

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

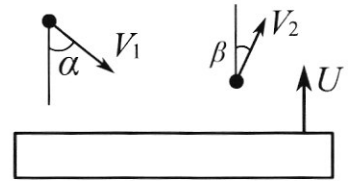
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

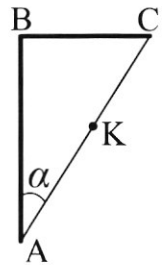


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

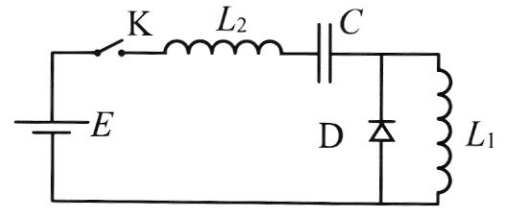
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



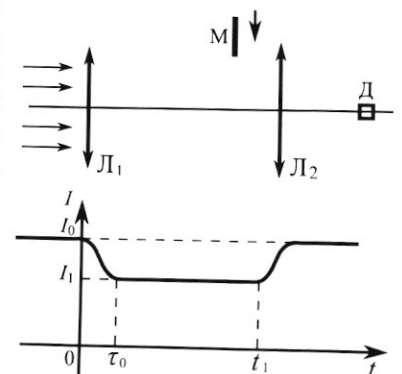
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 СИ:

x: $v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$

y: $v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta - u$

$2u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$

$u = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$

$= \frac{2v_1 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - v_1 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2}$

$= v_1 \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{5}}{6} = u$

$250125 = 245$

$\frac{833}{\times 33} = 2493$

$\frac{3}{25} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8,31 = \frac{11}{55} = 0,2$

$\frac{7}{25} \cdot 110 = 55,274,23$

$\frac{3}{2} \cdot 55 = 83,1$

$\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{55} \cdot 8,31 = 3,31 \cdot 33$

$\sin \alpha = \frac{2}{3}$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{9-4}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sin \beta = \frac{1}{3}$

$\cos \beta = \frac{\sqrt{9-1}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

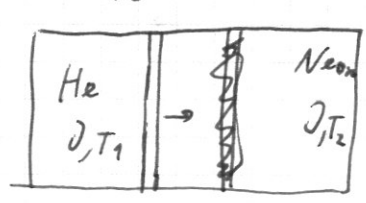
$v_1 = 6 \text{ м/с}$

$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = v_1 \cdot \frac{2 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12 \text{ м/с}$

$\frac{370}{6} = 365$

$\frac{17}{16} = 10$

$u_{\text{He}} + u_{\text{Neon}} = \text{const}$



$\frac{v_1}{R} = \frac{3}{2}$

N2

$pV_1 = \nu RT_1$

$pV_2 = \nu RT_2$

$pV = \nu R(T_1 + T_2) = \text{const}$

$J = \frac{6}{25} = 0,24 \text{ моль}$

$T_1 = 330 \text{ K}$

$T_2 = 440 \text{ K}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{33}{44} = \frac{3}{4}$

$pV_1' = \nu RT_3$

$pV_2' = \nu RT_3$

$\Rightarrow V_1' = V_2'$

$p(V_1' + V_2') = 2\nu RT_3 = pV$

$\nu RT_1 = pV_1$

$\Rightarrow \frac{2T_3}{T_1} = \frac{4}{3}$

$V_1 = \frac{3}{4} V$

$V_2 = \frac{1}{2} V$

$V_2 = \frac{4}{3} V_1$

$T_3 = 385 \text{ K}$

$T_3 - T_1 = \frac{T_1 + T_2}{2} - T_1$

$= \frac{T_2 - T_1}{2} = 55 \text{ K}$

$T_3 = \frac{7}{6} T_1 = \frac{7 \cdot 330}{6} \text{ K} = 385 \text{ K}$

$\Delta Q_{\text{He}} = A + \Delta U_{\text{He}}$

$pV = 2\nu RT_3$

$= \nu R(T_1 + T_2)$

$\Delta Q_{\text{He}} = \nu R \left(\frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{v}{e} \cdot \frac{T_2 - T_1}{2} \right) = \frac{6}{25} \cdot 8,31 \cdot \frac{5}{2} \cdot 55 \text{ Дж}$

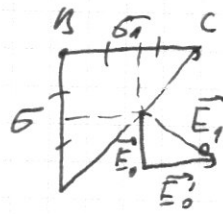
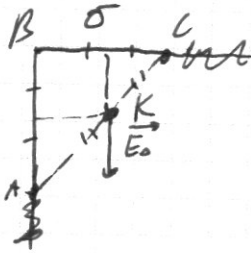
$= 55 \text{ K} \cdot 55 \text{ K} = 274,23 \text{ Дж}$

$\Delta U_{\text{He}} = \nu C_V (T_3 - T_1) =$

$(p = \text{const}) \Rightarrow A = p \Delta V = pV \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) = \frac{10V}{14}$

N3

1)



$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\Omega_1 = \pi$$

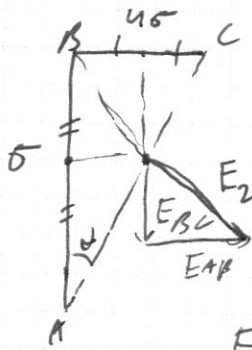
$$\frac{E_0}{E_1} = 1 \Rightarrow E_1 = \sqrt{2} E_0$$

$$\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{2}$$

Ω -телесный угол, по которому видна пластинка

$E_0 \sim \text{BC} \cdot \Omega_{BC} \mid E_1 \sim \text{AC} \cdot \Omega_{AC}$
и не зависит от расстояния

2)



$$\alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Omega_{BC} = \frac{\Omega_1}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Omega_{BC} = \frac{\Omega_1}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Omega_{BA} = \frac{3}{2} \Omega_1 = \frac{3}{2} \pi$$

$$\frac{E_{BC}}{E_0} = \frac{\Omega_{BC} \cdot 4\sigma}{\Omega_1 \cdot \sigma} = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

$$\frac{E_{AB}}{E_0} = \frac{\Omega_{AB} \cdot \sigma}{\Omega_1 \cdot \sigma} = \frac{3}{2}$$

$$E_{BC} = 2E_0$$

$$E_{AB} = \frac{3}{2} E_0$$

$$E_2 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = E_0 \sqrt{2^2 + \frac{9}{4}} =$$

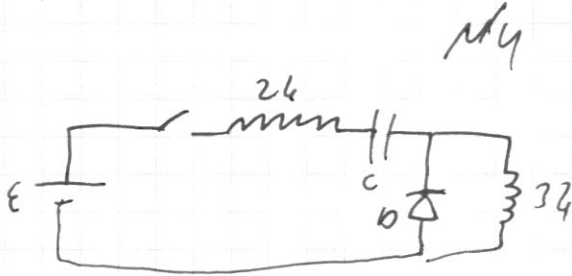
$$= E_0 \sqrt{\frac{16+9}{4}} = \frac{5}{2} E_0$$

$$E_2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{\sigma}{4\epsilon_0} = \frac{5\sigma}{8\epsilon_0}$$

$$E_0 = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \Omega_1 = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

Ответ: $\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{2}$; $E_2 = \frac{5\sigma}{8\epsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$U_0 = 3R \frac{dI}{dt} > 0 \Rightarrow$ диод заперт

$I = \dot{q}$

$\varepsilon = 2R\dot{I} + \frac{q}{C} = 3R\dot{I}$

$q_1(t) = q_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \varepsilon C$ $\varepsilon = 5R\ddot{q} + \frac{q}{C} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{5RC}}$

$q_1(0) = 0$ $q_1 \cos \varphi_1 + \varepsilon C = 0$ $-q_1 - \varepsilon C = 0$ $q_1 = \varepsilon C$

$\dot{q}_1(0) = 0$ $\omega_1 - q_1 \sin \varphi_1 = 0$ $\sin \varphi_1 = 1 \Rightarrow \cos \varphi_1 = -1$

$\ddot{q}_1(0) > 0$

$q_1(t) = \varepsilon C (1 - \cos \omega_1 t)$

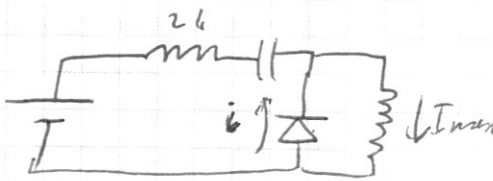
$t_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{5RC}}}$

$\ddot{q}_1(\frac{\pi}{2\omega_1}) \leq 0 \Rightarrow$ диод открывается

$q_1(\frac{\pi}{2\omega_1}) = \varepsilon C$

$\dot{q}_1(t_1) = \omega_1 \varepsilon C = I_{max}$

~~$q_2(t) = q_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \varepsilon C$~~



$\varepsilon = 2R \cdot I(t) + \frac{q_2}{C}$

$\ddot{q}_2(t) + \frac{q_2}{2RC} = \frac{\varepsilon}{2R}$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{2RC}}$

$t' = t - t_1$

$q_2(t') =$

$= q_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \varepsilon C$

$q_2(0) = \varepsilon C \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

$\dot{q}_2(0) = 0 \Rightarrow \omega_2 \varepsilon C$ $\ddot{q}_2(0) < 0$

$\omega_2 q_2 \cos(\frac{\pi}{2}) = \omega_2 \varepsilon C$

$q_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \varepsilon C$

~~$q_2(t) = \varepsilon C (1 - \sin \omega_2 t)$~~

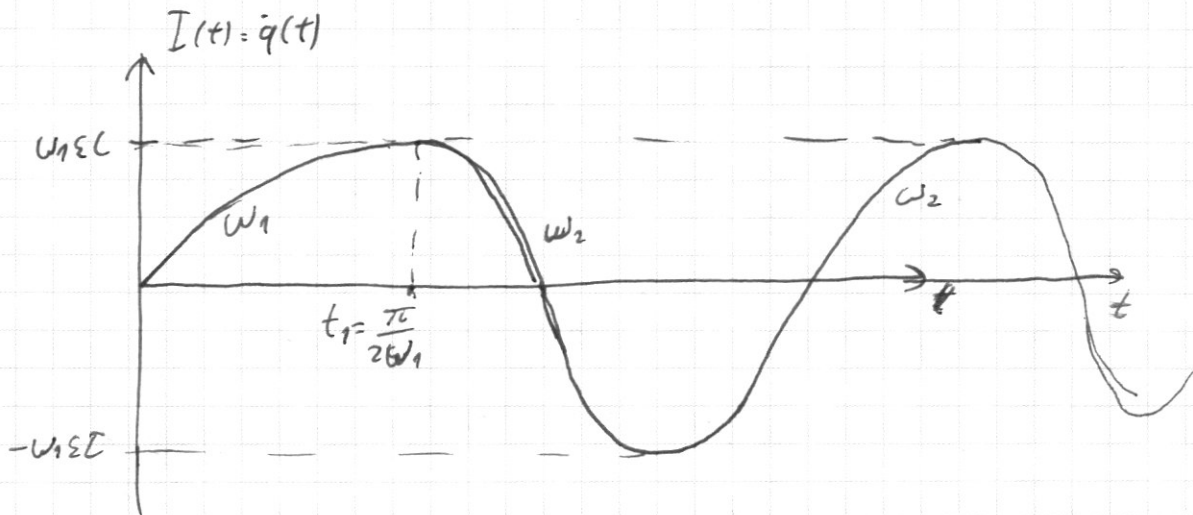
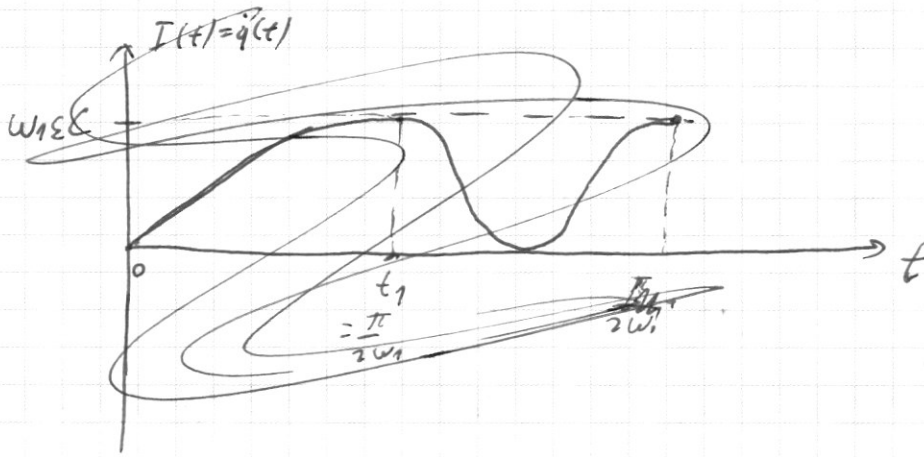
~~$\dot{q}_2(t) = -\omega_2 \varepsilon C \cos \omega_2 t$~~

$q_2(t) = \varepsilon C (1 + \frac{\omega_1}{\omega_2} \sin \omega_2 t)$

$\dot{q}_2(t) = +\omega_1 \varepsilon C \cos \omega_2 t$

$i(t) = \omega_1 \varepsilon C - \dot{q}_2(t) =$

$= \omega_1 \varepsilon C (1 - \cos \omega_2 t) \geq 0$ всегда, начиная с $t_1 = \frac{\pi}{2\omega_1}$

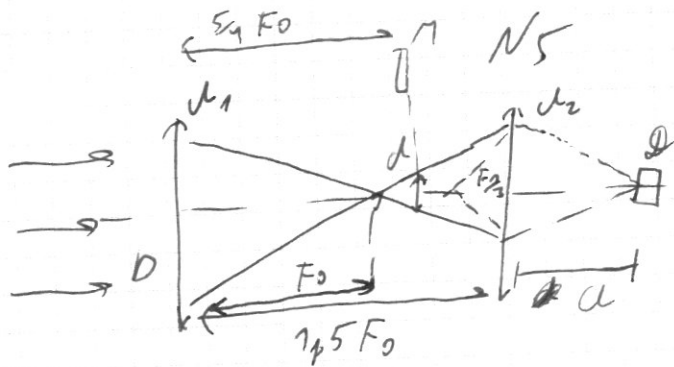


$$1) T = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{2LC}}} = \boxed{2\pi\sqrt{2LC} = T}$$

$$2) I_{01} = I_{max} = W_1 \epsilon C = \frac{\epsilon C}{\sqrt{5LC}} = \epsilon \sqrt{\frac{\epsilon}{5L}}$$

$$3) I_{02} = \dot{q}(t)_{min} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$$

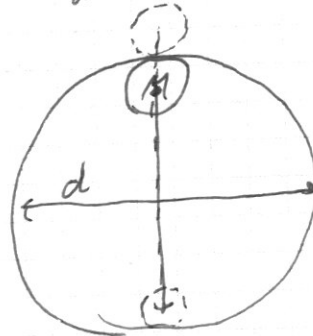
В итоге,
после t_1
диск не закрыва-
ется
и через L_1
ток идет постоянно
без изменений



$$d = \frac{(\frac{5}{4} - 1)F_0}{\frac{1}{4}F_0} \cdot D = \frac{1}{4}D$$

$$v_0 \tau_0 = 2r_m = \frac{1}{3}d$$

$$v = \frac{d}{3\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$$



$$v(t_1 - \tau_0) = d - 2r_m = \frac{2}{3}d$$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{\frac{2}{3}d}{\frac{d}{3\tau_0}} = 2\tau_0$$

$$t_1 = 3\tau_0$$

Ответ: $a = F_0$; $v = \frac{D}{12\tau_0}$; $r_m = \frac{D}{24}$
 $t_1 = 3\tau_0$

$$\frac{1}{F_3} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F_0/2}$$

$$\frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0} = \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{d}$$

$$d = F_0$$

$$I \sim S \quad I_1 = \frac{8}{9}I_0$$

$$S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$S_1 = \frac{8}{9}S_0$$

$$S_1 = S_0 - \pi v_m^2 \tau_0$$

$$\frac{8}{9} \frac{d^2}{4} = \frac{8}{9} \frac{d^2}{4} - v_m^2 \tau_0$$

$$\frac{1}{9} \frac{d^2}{4} = v_m^2 \tau_0$$

$$v_m = \frac{1}{3} \frac{d}{2}$$

$$v_m = \frac{1}{3} \frac{D}{8} = \frac{D}{24}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2b \quad \dot{q}_1(0) = \varepsilon - 2\varepsilon = -\varepsilon$$

$$q_2(0) = 2\varepsilon C = q_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \varepsilon C$$

$$\dot{q}_2(0) = -\varepsilon = -q_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \omega_2^2 \cdot 2b$$

$$q_2 \sin(\varphi_2) = \varepsilon C$$

~~$$2b \omega_2^2 q_2 \sin \varphi_2 = \varepsilon$$~~

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{56C}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{26C}}$$

~~$$q_{2n}^{(1)}$$~~

$$q_{2n}^{(1)} = q_{2n} \sin(\omega_2 t + \varphi_{2n}) + \varepsilon C$$

$$q_{2n+1}(t) = q_{2n+1} \sin(\omega_1 t + \varphi_{2n+1}) + \varepsilon C$$

~~$$q_{2n+1}^{(1)}$$~~

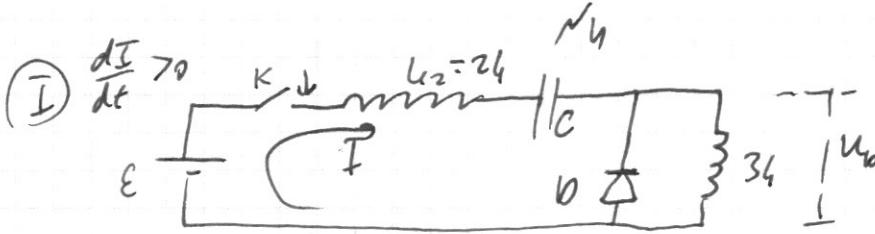
$$q_{2n+1} \rightarrow q_{2n+2} \Leftrightarrow \ddot{q}_{2n+1}(t) < 0$$

$$q_1(t) = -\varepsilon C \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}) + \varepsilon C$$

$$\ddot{q}_1(t) = \omega_1^2 \varepsilon C \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}) = \omega_1^2 \varepsilon C \cdot \cos \omega_1 t$$

$$q_{2n} \rightarrow q_{2n+1} \Leftrightarrow q_{2n}(t) = q_{2n-1}(t)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{dI}{dt} = \dot{I}$$

$$U_0 = 34 \frac{dI}{dt} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{диод закрывает}$$

$$E = 24 \dot{I} + \frac{q}{C} + 34 \dot{I}$$

$$E = 24 \ddot{q} + \frac{q}{C} + 34 \ddot{q} = 56 \ddot{q} + \frac{q}{C} = E$$

$$\dot{q}(t) = -EC \sin \omega_1 t$$

$$I = I_{\text{max}} \Leftrightarrow \omega_1 t = \frac{\pi}{2} \quad \ddot{q} + q \frac{1}{56C} = \frac{E}{56}$$

$$\dot{I} = \dot{q}$$

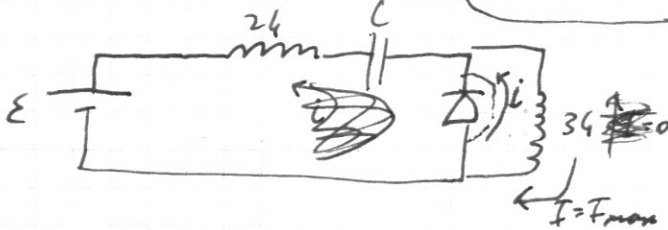
$$\dot{q}(0) = 0 \Rightarrow q_0 \cos \varphi_1 = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$q_1(t) = q_0 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi) + EC$$

$$q(0) = 0 \Rightarrow \cancel{q_0} + EC = 0$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{56C}} \quad q(t) = EC(1 - \cos \omega_1 t)$$

(II) $\dot{I} < 0$



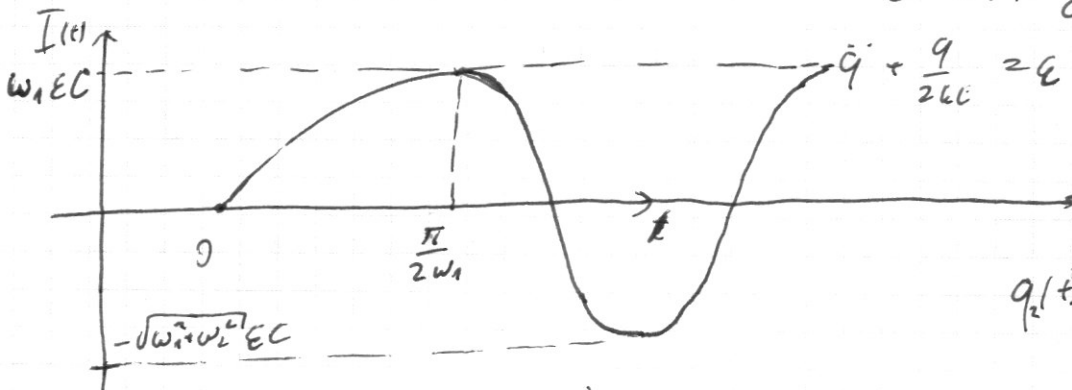
$$E = -24 \dot{i} + \frac{q}{C}$$

$$I = \omega_1 EC$$

$$I - i = \dot{q}$$

$$E = 24 \ddot{q} + \frac{q}{C}$$

$$-\dot{i} = \ddot{q}$$



$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{24C}}$$

$$t' = t + \frac{\pi}{2\omega_1}$$

$$q_2(t) = q_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + EC$$

$$\dot{q}(t') = \omega_2 q_2 \cos \varphi_2 = \omega_2 \cdot \frac{EC}{\omega_2} \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}} = EC \omega_1$$

$$q_2(0) = EC$$

$$\dot{I}(t) = \dot{q}'(t) = -q_2 \omega_2^2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) = -EC \cdot \omega_2^2$$

$$q_2(0) = \omega_1 EC = I_{\text{max}}$$

$$\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{q_1^2 - EC^2}}{q_2} \cdot q_2 = \omega_1 EC \quad q_2 \sin(\varphi_2) + EC = \frac{3}{2} EC$$

$$\omega_2^2 q_2^2 - \omega_2^2 EC^2 = \omega_1^2 EC^2 \quad \begin{cases} \omega_2 q_2 \cos \varphi_2 = \omega_1 EC \\ q_2 \sin \varphi_2 = EC \\ \sin \varphi_2 = \frac{EC}{q_2} \end{cases}$$

$$q_2 = EC \frac{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}{\omega_2}$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{\omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}$$

$$q(t) = \epsilon C (1 - \cos \omega_1 t)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{5LC}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$$

$$t' = t - \frac{\pi}{2\omega_1}$$

$$q'(t') = q_2 \sin(\omega_2 t' + \varphi_2) + \epsilon C$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{\omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}$$

$$I_{max} = \omega_1 \epsilon C$$

$$q_2 = \epsilon C \frac{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}{\omega_2}$$

~~q'(t') > I_{max} => i < 0 => ток течёт через~~

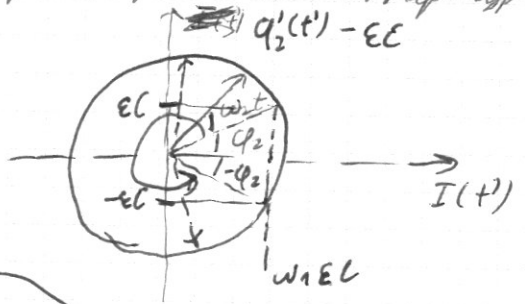
$$q'(0) = 2\epsilon C$$

$$\dot{q}'(t') = \omega_2 q_2 \cos(\omega_2 t' + \varphi_2)$$

$$\dot{q}'(0) = I_{max}$$

диод в обратную сторону, значит в этот момент происходит смена индуктивности

$$q'(t') = 0$$



$$\ddot{q}_3(0) = q_3(t) = q_3 \sin(\omega_1 t + \varphi_3) + \epsilon C$$

$$= -\omega_1^2 q_3 \sin \varphi_3$$

$$q_3(0) = 0$$

$$\dot{q}_3(0) = \omega_1 \epsilon C$$

$$\ddot{q}_3(t) + \frac{1}{5LC} q_3(t) = \frac{\epsilon}{5L}$$

$$q_3 \sin \varphi_3 = \epsilon C$$

$$\omega_1 q_3 \cos \varphi_3 = \omega_1 \epsilon C$$

$$\Rightarrow \varphi_3 = \frac{\pi}{4} \quad q_3 = \sqrt{2} \epsilon C$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\ddot{q}_3(t) < 0$$

=> смена знака индуктивности

~~$$\omega_1^2 q_3 \sin \varphi_3$$~~

$$\dot{q}_3(0) = -\omega_1^2 q_3 \sin \varphi_3 = +\omega_1^2 \epsilon C > 0$$

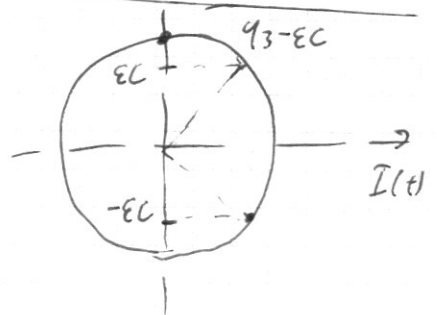
~~$$q_4(t) = q_4 \sin(\omega_2 t + \varphi_4) - \epsilon C$$~~

~~$$q_4(0) = 0 \quad \dot{q}_4(0) = \omega_1 \epsilon C$$~~

~~$$q_4 \sin \varphi_4 = \epsilon C \quad \omega_2 q_4 \cos \varphi_4 = \omega_1 \epsilon C$$~~

~~$$q_4(0) = \sqrt{\frac{5}{2}} \epsilon C$$~~

~~значит диод открывается~~
~~значит диод закрывается~~





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

