

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

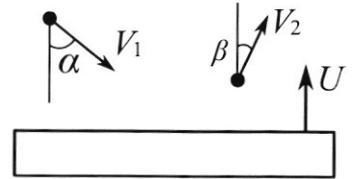
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

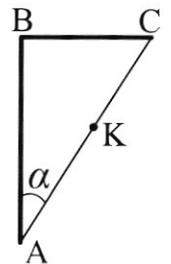
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

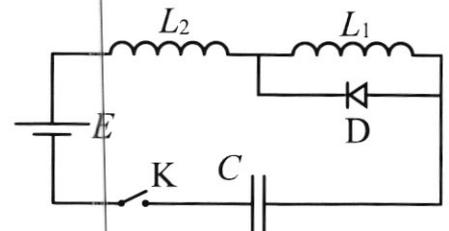
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

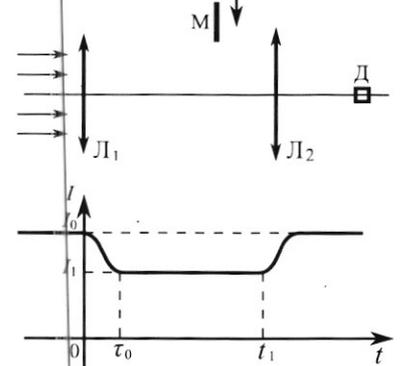


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#21

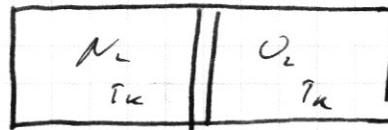
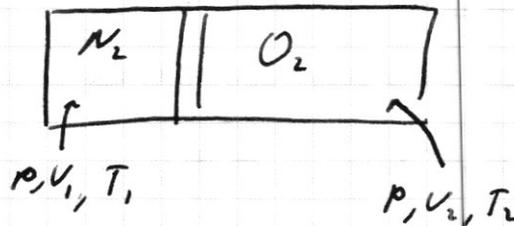
$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$Q = \frac{3}{7} \text{ моль.}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

$$R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$



Решение:

1) П.к. поршень
уравновешен, то
давление в сосудах

равны в любой момент
времени (температура
вернется к началу).

Запишем уравнение состояния
 N_2 и O_2 (в том же порядке)

$$p V_1 = \nu R T_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = \frac{3}{5} = 0.6$$

2) Когда установившаяся температура в сосуде. П.к. системы термодинамически и увеличута, то суммарная внутренняя энергия сохраняется

$$U_1 + U_2 = U_{1k} + U_{2k}$$

U_1, U_{1k} - начальная и конечная энергии N_1 , U_2, U_{2k} - O_2 .

$$U_1 = \frac{5}{2} \nu R T_1, \quad U_2 = \frac{5}{2} \nu R T_2$$

$$U_{1k} = U_{2k} = \frac{5}{2} \nu R T_k$$

Получим. $\frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2 = 2 \cdot \frac{5}{2} \nu R T_k$

$$T_1 + T_2 = 2 T_k \Rightarrow T_k = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$T_k = \frac{300\text{K} + 500\text{K}}{2} = 400\text{K}$$

3) Попробуем, что давление в этом процессе остается постоянным.

Запишем уравнение состояния для N_1 и O_2 .

$$p V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow p(V_1 + V_2) = \nu R T_1 + \nu R T_2 \Rightarrow$$

$$p V_2 = \nu R T_2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} p(V_1 + V_2) = \frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2$$

$$\text{Но } \frac{5}{2} \nu R T_1 = U_1, \quad \frac{5}{2} \nu R T_2 = U_2$$

П.к. $U_1 + U_2 = \text{const}$, $V_1 + V_2 = \text{const}$ (сосуд не меняет объема) то $p = \text{const}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Полюи уикный процесс является изобарическим.
Знаем температурную историю при

$$p = \text{const.}$$

$$C_p = C_v + R = \frac{\gamma R}{2}.$$

Полюи $Q = C_p \Delta T = (T_2 - T_1)$

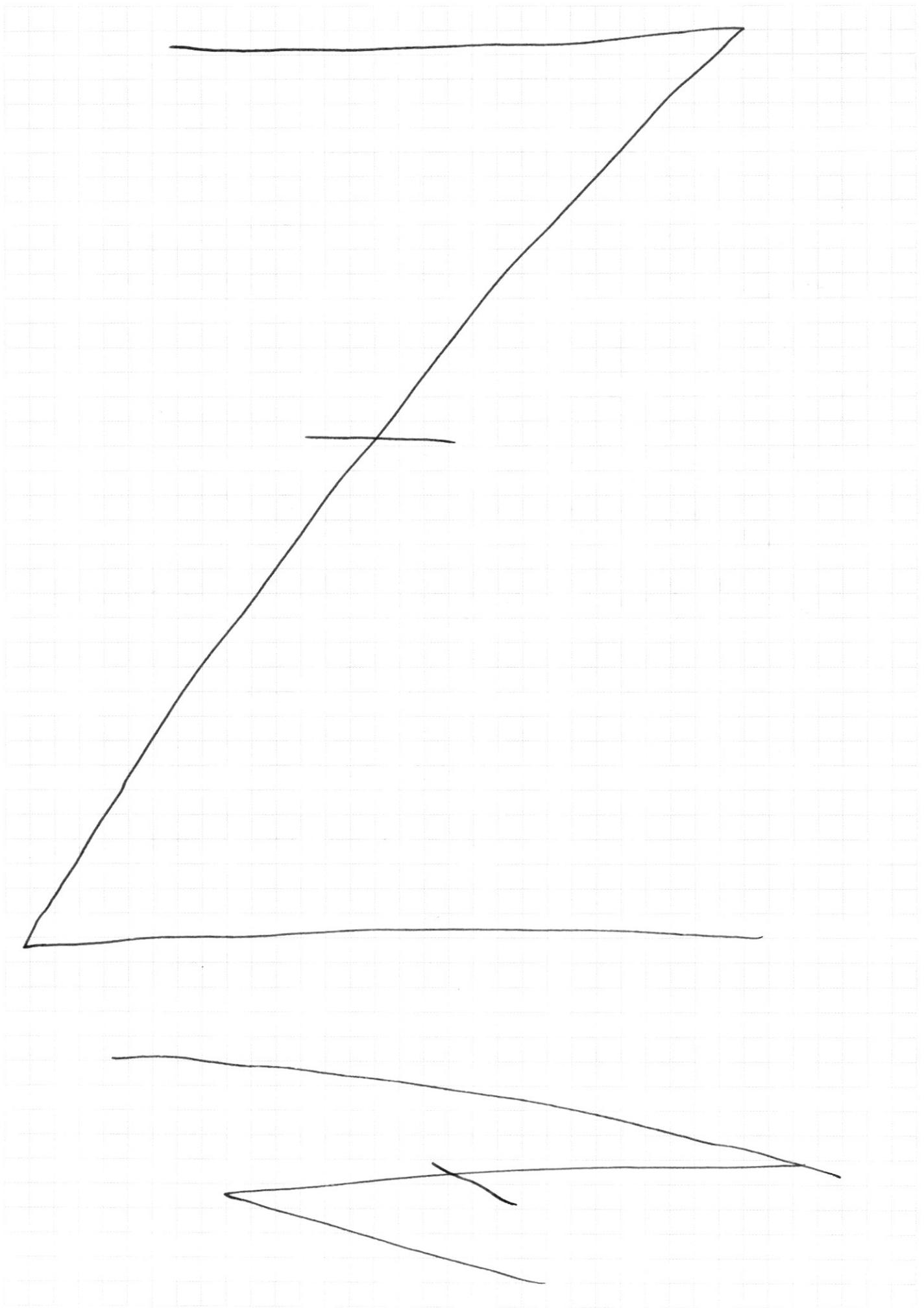
$$Q = \frac{\gamma}{2} R \Delta T = \frac{\gamma}{2} R \frac{T_2 - T_1}{2}.$$

$$Q = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{3}{2} \text{ моль} \cdot 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \frac{500 \text{ К} - 300 \text{ К}}{2} = 1246,5 \text{ Дж}.$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = 0.6$

2) $T_2 = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ К}.$

3) $Q = \frac{\gamma}{2} R \frac{T_2 - T_1}{2} = 1246,5 \text{ Дж}.$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

11

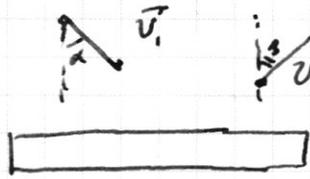
$$v_1 = 8 \text{ м/с.}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$v_2 = ?$$

$$u = ?$$



Решение:

1) Пл. и поверхность

шлифовые, то

скорость вдоль поверхности

сохраняется. Пл. е

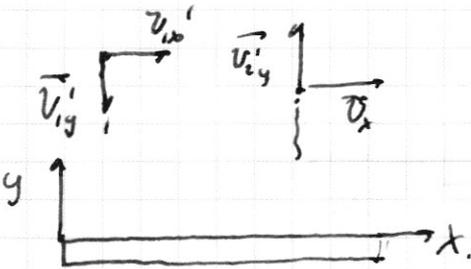
$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$v_2 = \frac{3}{2} v_1 = 12 \text{ м/с.}$$

2) Переуём в систему отсчёта.

Прямая.



Науём скорость вдоль

оси y по и поше

удери. (относительна по

шлупа)

$$v_{1y} = -v_1 \cos \alpha = u$$

$$v_{2y} = v_2 \cos \beta = u$$

Скорость вдоль поверхности сохраняется,
Однако вследствие неупругого удара энергия
теряется, значит поше отсчёта тело
будет иметь меньшую скорость, чем
по шло в шлупой системе отсчёта.

$$\text{III. e } |v_{iy}'| > |v_{iy}|$$

$$v_1 \cos \alpha + u > v_2 \cos \beta - u$$

$$u > \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$u > \frac{12 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{2}$$

$$u > 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ограничение на u сверху обусловлено тем, что $v_{iy}' > 0 \Rightarrow v_2 \cos \beta - u > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow u < v_2 \cos \beta$$

$$u < 12 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u < 6\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{Итого } 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \frac{\text{м}}{\text{с}} < u < 6\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{Ответ: } v_2 = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$u \in (3\sqrt{3} - \sqrt{7} \frac{\text{м}}{\text{с}}; 6\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}})$$

$$3\sqrt{3} - \sqrt{7} \frac{\text{м}}{\text{с}} < u < 6\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#31

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$E_2/E_1 = ?$

2) $\alpha = \frac{\pi}{7}$

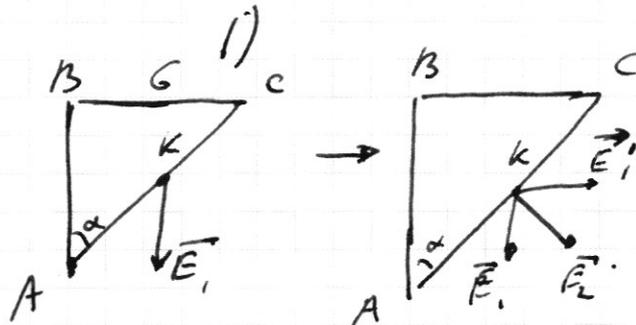
$G_1 = 2G$

$G_2 = G$

$E = ?$

Решение:

П. и точки К равноудалены от концов пластин, то поле со стороны пластины пластины будет перпендикулярно пластине.

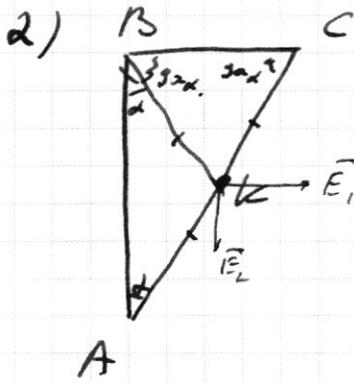


Пусть пластины BC имеют поверхностную плотность заряда σ и создавали поле E_1 . П. и $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то

$\angle CAB = \angle C \Rightarrow$ равнобедренные размеры пластин равны. П. и на саму пластинку AB так же зарядится с ~~той~~ поверхностной плотностью σ , то поле E_1' со стороны этой пластинки будет по модулю равно E_1 и $E_1' \perp AB$

$E_2 = E_1 + E_1'$, т.к. $E_1 \perp E_1'$, то $E_2 = \sqrt{E_1^2 + E_1^2} = E_1 \sqrt{2}$.

П. и $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2} \approx 1.4$.



Порядком перпендикулярное
 составляющие поле
 равномерно заряженной
 плоскости пропорциональны длине
 телесного угла, охватываемого
 из этой точки. Значит
 на прямойности поле в точке K

AB пропорционально числу плоскостей,
 которую они охватывают. При $AB \rightarrow \infty$

$$\angle AKB \rightarrow 2\pi \Rightarrow \frac{\angle AKB}{2\pi} = \frac{E_1}{E_0}, \text{ где}$$

$$E_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ — поле бесконечной во все стороны плоскости.}$$

$$\angle AKB = \pi - \frac{2\pi}{7} = \frac{5\pi}{7} \Rightarrow E_1 = E_0 \frac{5\pi}{2\pi} = \frac{5}{14} \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$= \frac{5\sigma}{28\epsilon_0}$$

Аналогично находим поле в точке K
 BC. $E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \frac{\angle CKB}{2\pi} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{2\alpha}{2\pi} = \frac{\sigma}{7\epsilon_0}$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{\left(\frac{5}{28}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{28\epsilon_0} \sqrt{5^2 + 4^2} = \frac{\sigma \sqrt{41}}{28\epsilon_0}$$

Отв: 1) $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2} \approx 1.4$

2) $E = \frac{\sigma \sqrt{41}}{28\epsilon_0}$

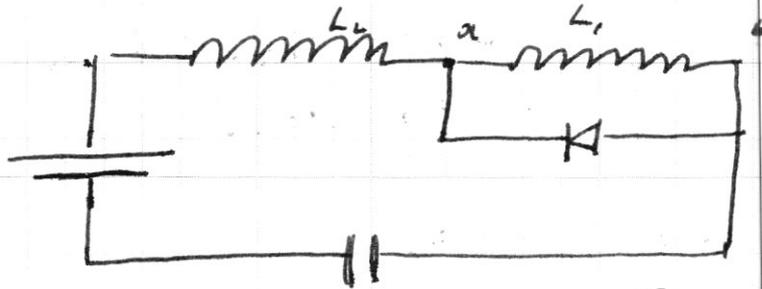
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#41

$$L_1 = 2L$$

$$L_2 = L$$

C, E.



$I - ?$

$I_{M_1} - ?$

$I_{M_2} - ?$

Решение:

Ключ можно условно
разделить на две части

I) Конденсатор заряжен
(диод закрыт) ($L \frac{dI}{dt} > 0$)

II) диод открывается $L \frac{dI}{dt} < 0$

~~III) диод закрывается, конденсатор разряжен~~

Рассмотрим все процессы по порядку.

1) Ключом замыкаем. Замыкаем конденсатор.

$$L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} - E = 0$$

$$3L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} (q - CE) = 0$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{3LC} (q - CE) = 0 \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$$

это уравнение колебаний

Уз 7000 меггером, 470

$$q = C\varepsilon + A\omega_s(\omega t + \varphi_0)$$

$$I = \dot{q} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

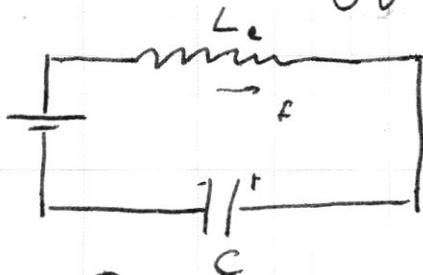
$$\begin{cases} q(0) = 0 \\ I(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C\varepsilon + A\omega \cos \varphi_0 = 0 \\ -A\omega \sin \varphi_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \pi \\ A = C\varepsilon \end{cases}$$

$$q = C\varepsilon (1 - \cos \omega t)$$

$$I = C\varepsilon \omega \sin \omega t$$

$$\frac{dI}{dt} = C\varepsilon \omega^2 \cos \omega t$$

Диагн. будет закрыт; когда $\varphi_1 - \varphi_0 \approx L \frac{dI}{dt} > 0$
 Когда $\frac{dI}{dt}$ станет равен 0, узел откроется
 и будет ток через катушку L, будет
 мгновенное. После открытия узла
 снова будет эквивалентно.



$$-\varepsilon + L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} (q - C\varepsilon) = 0 \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

И.е. $q = C\varepsilon + A\omega_s(\omega t + \varphi_0)$

$$I = \dot{q} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

В момент. Открытие узла

$$\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \omega s \omega t = 0 \Rightarrow \sin \omega t = \varphi$$

После $q(0) = C\varepsilon$
 $I(0) = C\varepsilon \omega$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} C\varepsilon = C\varepsilon + A\omega \sin\varphi_0 \\ -A\omega \sin\varphi_0 = C\varepsilon\omega_1 = C\varepsilon \frac{1}{\sqrt{3LC}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \\ A = C\varepsilon \frac{1}{\sqrt{3LC}} \sqrt{LC} = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

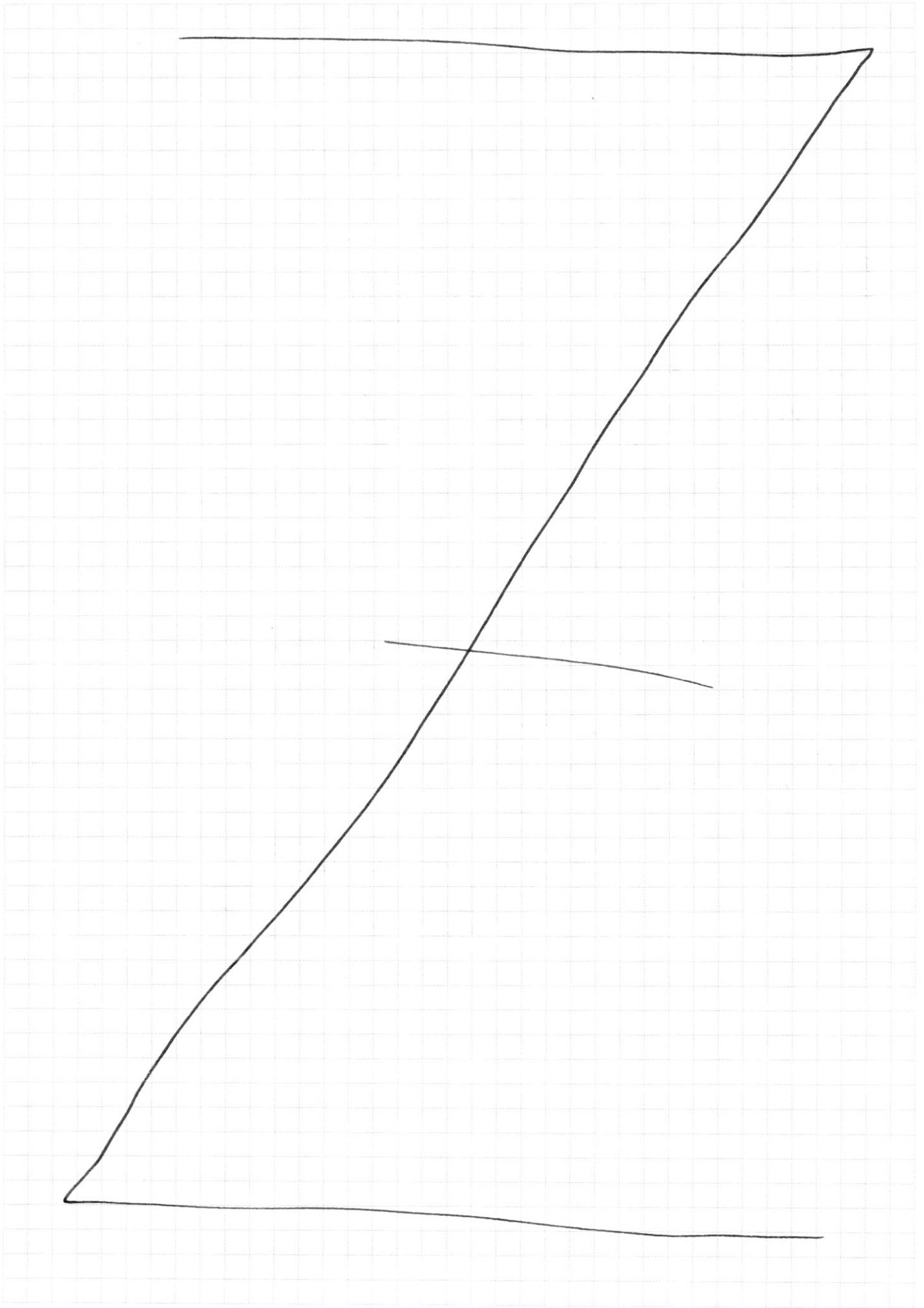
П.е. После открытия $I = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{3}} \omega \sin\omega t =$
 $= \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}} \omega \sin\omega t.$

П.е. после установившегося колебания.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

$$I_{m1} = I_{m2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}.$$

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{LC}$
 $I_{m1} = I_{m2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}.$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#51

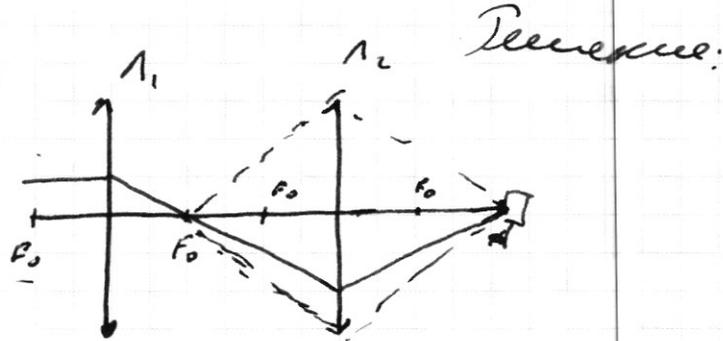
D, F_0, τ_0

$I_{\text{дл}}$

$I_1 = \frac{3}{4} I_0$

$d - ?$

$\nu - ?$



Телецентрично:

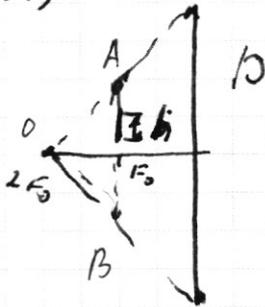
1) Лучок параллельный
оси линзы L_1 сходится в фокусе.

Это эквивалентно существованию
источника света на расстоянии $2F_0$
от L_2 . Лучи от этого источника
света проусердуют на объективе.

По формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow d = 2F_0.$$

2)



Телецентричное сечение
светового пучка на
расстоянии F_0 от линзы
 L_2 . В этой плоскости
получается диаметр M .

Обозначим диаметр линзы
как M .

Из соображений подобия диаметр сферы
детно пушки будет равен $\frac{D}{2}$

Площадь сечения пушки

$$S_0 = \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{4} = \frac{\pi D^2}{16}$$

Обезопасно, что до момента t_0 мишень
влетает в пушку и при $t_0 \leq t \leq t_1$
целиком находится в пушке.

Площадь мишени $S_m = \frac{\pi h^2}{4}$

Уловность пушки прямо пропорциональна
его площади. Пусть P_0 - уловность
мишени, P_1 - уловность в момент времени
 $t_0 \leq t \leq t_1$. Тогда $\frac{P_1}{P_0} = \frac{S_0 - S_m}{S_0} =$

$$= 1 - \frac{S_m}{S_0} = 1 - \frac{4h^2}{D^2}$$

П.к. $I \sim P$, то $\frac{P_1}{P_0} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{3}{7}$.

$$\frac{3}{7} = 1 - \frac{4h^2}{D^2} \Rightarrow \frac{4h^2}{D^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h}{D} = \frac{1}{4} =$$

$$\Rightarrow h = \frac{D}{4}$$

За время t_0 мишень полностью
зашла в пушку. П.к. $h = v t_0$.

$$v = \frac{D}{4t_0}$$

За время $t_1 - t_0$ мишень прошла

расстояние $\frac{D}{2} - h = \frac{D}{4}$ (При $t > t_1$ мишень выходит
из пушки)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{p}{4} = v (t_1 - \tau_0) \quad \frac{p}{4} = \frac{p}{4 \tau_0} (t_1 - \tau_0)$$

$$t_1 - \tau_0 = \tau_0 \Rightarrow t_1 = 2\tau_0$$

- Ответ:
- 1) $d = 2r_0$
 - 2) $v = \frac{p}{4\tau_0}$
 - 3) $t_1 = 2\tau_0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#31

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

~~$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$~~

Ищем $\frac{E_2}{E_1} = ?$

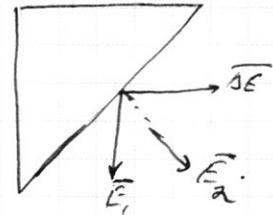
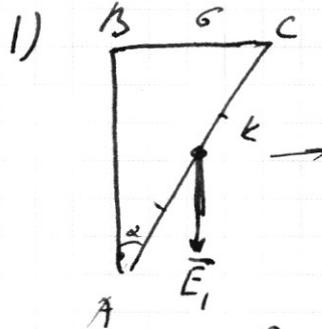
2) $\sigma_1 = 2\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

$\alpha = \frac{\pi}{7}$

$E = ?$

Решение:



Пластина бесконечная \Rightarrow

\Rightarrow однородное поле.

эт как можно считать

~~по формуле $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$~~

Вектор направленность



$dE =$

$$\frac{\rho \cdot l}{\epsilon_0} = 2\pi r l \cdot E$$

$$E = \frac{\rho}{2\pi \epsilon_0 r}$$

$$3L \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} - \varepsilon = 0.$$

$$C \frac{dq}{dt} + \frac{1}{3LC} (q - C\varepsilon) = 0$$

$$q = C\varepsilon + A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$I = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$C\varepsilon + A \cos \varphi_0 = 0$$

$$\sin \varphi_0 = 0$$

$$q = C\varepsilon (1 - \cos \omega t)$$

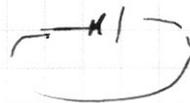
$$I = C\varepsilon \omega \sin \omega t.$$

$$\frac{dI}{dt} = C\varepsilon \omega^2 \cos \omega t.$$

$$I_m = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$q = C\varepsilon.$$

$$L \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} - \varepsilon = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p = \frac{\partial K T}{V}$$

$$dQ = p dV + \frac{5}{2} \partial R dT$$

$$p = \frac{\partial K T}{V}$$

$$Q = A + \Delta U_1$$

$$A = Q + \frac{\Delta U_2 - \Delta U_1}{2}$$

$$-Q = -A + \Delta U_2$$

$$(V_1 - V_2) dp = \partial R (T_1 - T_2)$$

$$V_1 \sin \alpha = V_2$$

$$V_1 \cos \alpha = u$$

$$V_2 \cos \beta = u$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{1xy} = 2\sqrt{7} \text{ м/с}$$

$$V_{2y} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

$$V_{1x} + u \leq V_{2x} - u$$

$$V_{2x} - u \geq 0$$

$$u \leq V_{2x}$$

$$u \geq \frac{V_{1x} + V_{2x}}{2}$$

$$\frac{6}{4000} \text{ T}^2$$

$$p dV_1 + V_1 dp_1 = \int R dT_1$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5} \quad V_1 = \frac{3}{8} V$$

$$V_2 = \frac{5}{8} V$$

$$p_1 \cdot \frac{3}{8} V = \int R T_1$$

$$p_2 \cdot \frac{V}{2} = \int R T_2$$

$$\frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \quad p_1 = p_2$$

$$\int \frac{1}{2} \int R T_1 + \int \frac{1}{2} \int R T_2 = \text{const}$$

$$\int R T_1 + \int R T_2 = 0$$

$$p_1 dV_1 + V_1 dp_1 + p_2 dV_2 + V_2 dp_2 = 0$$

$$(V_1 + V_2) dp = 0 \Rightarrow dp = 0$$

ж.

$$3 \cdot 50 \cdot 8,31$$

$$150 \cdot 8,31$$

$$83,1 \cdot 15$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ \times 150 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ \times 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 1246,5 \end{array}$$