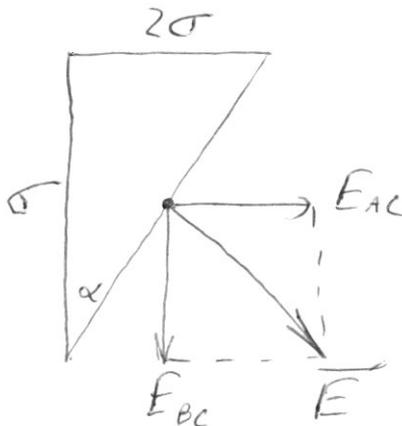
$$\frac{E_{\text{рез}}}{E_1} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}}{\frac{\sigma}{\epsilon_0}} = \sqrt{2}$$

2) Дано: Решение:

σ

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$E = ?$$



$$E = \sqrt{E_{AC}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{\frac{4\sigma^2}{\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{5}$$

Ответ: $\sqrt{2}$; $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{5}$.

