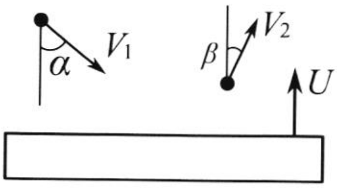
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)



1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.

1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

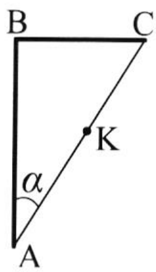
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

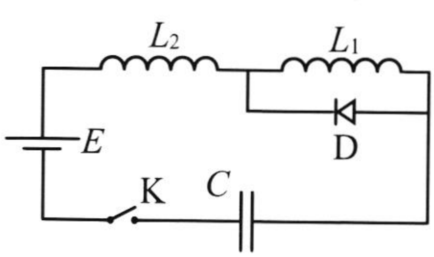
3) Какое количество теплоты передал азот водороду?



3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.

1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.



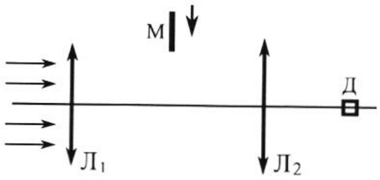
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

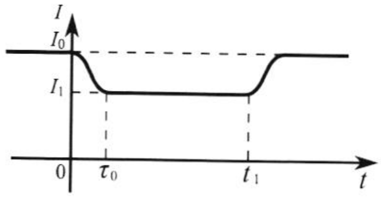
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



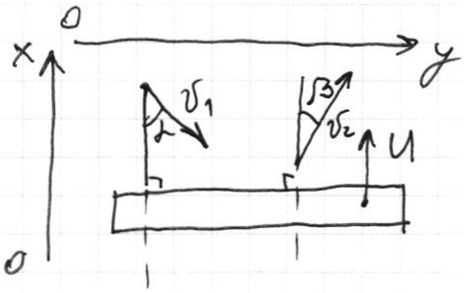


1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Задача 1

Дано:

массивная плита;

α $(\sin\alpha = \frac{1}{2})$

β $(\sin\beta = \frac{1}{3})$

$v_1 = 12$ м/с

Найти:

1) v_2

2) u

Решение:

1) По закону сохранения импульса:

$\vec{p}_{плиты_1} + \vec{p}_{шар_1} = \vec{p}_{плиты_2} + \vec{p}_{шар_2}$

~~$Ox:$ $Mu - mv_1$~~

т.к. плита массивна то шарик при ударе не изменяет её импульс по Oy значит импульс шарика тоже сохраняется по Oy

$Oy: m_{шара} v_1 \sin\alpha = m_{шара} v_2 \sin\beta$

$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$v_2 = \frac{v_1 \sin\alpha}{\sin\beta}$

$v_2 = \frac{12 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 18$ м/с

Ответ: 18 м/с.

2) Пусть M – масса плиты, m – масса шарика, а u_1 – скорость плиты после удара, тогда по закону сохранения импульса:

$Ox: \; Mu - mv_1 \cos\alpha = Mu_1 + mv_2 \cos\beta \quad (1)$

По закону сохранения энергии:

$$\frac{Mu^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{Mu_1^2}{2} \quad (2)$$

$$\begin{cases} Mu - Mu_1 = m v_2 \cos\beta + m v_1 \cos\alpha \\ Mu^2 = m v_2^2 + M u_1^2 - m v_1^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M(u - u_1) = m(v_2 \cos\beta + v_1 \cos\alpha) \\ M(u^2 - u_1^2) = m(v_2^2 - v_1^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{m}{M} = \dfrac{u - u_1}{v_2 \cos\beta + v_1 \cos\alpha} \quad (1) \\ \dfrac{m}{M} = \dfrac{u^2 - u_1^2}{v_2^2 - v_1^2} \quad (2) \end{cases}$$

$$(2):(1) \to \frac{(u^2 - u_1^2)(v_2\cos\beta + v_1\cos\alpha)}{(v_2^2 - v_1^2)(u - u_1)} = 1$$

$$\frac{(u + u_1)(v_2 \cos\beta + v_1 \cos\alpha)}{v_2^2 - v_1^2} = 1$$

$$v_2^2 - v_1^2 = (u + u_1)(v_2\cos\beta + v_1\cos\alpha)$$

подставим значения

$$18^2 - 12^2 = (u + u_1)\left(18\sqrt{1 - \frac{1}{9}} + 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$30 \cdot 6 = (u + u_1)\left(18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + 6\sqrt{3}\right)$$

$$30 \cdot 6 = 6(u + u_1)(2\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

$$u + u_1 = \frac{30}{2\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{30(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{8 - 3} =$$

$$= 6(2\sqrt{2} - \sqrt{3}), \quad u_1 = u \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = \frac{6(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{2} =$$

$$\cancel{u_1 <} \quad u = 3(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$$

$$= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \approx 6 \cdot 1{,}4 - 3 \cdot 1{,}7 = 8{,}4 - 5{,}1 = 3{,}3 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) 18 м/с ; 3,3 м/с.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

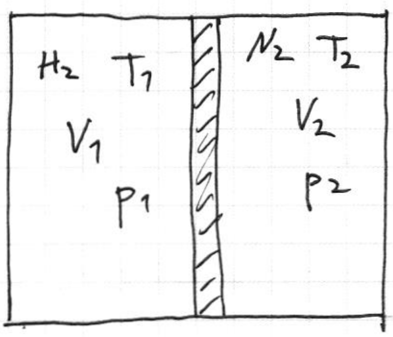
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2



$\nu_{H_2} = \nu_{N_2} = \frac{6}{7}$ моль

$T_{1} = 350 K$ } водорода

$\uparrow$ нач. T

$T_2 = 550 K$ } азота

$C_V = \frac{5R}{2}$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$

1) $\frac{V_1}{V_2}$ — ?

2) T установив. — ?

3) $Q_{N_2 \to H_2}$

1) В начальный момент $p_1 = p_2$ т.к. поршень покоится, но

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu_{H_2} R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu_{N_2} R T_2 \end{cases}, \ p_1 = p_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_{H_2} R T_1}{\nu_{N_2} R T_2} \\ \nu_{H_2} = \nu_{N_2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

2) Когда температура установится:

$p_{N_2} = p_{H_2}$, $V_{H_2} = V_{N_2} = V$, $T_{H_2} = T_{N_2} = T$

$\Downarrow$

$\nu_{N_2} = \nu_{H_2}$

Значит $pV = \nu R T_{уст.}$, но $p = p_1 = p_2$ т.к. процесс выравнивания температур происходит медленно. Значит

$$\begin{cases} \frac{p_1 (V_1 + V_2)}{2} = \nu_{H_2} R T \\ \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11} \end{cases}$$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$\frac{1}{2}p_1\left(V_1+\frac{11V_1}{7}\right) = \nu RT$$

$$\frac{1}{2}p_1\cdot\frac{18V_1}{7} = \nu RT$$

$$\frac{9p_1V_1}{7} = \nu RT \quad \text{, но} \quad p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9}{7}\nu RT_1 = \nu RT$$

$$\frac{9}{7}T_1 = T \quad \Rightarrow T = \frac{9}{7}\cdot 350 = 450\text{ K}$$

3) $$Q_{N_2\to N_2} = Q = \underset{(p=const)}{C_p}\Delta T_{N_2} = (C_V+R)\Delta T_{N_2} =$$

$$= (T_2 - T)\left(\frac{5R}{2}+R\right) = \cancel{10R}\,\cancel{(550-450)}$$

$$= \left(T_2 - \frac{9}{7}T_1\right)\left(\frac{7R}{2}\right)$$

$$Q = (550-450)\cdot\frac{7\cdot 8{,}31}{2} =$$

$$= 100\cdot\frac{7\cdot 8{,}31}{2} = 831\cdot\frac{7}{2} =$$

$$= \frac{5600+210+7}{2} = \frac{5817}{2} = 2908{,}5 \approx$$

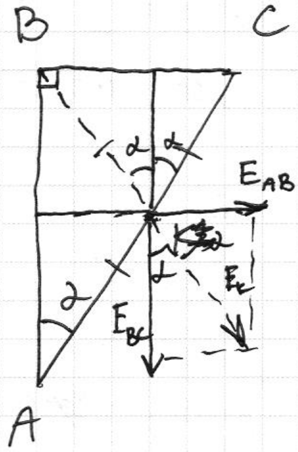
$$\approx 2{,}9\text{ кДж}$$

Ответ: 1) $\frac{7}{11}$; 2) 450 K; 3) 2,9 кДж.

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3



1) BC : $\sigma = \text{const}$

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}}$ – ?

если AB тоже зарядить до σ

σ – пов. плотность заряда

2) BC : $\sigma_1 = 3\sigma$

AB : $\sigma_2 = \sigma$

$\alpha = \frac{\pi}{5}$

E_k – ?

1) $\vec{E}_{k_1} = \cancel{\vec{E}_B}\ \vec{E}_{BC}$

$\vec{E}_{k_2} = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$

$E_{k_1} = E_{BC}$ – (по принципу суперпозиций)

$E_{k_2} = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} =$

$= E_{BC}\sqrt{2}$ т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = AB$

$$\frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{E_{BC}}{E_{BC}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \sqrt{2} \approx 1,4$$

2) $E_k = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} =$ (по принципу суперпозиций)

$$= \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right)^2} =$$

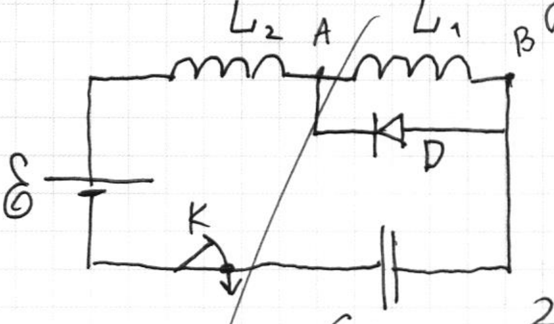
$$= \sqrt{\frac{9\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} =$$

$$= \cancel{\sqrt{}}\ \frac{\sqrt{10\sigma^2}}{2\varepsilon_0} =$$

$$= \frac{\sigma\sqrt{10}}{2\varepsilon_0}$$

Ответ: 1) $\approx 1,4$ 2) $\frac{\sigma\sqrt{10}}{2\varepsilon_0}$

Задание 4



$L_1 = 4L$

$L_2 = 3L$

C ; $\mathcal{E}$

1) $T_{колеб\, L_1}$ – ?

2) $I_{m L_1}$ – ?

3) $I_{m L_2}$ – ?

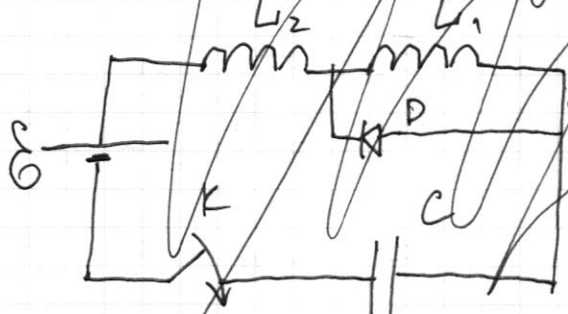
1) $T_{L_1} = 2\pi\sqrt{L_1 C} =$

$= 2\pi\sqrt{4LC} = 4\pi\sqrt{LC}$

2) $\varphi_B < \varphi_A$, значит

ток через диод D не потечет

перерисуем схему



2)

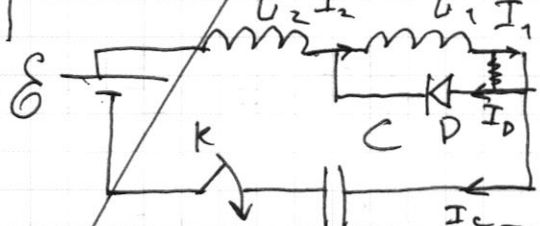
$\varphi_B < \varphi_A$

значит

ток через

диод не

потечет



$\cancel{I_{max L_1} \to I_{max}}$ $\cancel{U_{L_2} = L_2 \frac{\Delta I_2}{\Delta t}}$, $\cancel{U_{L_1} = L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t}}$

$\cancel{= U_D}$ $U_{L_1} = U_D$, $U_{L_1} + U_{L_2} = \mathcal{E} - U_C$

когда $\cancel{I_{m L_1} \to U_C = 0}$

$\frac{U_{L_1}}{U_{L_2}} = \frac{4}{3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

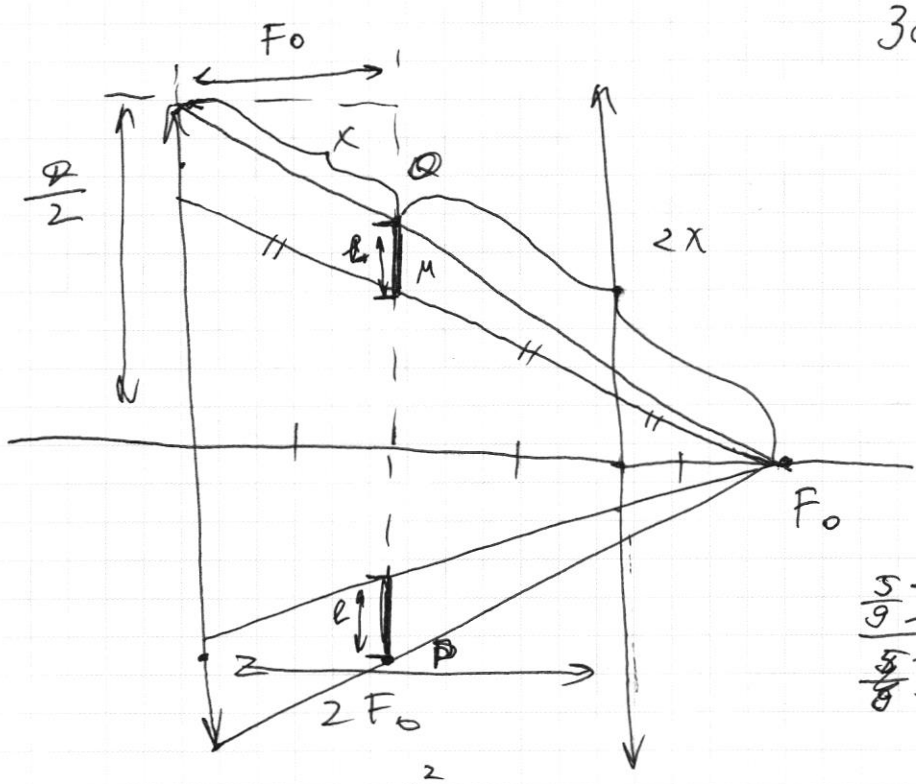
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



За время τ_0 мишень проходит свою длину l, но из графика получаем, что

$$\frac{\frac{5}{9}I_0}{\frac{9}{9}I_0} = \frac{PQ^2 - \cancel{4}l^2}{PQ^2}$$

$$\frac{5}{9} = 1 - \frac{l^2}{PQ^2}, \text{ но } \frac{PQ}{\Phi} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{9} = 1 - \frac{\cancel{3}l^2 3^2}{(2\Phi)^2} = \frac{5}{9} = 1 - \frac{9l^2}{4\Phi^2}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{9l^2}{4\cancel{2}\Phi^2} \Rightarrow 9l^2 = \frac{16\Phi^2}{9} \cancel{\Rightarrow l = \frac{8\Phi}{27}}$$

$$\Downarrow$$

$$l = \sqrt{\frac{16\Phi^2}{81}}$$

$$l = \frac{4\Phi}{9}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{v = \frac{l}{\tau_0} = \cancel{\frac{8\Phi}{27\tau_0}}\ \frac{4\Phi}{9\tau_0}}$$

3) За время $t_1 - \tau_0$ мишень проходит $PQ - l$

$$v(t_1 - \tau_0) = PQ - l$$

$$v(t_1 - \tau_0) = \frac{2\Phi}{3} - \cancel{\frac{8\Phi}{27}}\ \frac{4\Phi}{9}$$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$v(t_1-\tau_0)=\cancel{\frac{16\Phi}{27}}\quad\frac{2\Phi}{9}$$

$$\boxed{\frac{4\Phi}{9\tau_0}\cancel{\frac{8\Phi}{27\tau_0}}(t_1-\tau_0)=\cancel{\frac{16\Phi}{27}}\quad\frac{2\Phi}{9}}$$

$$\cancel{8\Phi(t_1-\tau_0)=10\Phi}$$

$$\cancel{\frac{8}{\tau_0}(t_1-\tau_0)=10}$$

$$\cancel{8t_1-8\tau_0=10\tau_0}$$

$$\cancel{8t_1=18\tau_0}$$

$$\cancel{\tau_0=}$$

$$\cancel{t_1=\frac{18\tau_0}{8}}$$

$$\cancel{t_1=\frac{9\tau_0}{4}}$$

$$\frac{2}{\tau_0}(t_1-\tau_0)=1$$

$$\tau_0=2t_1-2\tau_0$$

$$2t_1=3\tau_0$$

$$t_1=\frac{3\tau_0}{2}$$

~~t₁t~~

Ответ: 1) $\frac{F_0}{2}$; $\frac{4\Phi}{9\tau_0}$; $\frac{3\tau_0}{2}$.

Задание 5

Найти:

1) L − ?

2) v − ?

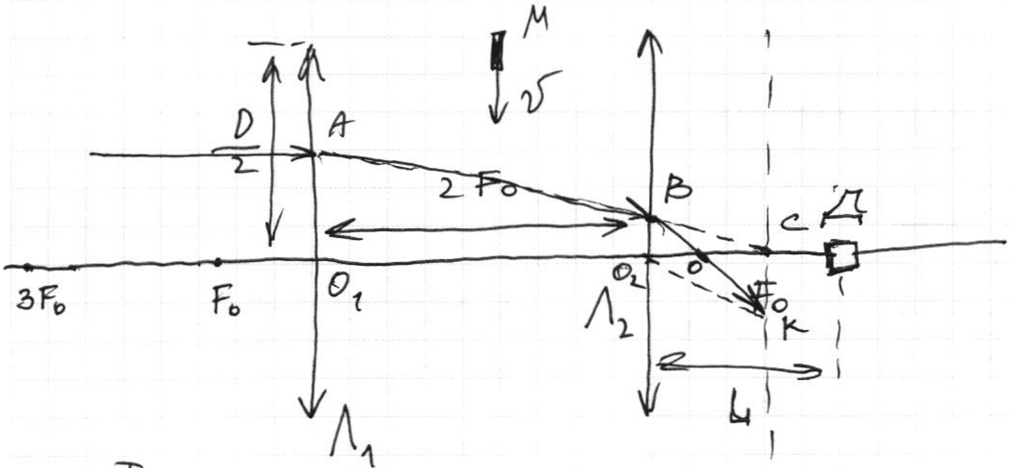
3) t_1 − ?

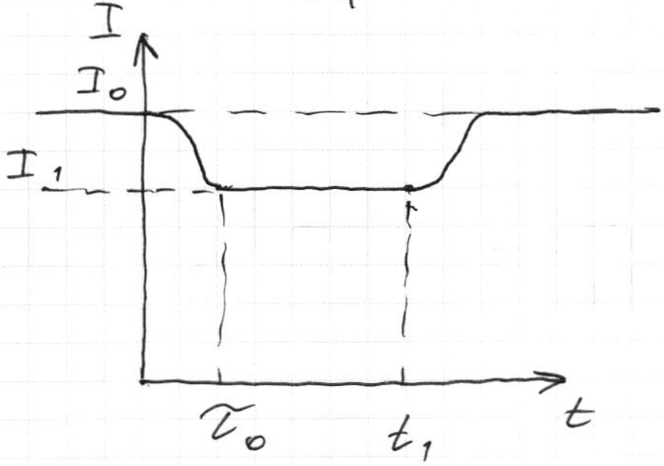
Дано:

F_0; $Ф$; τ_0

$I_1 = \frac{5I_0}{9}$

$D \ll F_0$





1) $OO_2 = L$

$OO_2 = \frac{1}{2} O_2C$

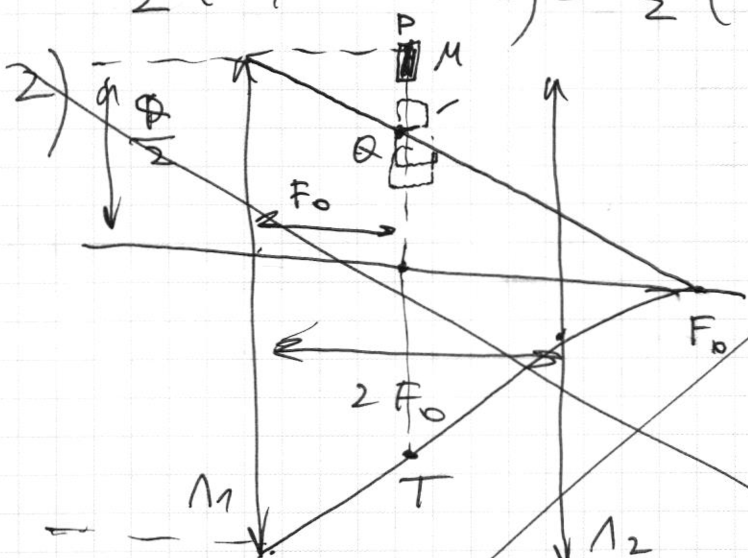
т.к O_2KCB − п/г

$\Downarrow$

$L = \frac{1}{2} O_2C =$

$= \frac{1}{2}(O_1C - O_1O_2) = \frac{1}{2}(3F_0 - 2F_0) = \frac{F_0}{2}$

2)



за τ_0 мишень проходит PQ, но

$\cancel{\frac{2PQ}{Ф}}$ $\frac{PQ}{\frac{Ф}{2} - PQ} = \frac{F_0}{3F_0}$

$\frac{1}{3} = \frac{PQ}{\frac{Ф}{2} - PQ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{Ф}{2} - PQ = 3PQ$

$\frac{Ф}{2} = 4PQ \Rightarrow PQ = \frac{Ф}{8} \Rightarrow v = \frac{Ф}{8\tau_0}$

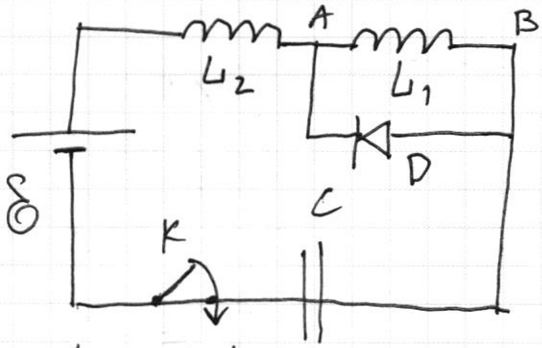
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Задание 4

$L_1 = 4L$

$L_2 = 3L$

$C;\ \mathcal{E}$

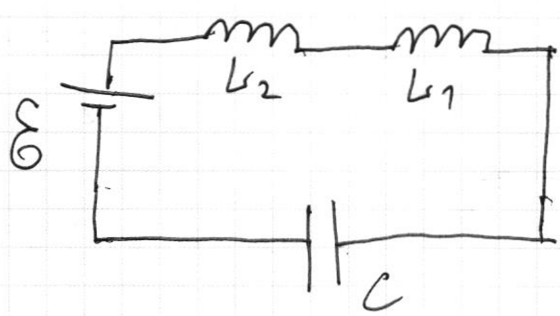
1) $T_{колеб\,L_1}$ – ?

2) $I_{max\,L_1}$ – ?

3) $I_{max\,L_2}$ – ?

1) $T_{L_1} = 2\pi\sqrt{L_1 C} = 2\pi\sqrt{4LC} = 4\pi\sqrt{LC}$

2) $\varphi_A > \varphi_B \Rightarrow I_D = 0$



$I_{L_1} = I_{L_2}$

$I_{max} \to U_C = 0$, $U_{C\,max} = \mathcal{E} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{L_{общ} I_{max}^2}{2} = \dfrac{C\mathcal{E}^2}{2}$

$L_{общ} I_{max}^2 = C\mathcal{E}^2$, но $L_{общ} = 3L + 4L = 7L$

$7L I_{max}^2 = C\mathcal{E}^2 \Rightarrow I_{max} = \sqrt{\dfrac{C\mathcal{E}^2}{7L}}$

$I_{max} = \mathcal{E}\sqrt{\dfrac{C}{7L}}$

$I_{max\,L_1} = \mathcal{E}\sqrt{\dfrac{C}{7L}}$

3) $I_{L_1} = I_{L_2} \Rightarrow I_{max\,L_2} = I_{max\,L_1} = \mathcal{E}\sqrt{\dfrac{C}{7L}}$

Ответ: 1) $4\pi\sqrt{LC}$; 2) $\mathcal{E}\sqrt{\dfrac{C}{7L}}$; 3) $\mathcal{E}\sqrt{\dfrac{C}{7L}}$.

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{L}{R} = t \qquad t = \sqrt{LC}$$

$$R = \frac{L}{t}$$

$$R = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L^2}{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{7LC}$$

$$T = 2\pi\sqrt{4LC} = 4\pi\sqrt{LC}$$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$