

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

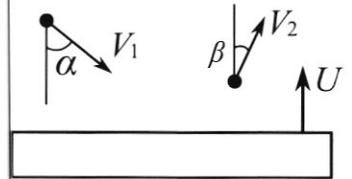
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

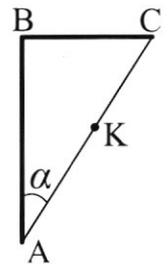


1) Найти скорость V_2 .
 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
 Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

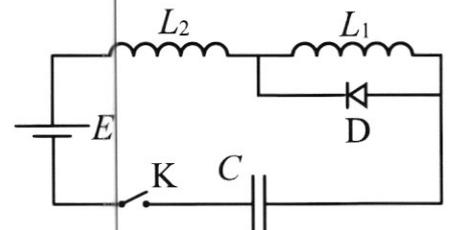
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



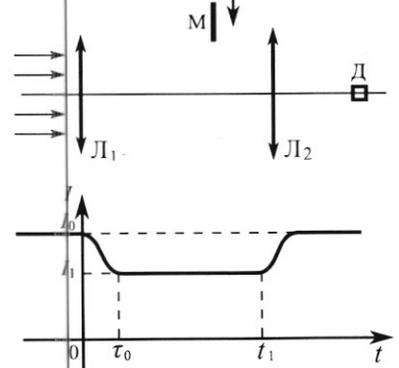
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$v_1 = 8 \text{ м/с}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

1) v_2 - ?

2) u - ?

1) Скорость плыва имеет только на вертикальную компоненту скорости шарика, горизонтальная компонента скорости сохраняется:

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 1} = 12 \text{ м/с.}$$

2) Скорость u увеличивается вертикальную составляющую скорости шарика.

$$v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta$$

$$u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$u = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{7} \text{ м/с.}$$

Такое значение скорости u единственное.

Ответ: $v_2 = 12 \text{ м/с}$, $u = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{7} \text{ м/с}$.

№ 5.

$$I_2 = \frac{3}{4} I_0$$

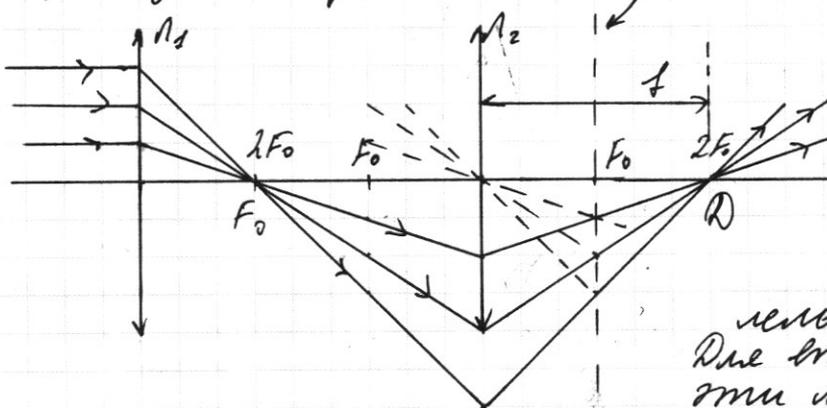
F_0 .

1) f - ?

2) v - ?

3) t_1 - ?

1) После прохождения системы линз все лучи сойдутся в одной точке, в которой расположен фотодетектор.



Лучи, от лупы преломляются в линзе 1, они пройдут через фокус линзы 1, т.к. падает параллельно линзе.

Для второй линзы эти лучи ~~падают~~ падают из двойного фокусного расстояния второй линзы, поэтому

после преломления они также попадут в двойной фокус 2-й л.з. Значит $f = 2F_0$. Ответ: 1) $f = 2F_0$.

N 4

$L_1 = 2L$

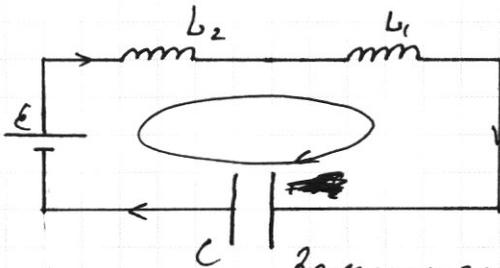
$L_2 = L$

1) $T = ?$

2) $I_{m1} = ?$

3) $I_{m2} = ?$

1) 1. Когда ток течёт в положительном направлении источника, диод D закрыт. Тогда цепь имеет следующий вид:



Рассмотрим произвольный момент после замыкания ключа, когда ток течёт в положительном направлении источника.

Запишем первое правило Кирхгофа: $E + \mathcal{E}_{L_1} + \mathcal{E}_{L_2} = U_C$, где $\mathcal{E}_{L_1}, \mathcal{E}_{L_2}$ - ЭДС самоиндукции в катушках L_2 и L_1 , U_C - напряжение на конденсаторе.

$\mathcal{E}_{L_1} = -L_1 \frac{\Delta I}{\Delta t}, \mathcal{E}_{L_2} = -L_2 \frac{\Delta I}{\Delta t},$
 $E - 2LI - LI = \frac{Q}{C};$ катушки соединены последовательно, поэтому изменение тока во одинаковое время в катушках одинаково.

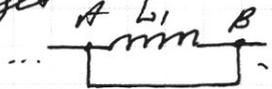
~~$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q}, I = \dot{Q}$~~

$3L\ddot{Q} + \frac{1}{C} \cdot Q = E; \ddot{Q} + \frac{1}{3LC} Q = \frac{E}{3L}$ - решением

данного диф. уравнения является уравнение гармонических колебаний: ~~$Q = Q_0 \cos(\omega t + \phi)$~~

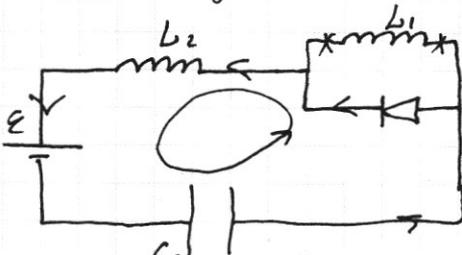
где ~~$\omega = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$~~ , $\omega = \sqrt{\frac{1}{3LC}}, T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{3LC}.$

2. Когда конденсатор полностью зарядится, он начнёт разряжаться, ток пойдёт в обратную сторону, поэтому диод откроется. Часть цепи, содержащая катушку L_2 , будет подключена параллельно обкладкам проводу (т.к. диод идеальный).



т.к. диод идеальный, потенциал (часть цепи) точек А и В равен, значит напряжение на L_1 равно нулю: $-L_1 \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$, значит ток через катушку не меняется и остаётся равным 0, т.к. в момент, когда конденсатор зарядится, ток прекратится. В этот момент конденсатор зарядится до максимального напряжения, равного E , в нём запасена энергия $W_C = \frac{CE^2}{2}.$

Далше цепь имеет следующий вид:



Запишем правило Кирхгофа для произвольного момента времени, когда диод открыт:

$-E + \mathcal{E}_{L_2} = U_{C'}$, где \mathcal{E}_{L_2} - ЭДС самоиндукции в катушке L_2 , $U_{C'}$ - напряжение на конденсаторе.

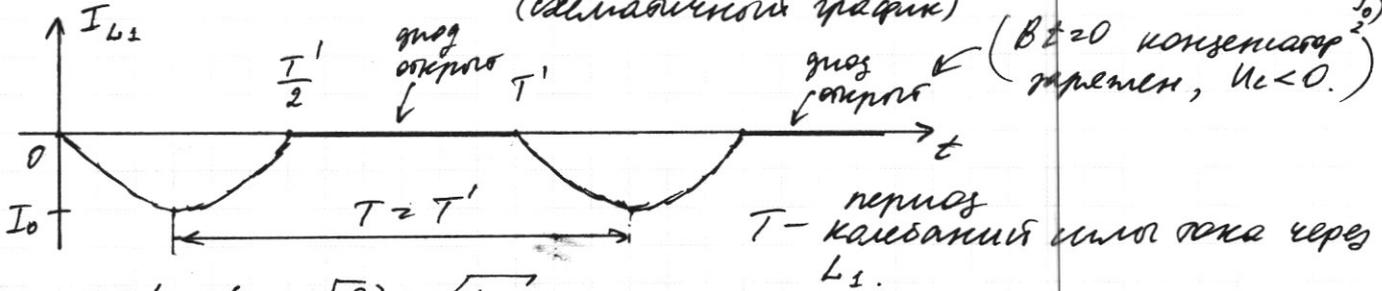
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-E - L \dot{i} = \frac{q}{C}, \quad -E - L \ddot{q} = \frac{1}{C} q, \quad \ddot{q} + \frac{1}{LC} q = -\frac{E}{L}$$
 - решив данное диф. уравнение и выведя уравнение гармонических колебаний со смещённым положением равновесия, где $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \Rightarrow T_2 = 2\pi \sqrt{LC}$.

3. В данной системе происходит сложное колебание, представляющее ~~се~~ суперпозицию двух колебаний. Период этих колебаний можно вычислить следующим образом: $T = \frac{1}{2} T_1 + \frac{1}{2} T_2 = \pi \sqrt{3LC} + \pi \sqrt{LC} = \pi \sqrt{LC} \cdot (1 + \sqrt{3})$.

T' - период колебаний в катушке L_2 и конденсаторе.

В катушке L_1 за время T' будет происходить половинное колебание. Можно построить график зависимости силы тока через L_1 от времени: $I_{L_1} = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ (самая чёткая запись)



2) В L_1 будет идти максимальный ток, когда $q = 0$ и $U_C = 0$. Через L_1 и L_2 будет течь ток I_{m1} , напряжение на конденсаторе будет равно 0, т.к. он будет разряжен. ~~Эти моменты являются интересными моментами~~
~~закон сохранения энергии:~~

$$I_{m1}^2 \cdot \frac{L_1}{2} + I_{m2}^2 \cdot \frac{L_2}{2} = C E^2$$

$$I_{m1}^2 \cdot \frac{L_1}{2} + I_{m2}^2 \cdot \frac{L_2}{2} = C E^2$$

$$I_{m1}^2 \cdot \frac{L_1}{2} + I_{m2}^2 \cdot \frac{L_2}{2} = C E^2$$

$I_{m1} = I_{m2} = I_m = C E$ - максимальной заряд конденсатора.
 $I_{m1} = I_m \cdot \omega_1 = \frac{C E}{\sqrt{3LC}}$

3) Через L_2 ток будет максимальным тогда, когда $q = 0$ и $U_C = 0$, через L_1 не пойдет ток: $I_{m2} = I_m \cdot \omega_2 = \frac{C E}{\sqrt{LC}}$
 Ответ: 1) $T = (1 + \sqrt{3}) \pi \sqrt{LC}$, 2) $I_{m1} = \frac{C E}{\sqrt{3LC}}$, 3) $I_{m2} = \frac{C E}{\sqrt{LC}}$

№ 3.

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

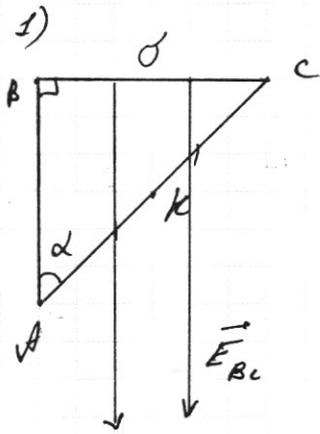
2) $\alpha = \frac{\pi}{7}$

$\sigma_1 = 2\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

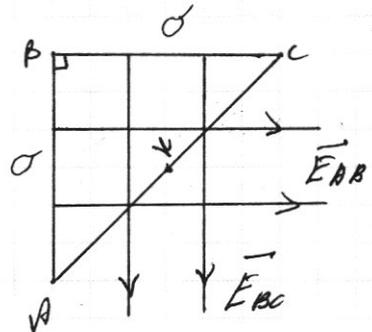
1) $\frac{E'}{E} = ?$

2) $E_2 = ?$

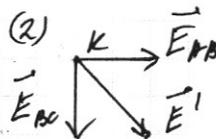
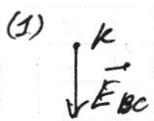


Точка К расположена до
соедин BC и AK.
Потому в треугольнике
 $E' = E\sqrt{2}$.

Напряжённости
от пластин BC и
AK равны,
 $|E_{BC}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
 $|E_{AB}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

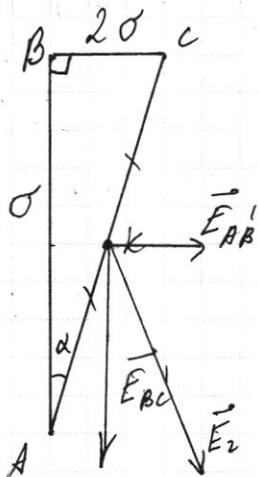


$E = E_{BC}$



$E' = \sqrt{2} \cdot E$
 $\frac{E'}{E} = \sqrt{2}$

2)



От бесконечных пластин
напряжённости постоянны.

$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$E_{BC} = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0}$

$E_2 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$ по теореме Пифагора
 $= \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{4\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}$

Ответ: 1) $\frac{E'}{E} = \sqrt{2}$, 2) $E_2 = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = \frac{3}{2} \text{ моль}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$C_V = \frac{5}{2} R$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

1) $\frac{V_{O_1}}{V_{O_2}} - ?$

2) $T - ?$

3) $Q - ?$

рис. 1.

T_1	N_2		O_2
V_{O_1}	γ	V_{O_2}	γ
	P_{O_1}		P_{O_2}

рис. 2

T	N_2	T	O_2
V_1	γ	V_2	γ
	P_1		P_2

1) Пусть изначально давление в отсеке с азотом равно P_{O_1} , а с кислородом - P_{O_2} , начальный объём отсека с азотом равен V_{O_1} , а с кислородом - V_{O_2} (см. рис. 1).

По условию задачи поршень движется медленно, т.е. без ускорения, значит в любой момент времени можно считать, что силы давления с обеих отсеков равно, то есть давление равно: $P_{O_1} = P_{O_2} = P_0$

Уравнение Клапейрона-Менделеева:

$$\begin{cases} P_{O_1} V_{O_1} = \gamma R T_1 & \frac{P_0 V_{O_1}}{P_0 V_{O_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{V_{O_1}}{V_{O_2}} \\ P_{O_2} V_{O_2} = \gamma R T_2 \end{cases}$$

$$\frac{V_{O_1}}{V_{O_2}} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

Пусть объём всего сосуда равен $8V'$, тогда $V_{O_1} = 3V'$, а $V_{O_2} = 5V'$.

2) Поскольку поршень движется медленно, ~~то~~ давление в отсеках в любой момент времени равно.

Пусть в момент остановки поршня давление в отсеке с азотом равно P_1 , а в отсеке с кислородом - P_2 , тогда $P_1 = P_2 = P$. V_1 - объём отсека с азотом в этот момент времени, а V_2 - с кислородом (см. рис. 2).

Пусть в обоих отсеках сосуда температура равна T .

Уравнение Клапейрона-Менделеева: $\begin{cases} P V_1 = \gamma R T \\ P V_2 = \gamma R T \end{cases} \Rightarrow V_1 = V_2 = V$

$$V = \frac{1}{2} V_{O_1} + \frac{1}{2} V_{O_2} = \frac{1}{2} \cdot 8V' = 4V'$$

Для азота: $\begin{cases} P_0 V_{O_1} = \gamma R T_1 \\ P V = \gamma R T \end{cases} \quad \frac{P_0 V_{O_1}}{P V} = \frac{P_0 \cdot 3V'}{P \cdot 4V'} = \frac{T_1}{T} = \frac{3}{4}$, откуда

$$T = \frac{4}{3} T_1 = 400 \text{ K.}$$

3) Сосуд теплоизолирован, поэтому количество теплоты, Q , которое кислород передал азоту, равно количеству теплоты, которое получил азот из O_2 , которое пошло на расширение и нагревание газа: Q - первое начало термодинамики:

$$Q_{O_2} = \Delta A_{O_2} + \Delta U_{O_2}$$

$A_{газ} = p \Delta V_{газ}$, т.к. процесс изобарный (работа газа - $A_{газ}$).

$$A_{газ} = pV - pV_{01} = \gamma RT - \gamma RT_1 = \gamma R(T - T_1)$$

$\Delta U_{газ}$ - изменение внутренней энергии газа.

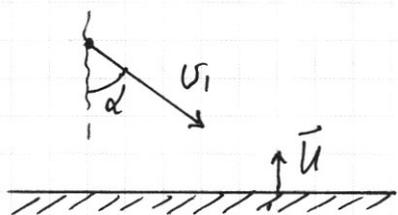
~~N_2 - двухатомный~~ $C_V = \frac{5}{2}R = \frac{i}{2}R \Rightarrow i = 5$ - число степеней свободы.

$$\Delta U_{газ} = \frac{i}{2} \gamma R(T - T_1) = \frac{5}{2} \gamma R(T - T_1)$$

$$Q = A_{газ} + \Delta U_{газ} = \left(\frac{5}{2} + 1\right) \gamma R(T - T_1) = \frac{7}{2} \gamma R(T - T_1) = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 100 = 50$$
$$= 3 \cdot 50 R = 150 R = 1246,5 \text{ Дж.}$$

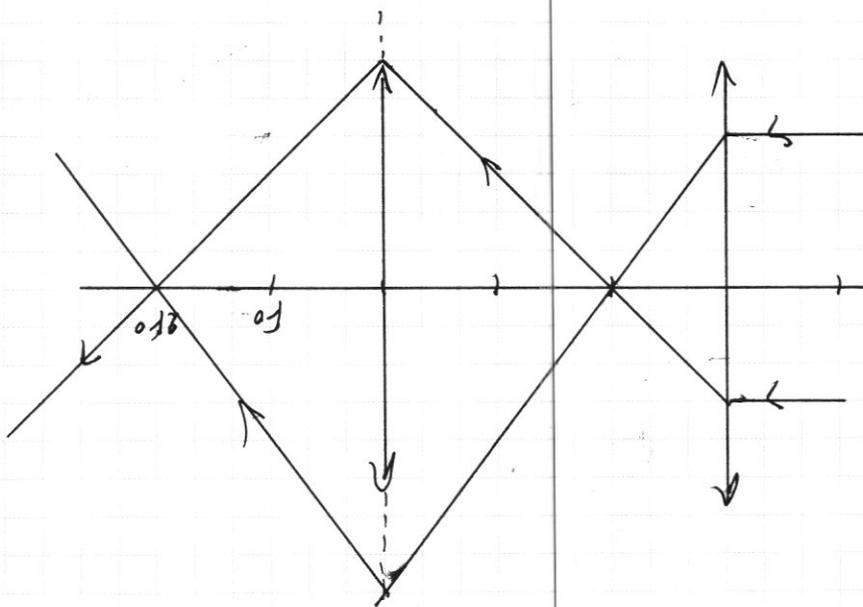
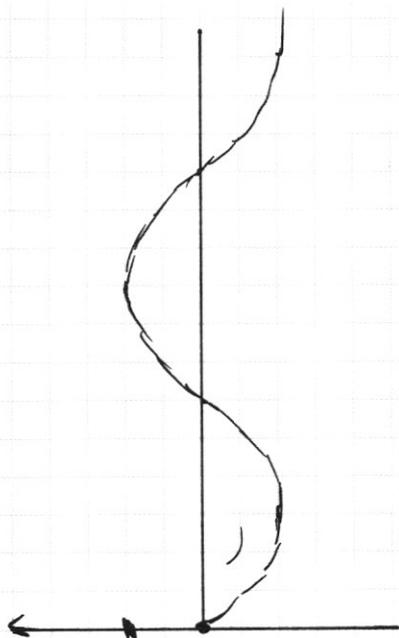
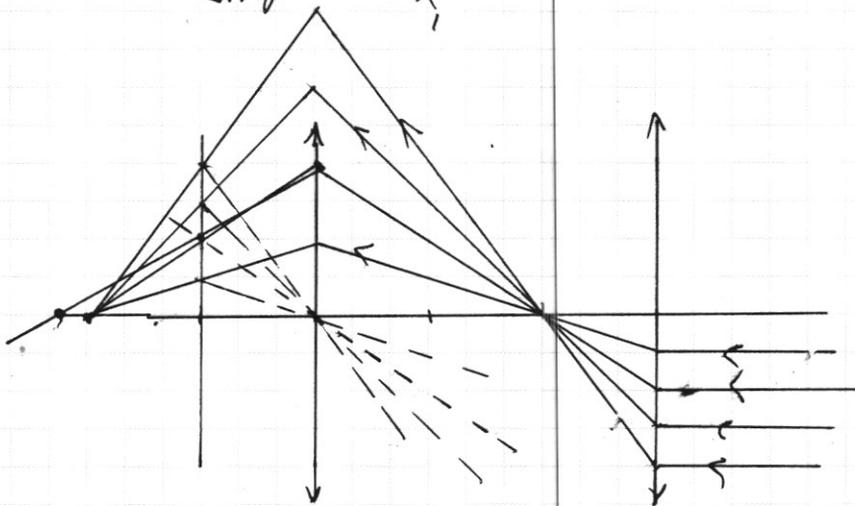
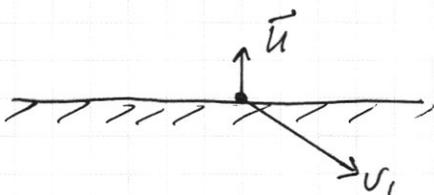
Ответ: 1) $\frac{V_{01}}{V_{02}} = \frac{3}{5}$, 2) $T = 400 \text{ К}$, 3) $Q = 1246,5 \text{ Дж}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} U_3 \cos \alpha + U = U_2 \cos \beta \\ U_1 \sin \alpha = U_2 \sin \beta \end{cases}$$

$$U_2 = \frac{U \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3 \cdot 2}{1} = 12 \text{ м/с}$$



$Q_{\text{из}} = Q_{\text{вх}}$

~~Анз~~

$$\Delta Q = \Delta U_1 + \Delta A_1 = \Delta U_2 + \Delta A_2$$

$$\frac{5}{2} \gamma R (T_1 - T_1) + p_i (V_i - V_{01}) =$$

$$= \frac{5}{2} \gamma R (T_2 - T_1) - p_i (V_{02} - V_i)$$

$$\frac{5}{2} \gamma R T_1 - \frac{5}{2} \gamma R T_2 + p_i V_i - p_i V_{01} =$$

$$= \frac{5}{2} \gamma R T_2 + \frac{5}{2} \gamma R T_1 - p_i V_{02} + p_i V_i$$

$$-\frac{5}{2} \gamma R T_2 - p_i V_{01} = -p_i V_{02} - \frac{5}{2} \gamma R T_2$$

$$C_p = C_v + R = \frac{5}{2} R + R = \frac{7}{2} R$$

$$Q = \frac{7}{2} R \cdot \nu \cdot \Delta T = \frac{7}{2} \cdot R \cdot \frac{3}{2} \cdot 10^2 = 150 R$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 12465 \end{array}$$

$$\sqrt{27}$$

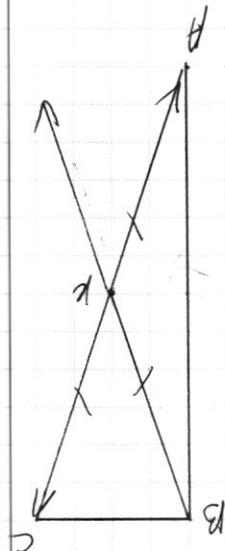
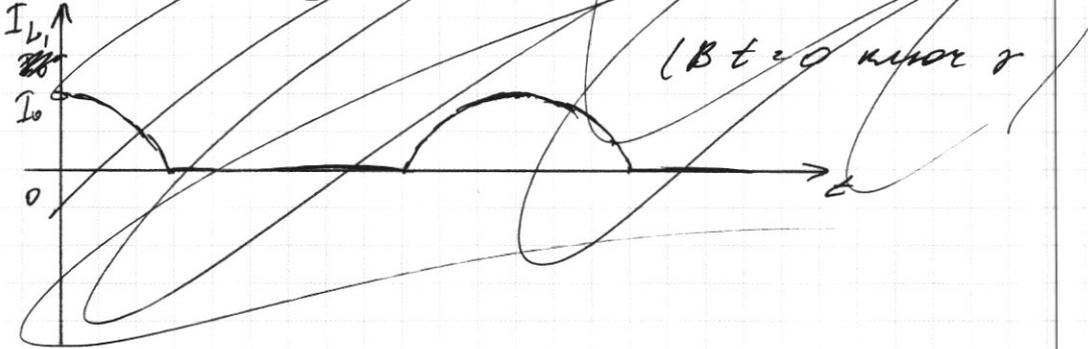
$$\sqrt{14}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(дополнение к задаче 4)

(I_L меняется не по синусу, а по косинусу:

$I_L = I_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$, форма примерно так:

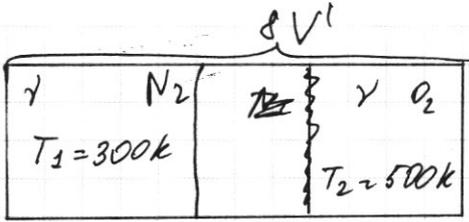




черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$p) \begin{cases} p_1 V_1 = \gamma R T_1 \\ p_2 V_2 = \gamma R T_2 \end{cases}$$

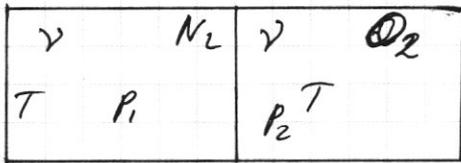
$$p_1 = p_2 = p_0$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

$$V_{O_1} = 3V'$$

$$V_{O_2} = 5V'$$

$$V_2 = 4V'$$



$$2) p_1 = p_2 = p = p_0$$

$$V_1 = V_2 = V$$

$$p_0 V_{O_1} = \gamma R T_1$$

$$p_0 V = \gamma R T$$

$$\frac{V_{O_1}}{V} = \frac{T_1}{T}$$

$$\begin{array}{r} \times 8,37 \\ 4155 \\ 831 \\ \hline 1246,50 \end{array}$$

$$\frac{T_1}{T} = \frac{3V'}{4V'} = \frac{3}{4}$$

$$T_2 = \frac{4}{3} T_1 = 400K$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow T_2 = \frac{4}{5} T_1 = 400K$$

3) Qарама-каршы эки процесс

$$p \Delta V_{O_2} + \frac{5}{2} R \gamma \Delta T = \dots$$

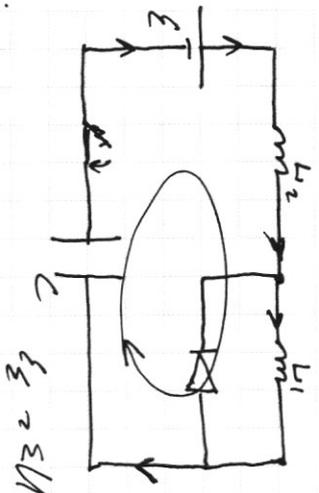
$$p V_1 - p_0 V_1$$

$$\gamma R T_1 - \gamma R T_2 = \gamma R \Delta T$$

$$p_0 = \frac{\gamma R T_1}{V_{O_1}} = \frac{\gamma R T_1}{3V'}$$

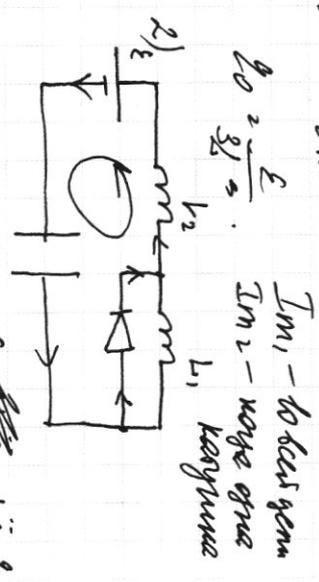
$$p = \frac{\gamma R T}{4V'}$$

$$\frac{p_0 V_{O_1}}{p V_1} = \frac{\gamma R T_1}{3V'}$$



$$\frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L_1^2}}$$

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L_1^2}}$$



$$I = I_m \cos \omega t$$

$$I_m = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L_1^2}}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

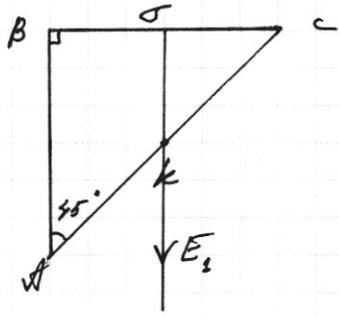
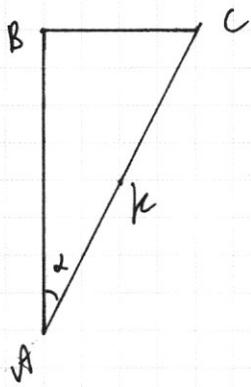
$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L_1^2}$$

$$I = \frac{E}{Z}$$

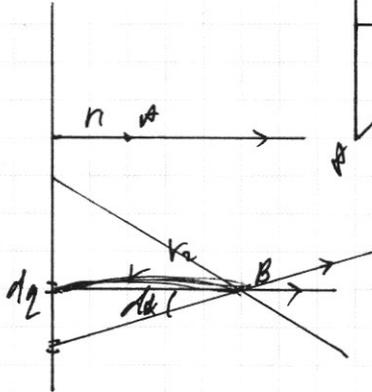
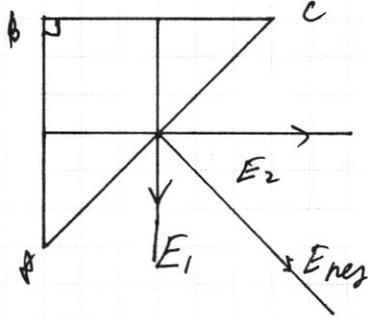
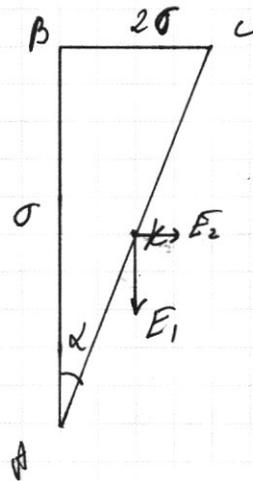
$$E = I R + I \omega L_1$$

$$E = I \sqrt{R^2 + \omega^2 L_1^2}$$

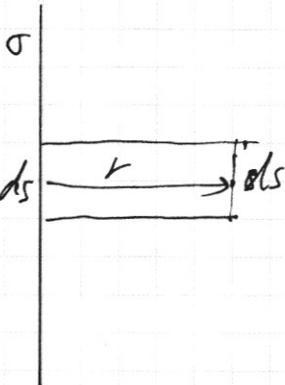
Handwritten signature



$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



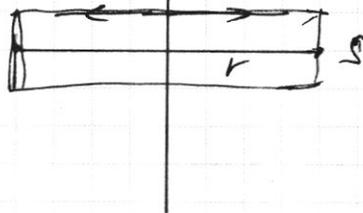
$$\frac{k \cdot d_2}{\left(\frac{r}{\cos \alpha}\right)^2} \cdot \cos \alpha \, d\alpha = \frac{k \cdot d_2}{r^2} \cos^3 \alpha \, d\alpha$$



$$E \cdot dS \cdot r = \frac{\sigma r S}{\epsilon_0}$$

$$E = 2 \cdot \frac{\sigma r}{\epsilon_0} = \frac{\sigma r}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2r\epsilon_0} = \frac{\rho}{2r\epsilon_0}$$



$$CE = 37 \text{ Im}^2$$

$$2CE = CE + 37 \text{ Im}^2$$

система уравнений

