Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

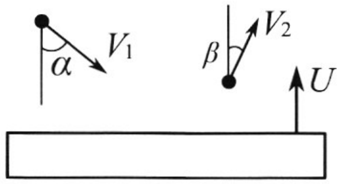
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



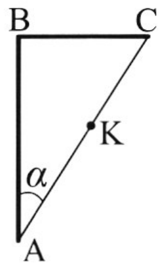
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

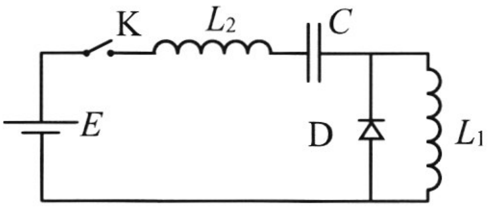
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

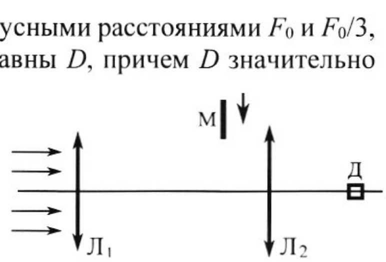
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

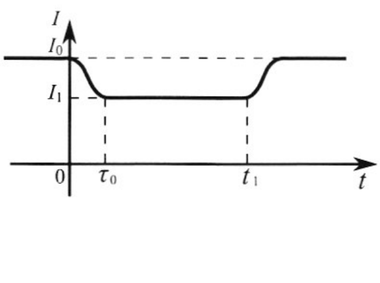
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями L_1 = 3L, L_2 = 2L, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и F_0/3, соответственно. Расстояние между линзами 1,5F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу $Л_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии 5F_0/4 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

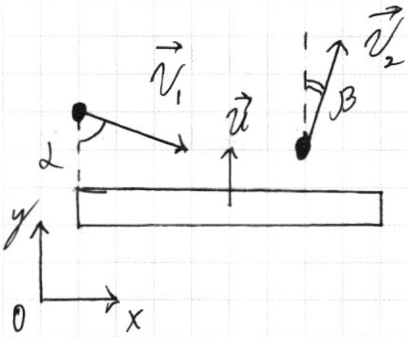
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



1) Т.к. плита гладкая, силы трения нет, и по оси OX не действуют силы. По ЗСИ для OX:

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$

$\frac{2}{3} V_1 = \frac{1}{3} V_2 \Rightarrow V_2 = 2V_1 = 12 \frac{м}{с}$.

2) Т.к. удар неупругий, то в С.О. плиты шарик, налетающий со скоростью V'_{1y} ~~по~~ по оси OY будет отражён со скоростью $V'_{2y} = kV'_{1y}$, где $k \in [0; 1]$. При $k = 0$ шарик лишится вертикальной компоненты скорости относительно плиты. При $k = 1$ шарик отскочит с такой же скоростью в С.О. плиты.

В С.О. плиты: $V'_{1y} = V_1 \cos\alpha + u$;

$V'_{2y} = k \cdot V'_{1y} = k(V_1 \cos\alpha + u)$.

В С.О. земли: $V_{2y} = V'_{2y} + u = k(V_1\cos\alpha + u) + u$.

Из пункта №1: $V_{2y} = \sqrt{V_2^2 - (V_2 \sin\alpha)^2} = 8\sqrt{2} \frac{м}{с}$.

$kV_1 \cos\alpha + u(k+1) = 8\sqrt{2} \frac{м}{с}$.

При $k = 0$ $u = u_{max} = 8\sqrt{2} \frac{м}{с} \approx 11,28 \frac{м}{с}$

При $k = 1$ $V_1 \cos\alpha + 2u = 8\sqrt{2} \frac{м}{с}$. $\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

$6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \frac{м}{с} + 2u = 8\sqrt{2} \frac{м}{с}$ $u_{min} = \frac{8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2} \frac{м}{с} \approx \frac{11,28 - 4,42}{2} \frac{м}{с} = 3,43 \frac{м}{с}$.

$1,41 \cdot 8 = 11,28$ $11,28 - 4,42 = 6,86$

Значит, $u \in [3,43 \frac{м}{с}; 11,28 \frac{м}{с}]$.

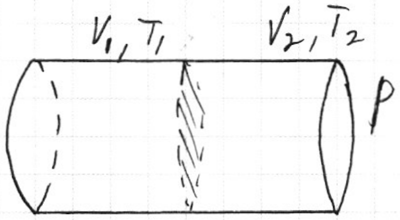
Ответ: а) $V_2 = 12 \frac{м}{с}$; б) $u \in [3,43 \frac{м}{с}; 11,28 \frac{м}{с}]$.

Значит, $u_{max} = 8\sqrt{2}\ \frac{м}{с}$; $u_{min} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5}\ \frac{м}{с}$.

$u \in [4\sqrt{2} - \sqrt{5}\ \frac{м}{с};\ 8\sqrt{2}\ \frac{м}{с}]$.

Ответ: а) $v_2 = 12\ \frac{м}{с}$; б) $u \in [4\sqrt{2} - \sqrt{5}\ \frac{м}{с};\ 8\sqrt{2}\ \frac{м}{с}]$.

№2.



1) $p_1 = p_2 = p$ из-за поршня без трения.

Из уравнения состояния идеального газа:

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 & (1) \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 & (2) \end{cases}$$

Поделим $\frac{(1)}{(2)}$: $\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$, т. к. $p_1 = p_2 = p$:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330k}{440k} = \frac{3}{4}.$$

2) Т.к. сосуд изолированный, энергия сохраняется.

$U_1 = \frac{3}{2}\nu R T_1 + C_1$

$U_2 = \frac{3}{2}\nu R T_2 + C_2$, где C_1 и C_2 – константы.

$$\begin{cases} U_0 = U_1 + U_2; \\ U = U_1 + \Delta U_1 + U_2 + \Delta U_2. \end{cases}$$

$U_0 = U$ из ЗСЭ. (I начало термодинамики, $A=0;\ Q=0$). Т. к. $T_2 > T_1$, первый отсек нагреется, второй – остынет.

$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$

$\cancel{\frac{3}{2}}\nu R(T - T_1) + \cancel{\frac{3}{2}}\nu R(T - T_2) = 0$

$2T - T_1 - T_2 = 0$

$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330k + 440k}{2} = \frac{770k}{2} = 385\ K.$

3) $\delta Q = \delta U + \delta A$

$\delta Q = \frac{3}{2}\nu R\,dT + p\,dV$, т.к. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$, процесс нагревания – изобарный, запишем I начало термодинамики в интегральной форме: $Q = \frac{3}{2}\nu R(T - T_1) + p\Delta V$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть изначально весь сосуд имеет объем $7V$.

Тогда $V_1 = 3V$; $V_1' = 4V$ - конечный объём.

$$\begin{cases} p \cdot 3V = \nu R T_1 \\ p \cdot 4V = \nu R T \end{cases}$$

$\Delta V = 4V - 3V = V$;

$A = pV = \nu R (T - T_1)$

$Q = \frac{3}{2}\nu R(T - T_1) + \nu R(T - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8{,}31 \cdot 55 =$

$= 33 \cdot 8{,}31 = 274{,}23$ Дж.

$$\begin{array}{r} \times\; 8{,}31 \\ 33 \\ \hline 2493 \\ +\;2493 \\ \hline 274{,}23 \end{array}$$

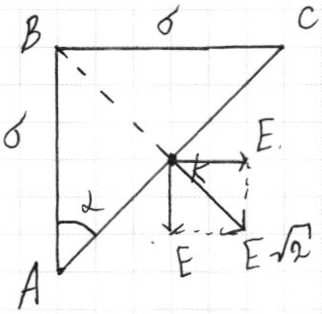
Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$

2) $T = 385$ K

3) $Q = 274{,}23$ Дж.

См. далее

№3

1) 

$E_1 = \frac{kq}{r^2} = \frac{kS\sigma}{r^2} = k\sigma\Omega.$

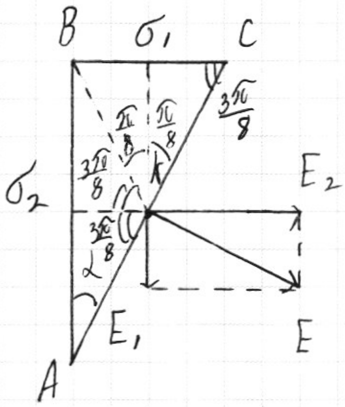
$\frac{S}{r^2} = \Omega$, где Ω – телесный угол, под которым наблюдается плоскость.

При $\alpha = 45^\circ$ $\triangle ABC$ – равнобедренный.

$\Omega_{AB} = \Omega_{BC}$ в таком случае. Значит, если зарядить AB: $E_{AB} = k\sigma\Omega_{AB}$; $E_{BC} = k\sigma\Omega_{BC}$, $E_{AB} = E_{BC} = E$.

$E_{общ\,2} = \sqrt{E^2 + E^2} = E\sqrt{2}$. $E_{общ\,1} = E_{BC} = E$.

$\frac{E_{общ\,2}}{E_{общ\,1}} = \frac{E\sqrt{2}}{E} = \sqrt{2}.$

2) 

$E = E_1 = \frac{\sigma\Omega}{4\pi\varepsilon_0}$. $BK = \frac{1}{2}AC$ как медиана.

$\Omega_{BC} = 4\pi \cdot \frac{\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8}}{2\pi} = \frac{\pi}{2}$, т. к.

4π – полный телесный угол. Ω_{BC} пропорционален плоскому углу $\angle BKC$, делённому на 2π, т. к.

по оси, перпендикулярной наблюдателю, плоскости бесконечные. Аналогично: $\Omega_{AB} = 4\pi \cdot \frac{\frac{3\pi}{8} + \frac{3\pi}{8}}{2\pi} = \frac{3\pi}{2}$.

$E_1 = \frac{\sigma_1 \cdot \Omega_{BC}}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{4\sigma \cdot \frac{\pi}{2}}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$,

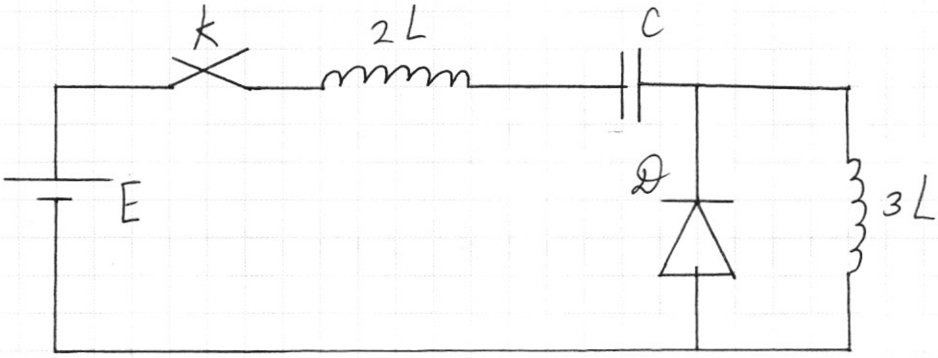
$E_2 = \frac{\sigma_2 \cdot \Omega_{AB}}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma \cdot \frac{3\pi}{2}}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{8\varepsilon_0}$

$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{\sigma^2 \cdot 16}{4\varepsilon_0^2} + \frac{9\sigma^2}{64\varepsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{25\sigma^2}{64\varepsilon_0^2}} = \frac{5\sigma}{8\varepsilon_0}.$

Ответ: 1) $\frac{E_{общ\,2}}{E_{общ\,1}} = \sqrt{2}$; 2) $E = \frac{5\sigma}{8\varepsilon_0}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) По II правилу Кирхгофа для большого контура:

$E = 2L\cdot\frac{dI}{dt} + 3L\frac{dI}{dt} + qC.$

$E = 5L\ddot{q} + \frac{q}{C}$ $|: 5L$ $\quad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{5LC}}$; $T_1 = 2\pi\sqrt{5LC}$.

$\frac{E}{5L} = \ddot{q} + q\cdot\frac{1}{5LC}$;

это для случая, когда диод закрыт.

При открытом диоде для малого контура по II правилу Кирхгофа:

$E = 2L\ddot{q} + \frac{q}{C}$ $|: 2L$

$\frac{E}{2L} = \ddot{q} + \frac{q}{2LC}$; $\omega_2^2 = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$; $T_2 = 2\pi\sqrt{2LC}$.

Ток течёт так, что половину колебания диод открыт, другую половину – закрыт, значит:

$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{5LC} + \pi\sqrt{2LC} = \pi\sqrt{LC}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right).$

2) Положение равновесия наступает тогда, когда напряжение на конденсаторе E.

В этот же момент через ~~на~~ обе катушки течёт ток, причём для катушки L_1 он максимален. Т. к. изначально $q_C = 0$, то амплитуда колебаний напряжения $A_{u_C} = E$ на конденсаторе.
Из ЗСЭ:

$$\frac{E^2C}{2} + \frac{2LI_{01}^2}{2} + \frac{3LI_{01}^2}{2} = \frac{(2E)^2C}{2} - E\cdot\Delta q \text{, где}$$

$\frac{E^2C}{2}$ – энергия конденсатора в момент прохождения током положения равновесия.

$\frac{2LI_{01}^2}{2}$ и $\frac{3LI_{01}^2}{2}$ – энергия каждой из катушек в тот же момент.

$\frac{(2E)^2C}{2}$ – энергия конденсатора в момент U_{max} на нём.

$E\Delta q$ – работа источника.

$\Delta q = 2E\cdot C - EC = EC.$

$$\frac{E^2C}{2} + \frac{5LI_{01}^2}{2} = 2E^2C - E^2C \Rightarrow \frac{5LI_{01}^2}{\cancel{2}} = \frac{E^2C}{\cancel{2}}$$

$$I_{01} = \sqrt{\frac{E^2C}{5L}} = E\sqrt{\frac{C}{5L}}$$

3) Максимальный ток течёт через катушку L_2 в тот момент, когда диод открыт. Из ЗСЭ:

$$\frac{E^2C}{2} + \frac{2LI_{02}^2}{2} = \frac{(2E)^2C}{2} + E\Delta q; \quad \Delta q = EC.$$

$$LI_{02}^2 = \frac{5E^2C}{2} \Rightarrow I_{02} = \sqrt{\frac{5E^2C}{2L}} = E\sqrt{\frac{5C}{2L}}$$

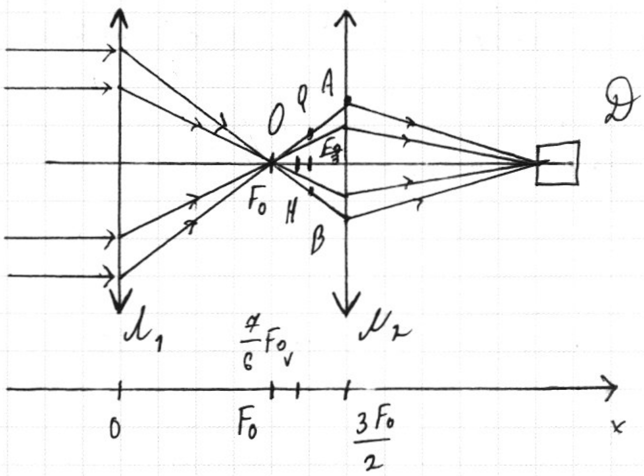
Ответ: 1) $T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5} + \sqrt{2})$.

2) $I_{01} = \sqrt{\frac{E^2C}{5L}} = E\sqrt{\frac{C}{5L}}$;

3) $I_{02} = E\sqrt{\frac{5C}{2L}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



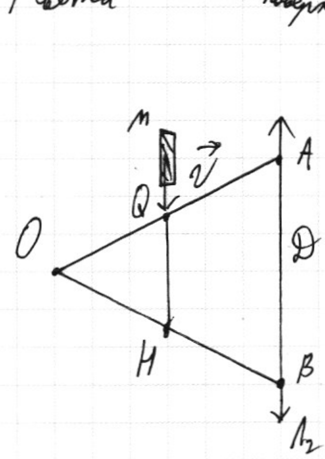
1) Т. к. на $Л_1$ падает параллельный пучок света, он фокусируется в точке с координатой F_0.

По ф-ле тонкой линзы для 2 линзы:

$$\frac{1}{\frac{3}{2}F_0 - F_0} + \frac{1}{l} = \frac{1}{\frac{F_0}{3}}$$

$\frac{1}{l} = \frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0} = \frac{1}{F_0}$, значит, $l = F_0$, где l - расстояние от $Л_2$ до детектора.

2) ~~Так~~ $I_1 = \frac{8}{9} I_0$, при этом $I \sim P_{света}$, а $P_{света} \sim S_{поверхности}$, значит $I \sim S$.



$I \sim S_{света}$, и когда сечение QH конуса OAB не закрыто совсем, $I = I_0$;

Когда оно закрыто M, то $I = \frac{8}{9} I_0$;

$$\begin{cases} S_{QH} = k I_0; \\ S_{QH} - S_M = \frac{8}{9} k I_0 \end{cases} \Rightarrow S_M = \frac{\cancel{8}\,1}{9} S_{QH}$$

~~Дл~~ $OQH \sim OAB$, причем коэффициент подобия ~~Кпп~~ $\frac{\frac{5}{4}F_0 - F_0}{\frac{3}{2}F_0 - F_0} = \frac{1}{2}$, значит, $S_{AB} = 4 S_{QH}$;

$\pi \frac{D^2}{4} = 4 \cdot \frac{\pi d'^2}{4} \Rightarrow d' = \frac{D}{2}$; d' - диаметр QH.

$\frac{1}{9}\pi d'^2 = \pi d^2 \Rightarrow \quad d = \frac{d'}{3} = \frac{D}{6}$ – ~~[illegible]~~ диаметр мишени.

Мишень полностью заходит под свет через время τ_0 после попадания первых лучей.

Значит: $v = \frac{d}{\tau_0} = \frac{D}{6\tau_0}$.

3) t_1 – момент, когда мишень ~~[illegible]~~ начинает выходить из под света. Для этого момента:

$$t_1 = \frac{d' + d}{v} = \frac{\frac{D}{2} + \frac{D}{6}}{\frac{D}{6\tau_0}} = 3\tau_0.$$

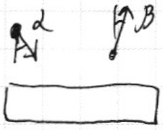
Ответ: 1) $l = F_0$

2) $v = \frac{D}{6\tau_0}$

3) $t_1 = 3\tau_0$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) 

1) $v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$.

2) $v_{2y} = k(v_1\cos\alpha + u) + u = \sqrt{v_1^2 - v_1^2\sin^2\alpha} = 8\sqrt{2}\,\frac{м}{с}$

2) $p = const$. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$; $T = \frac{T_1+T_2}{2} = 385$ K.

$\cancel{\delta Q = \frac{3}{2}\nu R\,dT + p\,dV}$

$\cancel{p\,dV + V\,dp = \nu R\,dT}$

$\cancel{pV = \nu RT}$

$pV = \nu RT$

$U_1 = \frac{3}{2}\nu RT_1 = \frac{3}{2}p_1V_1$

$U_2 = \frac{3}{2}p_2V_2$; $p_1 = p_2$.

$U = U_1 + U_2 = \frac{3}{2}p(V_1+V_2)$.

4) 2) $\frac{E^2C}{2} + \frac{5LI_{01}^2}{2} = \frac{4E^2C}{2} - E\Delta q$;

3) $\frac{E^2C}{2} + \frac{2LI_{02}^2}{2} = \frac{4E^2C}{2} + E\Delta q$

5)