

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

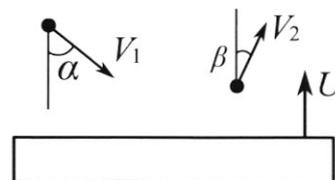
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

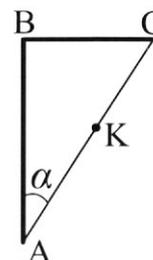


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

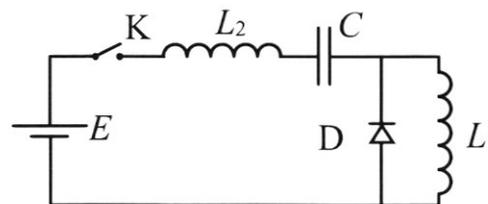
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

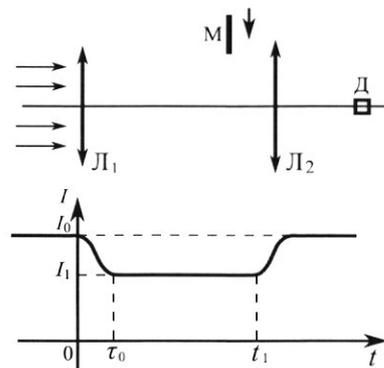
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L, L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

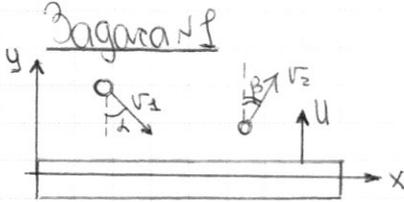
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $v_1 = 6 \text{ м/с}$
 $\sin \alpha = \frac{2}{3}$
 $\sin \beta = \frac{1}{3}$

Найти: а) v_2 -? б) u -?

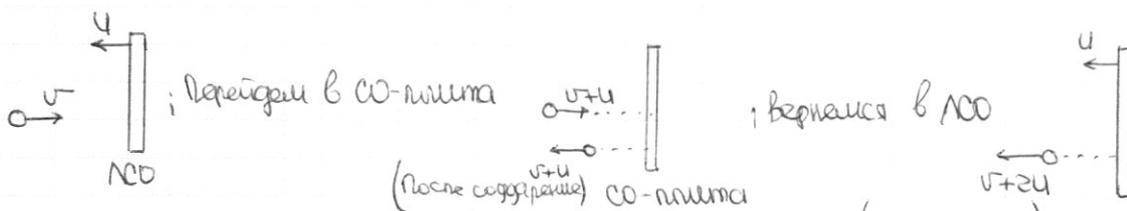
1) Введем ось x . По этой оси на нашу систему тел (шар и плита) не действуют внешние силы, поэтому скорость шарика ~~останется~~ и плиты вдоль ox останется постоянными

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}; v_2 = 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} = 12 \text{ м/с}$$

2) Так удар неупругий, то часть энергии, которой обладает шарик до соударения, перейдет в энергию взаимодействия с массивной плитой. Рассмотрим ~~уменьшение~~ ~~плиты~~ изменение скорости шарика вдоль Oy

Рассмотрим похожую ситуацию, ситуацию ~~это~~ абсолютно упругого удара шарика с массивной плитой



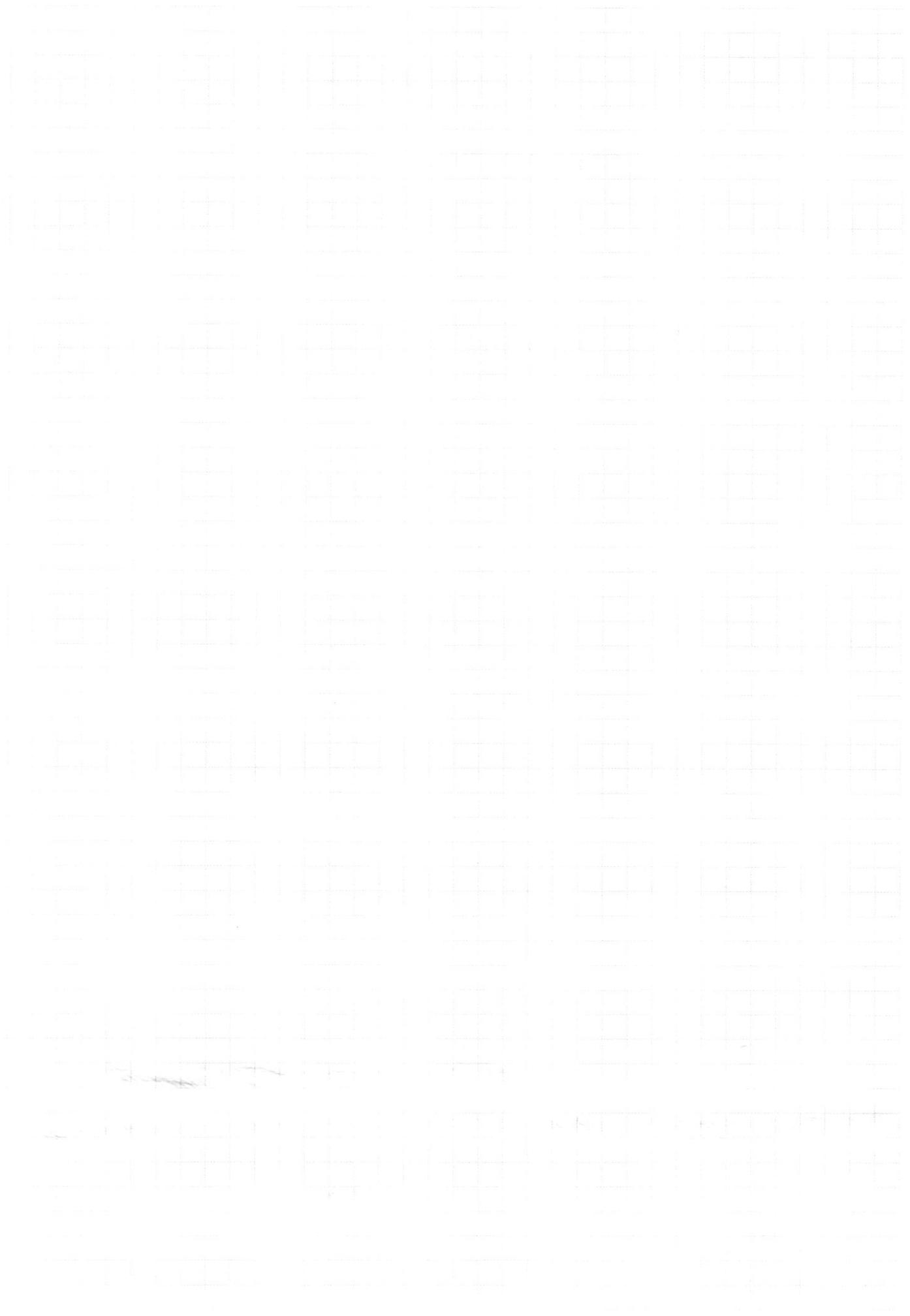
Составим аналогичное уравнение для нашей ситуации: ($v_k = v + 2u$)

$v_2 \cos \beta = v_y + 2u$; v_y - скорость шарика перед соударением, когда часть его E_k уже ушла в E_n взаимодействия с плитой

Только в нашей случае, скорость $v_2 \cos \beta$ может принимать различные значения в зависимости от ~~типа~~ соударения. Рассмотрим

параметры значения:

1. $v_2 \cos \beta = 0$; $v_2 \cos \beta = 2u$; $u = \frac{v_2 \cos \beta}{2}$; (Абсолютно неупругий удар)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$U = \frac{v_2}{2} \cdot \cos \beta = \frac{12}{2} \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2} \text{ (м/с)}$$

2. $v_y = v_1 \cos \alpha$ (Случай абсолютно упругого удара)

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$v_y = v_1 \cdot \cos \alpha = \frac{6 \cdot \sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{5}$$

$$v_2 \cos \beta = v_y + 2U$$

$$U = \frac{v_2 \cos \beta - v_y}{2} = \frac{v_2 \cos \beta - v_y}{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

~~Итого~~

$\Rightarrow U \in (4\sqrt{2} - \sqrt{5}; 4\sqrt{2})$ - в ответ наши граничные значения мы не включаем, т.к. рассматриваем просто неупругий удар

Ответ: 1) ~~U~~ $v_2 = 12 \text{ м/с}$ 2) $U \in (4\sqrt{2} - \sqrt{5}; 4\sqrt{2})$

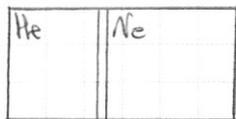


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2



Дано: $T_1 = 330\text{K}; T_2 = 440\text{K}$
 $R = 8,31\text{ (Дж/моль}\cdot\text{К)}$
 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = \frac{6}{25}$

газы одноатомные

Найти: а) $\frac{V_1}{V_2}$ -? б) T_K -? в) ΔQ -?

Решение:

Плк поршень находится в равновесии, по давлениям газы равны
 $(P_1 = P_2)$

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1; P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{\nu_2 R T_2}; \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{\nu_2 R T_2}; \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$$

Плк поршень движется медленно, по давление в каждой части не меняется остается постоянным и процесс можно считать изобарным.
 Пусть начальный объем сосуда V_0 ; $V_1 + V_2 = V_0$; $V_1 = \frac{3}{4} V_2$

$$\frac{3}{4} V_2 + V_2 = V_0; \frac{7}{4} V_2 = V_0; V_2 = \frac{4}{7} V_0; V_1 = \frac{3}{7} V_0$$

Плк происходящий процесс изобарный, по выполняется следующее соотношение:

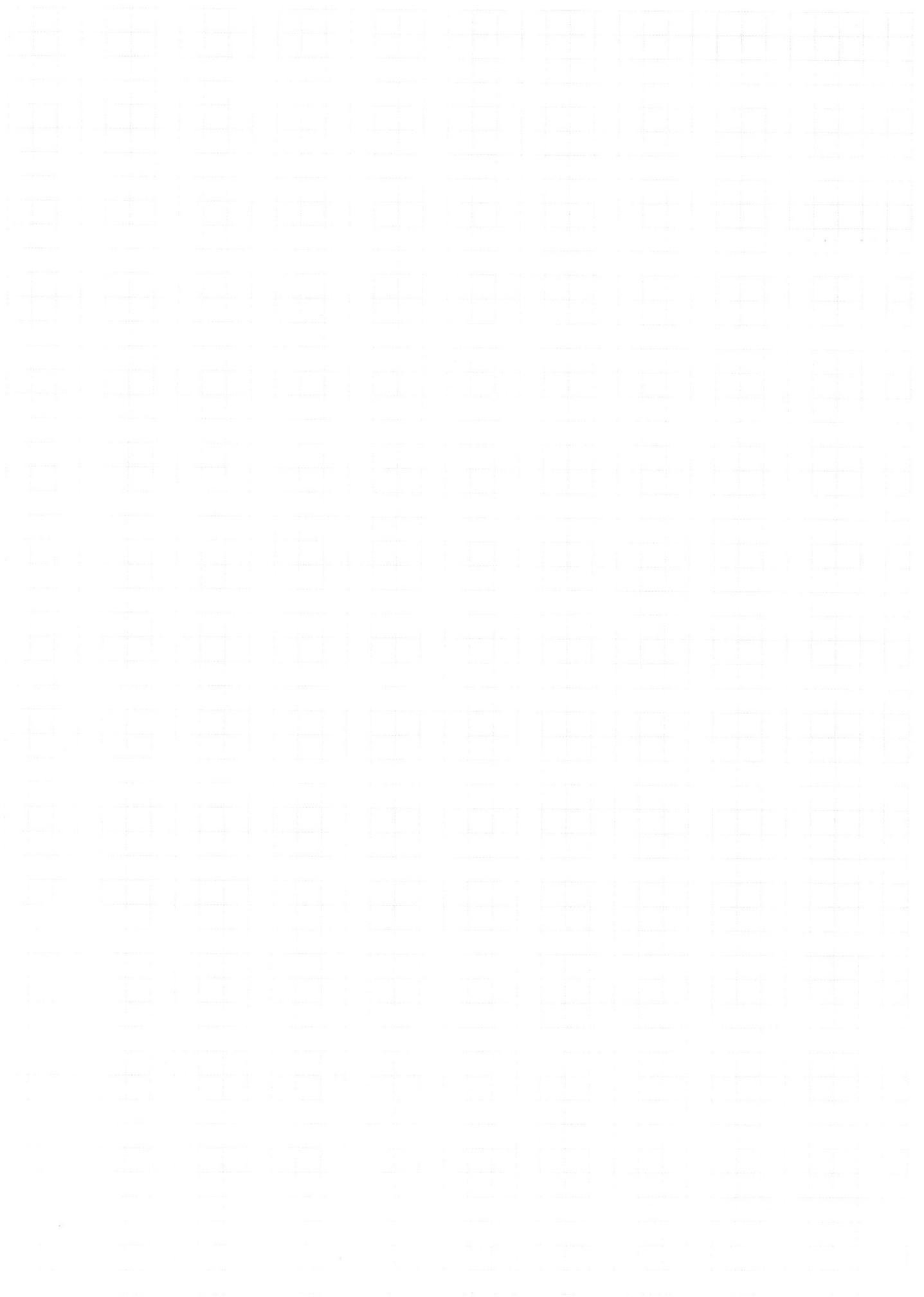
$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_K}{T_K}; \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_K}{T_K}$$

Плк в ~~конце~~ конце процесса давление и температура будут равны (между горячей и холодной), по по закону $pV = \text{const}$, объемы тоже выровняются и станут равными $\frac{V_0}{2}$

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_K}{T_K}; T_K = \frac{V_K}{V_2} \cdot T_2 = \frac{V_0 \cdot 7}{2 \cdot 4 V_0} \cdot 440 = 385\text{ K}$$

Кол-во теплоты, переданное Neonу можно найти, записав первый закон термодинамики для Neона.

$$\Delta Q = \Delta U + A$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_2) = \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_2)$$

$$A = p_2 (V_K - V_2) = p_2 V_K - p_2 V_2$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$p_2 V_K = \nu R T_K$$

$$A = \nu R (T_K - T_2)$$

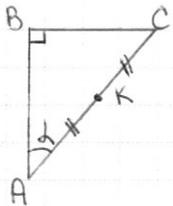
$$\Delta Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_2) + \nu R (T_K - T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T_K - T_2)$$

$$\Delta Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{255} \cdot 8,31 (385 - 440) = \frac{3 \cdot 8,31}{5} (-55) = -33 \cdot 8,31 = -274,23 \text{ Дж}$$

$$|\Delta Q| = 274,23 \text{ Дж}$$

Ответ: а) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$ б) $T_K = 385 \text{ К}$ в) $\Delta Q = 274,23 \text{ Дж}$

Задача 3

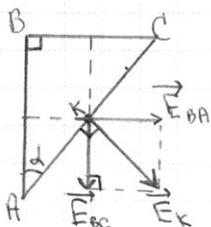


а) $\alpha = \frac{\pi}{4}$; Найти: $\frac{E_K \text{ вдоль } AC}{E_K \text{ BC}}$ - ? б) $\frac{V_{BC}}{V_{AB}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$; $\alpha = \frac{\pi}{8}$; Найти: E_K - ?
 $AK = KC$

Решение

1) Пусть поверхностная плотность заряда пластины BC равна σ , тогда:
 $V_{AB} = V_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (по условию пункта а)

$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; По принципу суперпозиции полей: $\vec{E}_K = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$



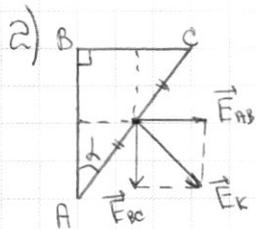
По теореме косинусов: $E_K^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2 - 2E_{AB} \cdot E_{BC} \cdot \cos(\widehat{E_{AB} E_{BC}})$
 $E_K^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2$
 $\cos(\widehat{E_{AB} E_{BC}}) = \cos 90^\circ = 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$E_K^2 = \frac{V^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{V^2}{4\epsilon_0^2} = \frac{V^2}{2\epsilon_0^2}$$

$$E_K = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{V}{\epsilon_0}; E_{BC} = \frac{V}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{E_K}{E_{BC}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{V}{\epsilon_0}}{\frac{V}{2\epsilon_0}} = \sqrt{2}$$



$$E_{AB} = \frac{V_{AB}}{2\epsilon_0} = \frac{V}{2\epsilon_0}$$

$$E_{BC} = \frac{V_{BC}}{2\epsilon_0} = \frac{4V}{2\epsilon_0} = \frac{2V}{\epsilon_0}$$

По принципу суперпозиции полей: $\vec{E}_K = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$

По теореме косинусов: $E_K^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2 - 2E_{AB} \cdot E_{BC} \cdot \cos(\widehat{E_{AB}, E_{BC}})$

$$E_K^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2$$

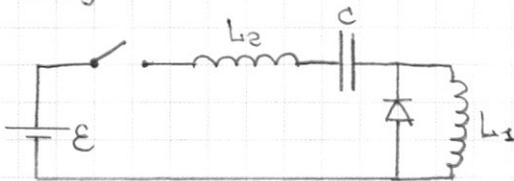
$$\cos(\widehat{E_{AB}, E_{BC}}) = \cos 90^\circ = 0$$

$$E_K^2 = \frac{V^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{4V^2}{\epsilon_0^2} = \frac{17V^2}{4\epsilon_0^2}$$

$$E_K = \frac{\sqrt{17}}{2} \frac{V}{\epsilon_0}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$ 2) $\frac{\sqrt{17}}{2} \frac{V}{\epsilon_0}$

Задача 4



Дано: $L_1 = 3\text{ Гн}$
 $L_2 = 2\text{ Гн}$
 $\epsilon; C$

Найти: 1) T - ? 2) I_{01} - ? 3) I_{02} - ?

Решение:

$$1. T = 2\pi\sqrt{L_2 C} = 2\pi\sqrt{2LC}$$

При зарядке конденсатора ток идет вправо через конденсатор. Так через диод ток идти не может, но ток пойдет через катушку L_1 . Конденсатор зарядится до $U_c = \mathcal{E}$ и тогда решим в цепи обратную задачу (т.е. $I_1 = I_2 = 0$). Потом ток пойдет в обратную сторону и ~~не~~ через катушку L_1 он уже не пойдет.

\Rightarrow в первом случае ток в цепи L_1 был максимальным.

Запишем ЗСЭ для первого случая

$$\mathcal{E} \begin{pmatrix} 0 - C\mathcal{E} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix} = \underbrace{\left(\frac{C\mathcal{E}^2 - 0}{2} \right)}_{\Delta W_C} + \underbrace{\left(0 - \frac{L_1 I_m^2}{2} \right)}_{\Delta W_{L_1}} + \underbrace{\left(0 - \frac{L_2 I_m^2}{2} \right)}_{\Delta W_{L_2}}. \text{ Ток в катушках одинаков из-за последовательного подключения}$$

$$-C\mathcal{E}^2 - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = -\frac{3L_1 I_m^2}{2} - \frac{2L_2 I_m^2}{2}$$

$$\frac{5L_1 I_m^2}{2} = \frac{3C\mathcal{E}^2}{2}$$

$$I_{1\max} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{3C}{5L_1}} = I_{mL_1}$$

Рассмотрим ЗСЭ для второго случая, когда конденсатор разряжается

$$\mathcal{E}(C\mathcal{E} - 0) = \underbrace{\left(0 - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \right)}_{\Delta W_C} + \underbrace{\left(\frac{L_2 I_2^2 - 0}{2} \right)}_{\Delta W_{L_2}} + \underbrace{0}_{\Delta W_{L_1}}$$

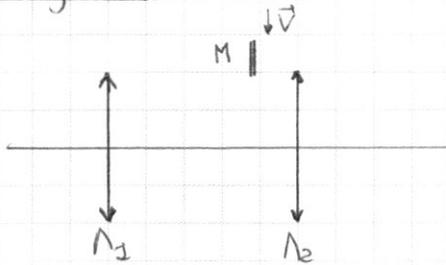
$$\frac{3C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{2L_2 I_2^2}{2}$$

$$I_2 = \mathcal{E} \sqrt{\frac{3C}{2L_2}}; \text{ заметим, что } I_2 > I_1, \Rightarrow \text{ это максимальный ток в катушке } L_2$$

Ответ: 1) $T = 2\pi\sqrt{2LC}$ 2) $\mathcal{E} \sqrt{\frac{3C}{5L_1}}$ 3) $\mathcal{E} \sqrt{\frac{3C}{2L_2}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5



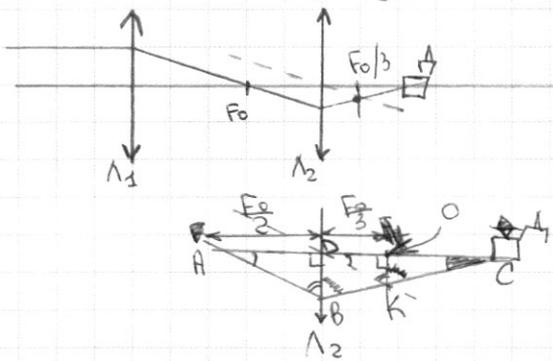
Дано: $F_1 = F_0$; $F_2 = \frac{F_0}{3}$; D ; τ_0

$L = \frac{5}{4} F_0$; $I_1 = \frac{8}{9} I_0$

Найти: 1) ℓ_A ? 2) v ? 3) t_1 ?

Решение

Построим ход одного из лучей



$\triangle ADB \sim \triangle DOK$ (по трем углам)

$$\frac{AD}{DO} = \frac{DB}{OK} = \frac{F_0 \cdot 3}{2 \cdot F_0} = \frac{3}{2}$$

$\triangle BDC \sim \triangle KOC$ (по трем углам)

$$\frac{BD}{OK} = \frac{DC}{OC} = \frac{3}{2}$$

$$DC = DO + OC$$

$$\frac{DC}{OC} = \frac{DO + OC}{OC} = \frac{3}{2} = \frac{DO}{OC} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{DO}{OC} = \frac{1}{2}; DO = \frac{F_0}{3}; OC = 2DO = \frac{2F_0}{3}$$

$$DC = DO + OC = \frac{F_0}{3} + \frac{2F_0}{3} = F_0$$

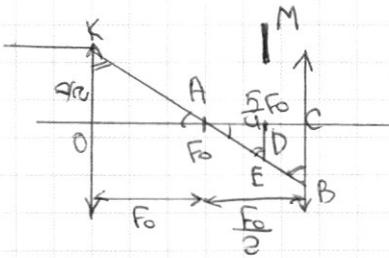


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Эта линия и мишень имеют форму круга. Заметили по графике, что когда мишень ~~пересекает~~ оказалась между линией и мишенью, то ток уменьшился на $1 I_0$. Это произошло, т.к. мишень перекрыла собой часть ~~света~~.



$\triangle AOK \sim \triangle ACB$ (по трем углам)

$$\frac{OK}{CB} = \frac{AO}{AC} = 2; \quad OK = \frac{D}{2}; \quad BC = \frac{OK}{2} = \frac{D}{4}$$

$\triangle AED \sim \triangle ABC$ (по трем углам)

$$\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}; \quad AD = \frac{5F_0 - F_0}{4} = \frac{F_0}{4}$$

$$\frac{F_0 \cdot 2}{4 \cdot F_0} = \frac{ED \cdot 4}{D}; \quad ED = \frac{D}{8}$$

Место, где мишень пересекет поток света будет иметь диаметр равный $2ED = \frac{D}{4} = D'$

Так из-за мишки ток уменьшается в $\frac{8}{9}$ раз, то и диаметр

мишки в $\frac{8}{9}$ раз меньше D'

$$D_{\text{ш}} = \frac{8}{9} D' = \frac{8}{9} \cdot \frac{D}{4} = \frac{2}{9} D$$

Это расстояние мишень пройдет за $t = \tau_0$ (это несложно определить по графике)

$$\Rightarrow V = \frac{D_{\text{ш}}}{\tau_0} = \frac{2D}{9\tau_0}$$

Все расстояние $\frac{D'}{V}$ мишень пройдет за время $t = t_1 - \tau_0$

$$t = \frac{D'}{V} = \frac{D \cdot 9\tau_0}{4 \cdot 2D} = \frac{9}{8} \tau_0; \quad t_1 = t + \tau_0 = \frac{9}{8} \tau_0 + \tau_0 = \frac{17}{8} \tau_0$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ШИФР (заполняется секретарём)

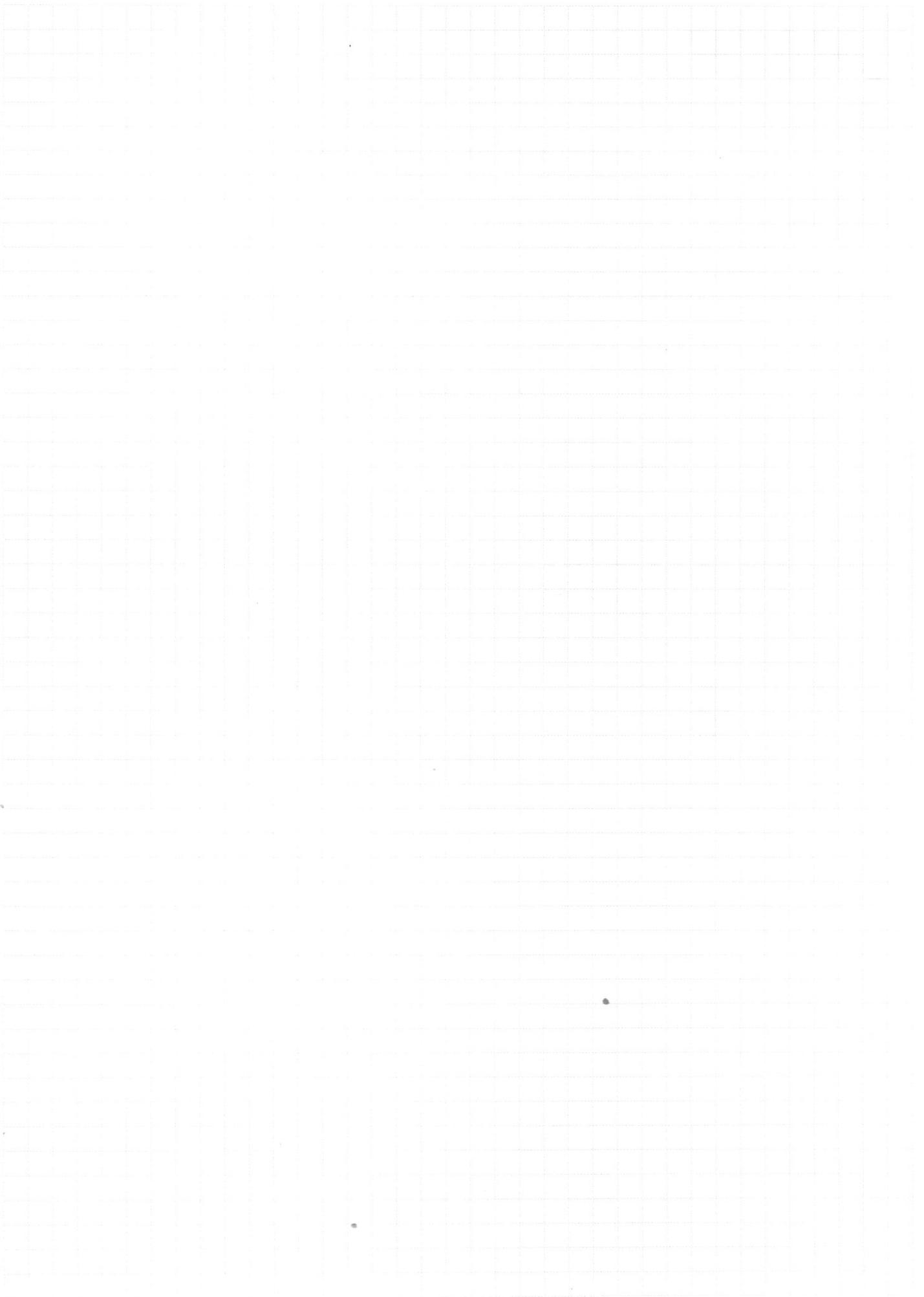
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: 1) F_0 2) $\frac{2D}{9\tau_0}$ 3) $\frac{17}{8}\tau_0$



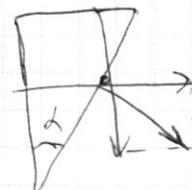
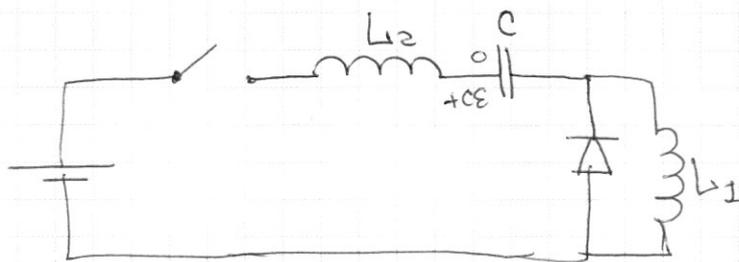
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

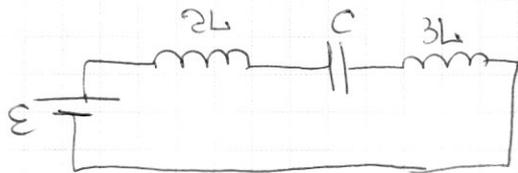


$I_{01} - ?$

$$\mathcal{E}(\infty) = 0 - \frac{\mathcal{E}^2 C}{2} + \frac{L I^2}{2}$$

$$\frac{3}{2} \mathcal{E}^2 C = \frac{L I^2}{2}$$

$$I = \sqrt{\frac{3 \mathcal{E}^2 C}{L}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{3C}{L}}$$



$$\mathcal{E}^2 = \frac{C \mathcal{E}^2}{2} - 0 + 0 - \frac{2L I^2}{2} - \frac{3L I^2}{2}$$