

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

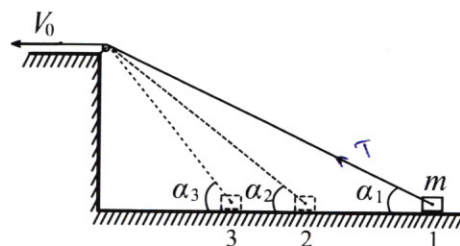
Класс 11

Вариант 11-07

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0 . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin \alpha_1 = \frac{1}{4}$, $\sin \alpha_2 = \frac{1}{2}$, $\sin \alpha_3 = \frac{4}{5}$. От точки 1 до точки 2 груз



перемещается за время t_{12} .

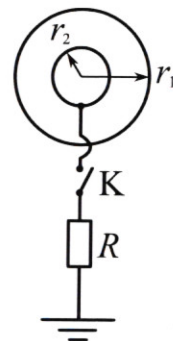
- 1) Найти скорость V_3 груза при прохождении точки 3.
- 2) Найти работу лебедки A_{13} при перемещении груза из точки 1 в точку 3.
- 3) Найти время t_{23} перемещения груза из точки 2 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура $T_0 = 373 \text{ K}$. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1 , в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/7$, где P_0 - нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

- 1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
- 2) Найти изменение массы Δm воды.
- 3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды L , молярная масса воды μ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

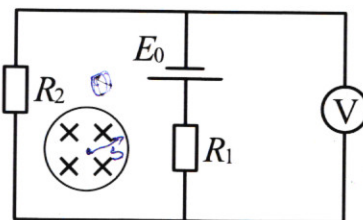
3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится отрицательный заряд $-Q_0$, где $Q_0 > 0$. Внутренний шар не заряжен и соединен с Землей через ключ K и резистор R . Ключ замыкают.



- 1) Найти заряд q внутреннего шара после замыкания ключа.
- 2) Найти энергию W_0 электрического поля вне шаров до замыкания ключа.
- 3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

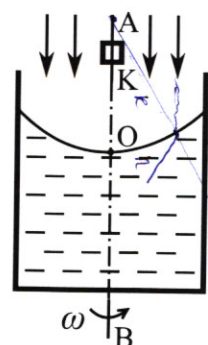
4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, идеальный источник с ЭДС E_0 , вольтметр с сопротивлением $R_V = 4R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области - магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S .



1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.

2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью $\omega = 5 \text{ c}^{-1}$ вокруг вертикальной оси AB , совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры K , расположенной на оси вращения.



1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке O .

2) На каком расстоянии от точки O будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

Дано: $R_1 = R$

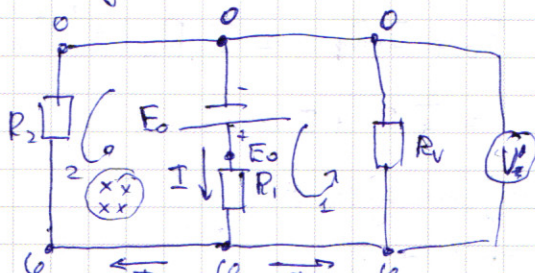
$R_2 = 2R$;

$R_V = 4R$; S, E_0

Найти: U_V ?

U_2 ?

1) Перенесем эл. схему на альтернативную с учётом сопротивления вольтметра, где V - идеальный вольтметр



Найдём магнитный E_{in} , создаваемый магнитом,

где E_{in} - ЭДС индукции:

$$E_{in} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d(BS)}{dt}, \text{ т.к. } B = \text{const} \text{ и } S = \text{const}$$

Напряжение на вольтметре найдём $(E_{in} = 0)$ методом потенциалов, за чем обозначим потенциал на минусе батареи.

$$\begin{cases} \varphi = I_2 R_V = I_2 R_2 \\ E_0 - \varphi = IR_1 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{I_2 R_V}{R_1} \\ I = \frac{E_0 - I_2 R_V}{R_1} \\ \frac{E_0 - I_2 R_V}{R_1} = I_2 + \frac{I_2 R_V}{R_2} \end{cases}$$

$$\frac{E_0}{R_1} = I_2 \left(\frac{R_V}{R_1} + 1 + \frac{R_V}{R_2} \right)$$

$$I_2 = \frac{E_0}{\left(R_V + R_1 + \frac{R_V R_1}{R_2} \right)}$$

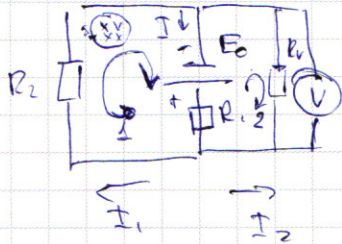
$$U_V = I_2 R_V = \frac{E_0 R_V}{\left(R_V + R_1 + \frac{R_V R_1}{R_2} \right)}$$

$$= \frac{4E_0 R}{\left(4R + R + \frac{4R \cdot R}{2R} \right)} = \frac{4E_0 R}{7R} = \frac{4}{7} E_0$$

2) Когда E_{in} индуцирует магнитного поле начинается меняться, возникает ЭДС индукции (E_{in})

$$E_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -S \frac{dB}{dt} = -Sk$$

$$|E_{in}| = Sk$$



Напишем 2-е правило Кирхгофа для контура 1:

$$E_0 = I_1 R_1 + I R_2 + |E_{in}| = \\ = I R_1 + I_1 R_2 + Sk$$

для контура 2:

$$-E_0 = -I R_1 - I_2 R_v$$

$$E_0 = I R_1 + I_2 R_v \Rightarrow I = \frac{E_0 - I_2 R_v}{R_1}$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$E_0 - Sk = E_0 - I_2 R_v + I_1 R_2$$

$$I_1 = \frac{I_2 R_v - Sk}{R_2}$$

$$\frac{E_0}{R_1} - \frac{I_2 R_v}{R_1} = \frac{I_2 R_v}{R_2} - \frac{Sk}{R_2} + I_2$$

$$\frac{E_0}{R} + \frac{Sk}{R_2} = I_2 \left(\frac{R_v}{R_1} + \frac{R_v}{R_2} + 1 \right)$$

$$I_2 = \frac{\frac{E_0}{R} + \frac{Sk}{R_2}}{\left(\frac{R_v}{R_1} + \frac{R_v}{R_2} + 1 \right)}$$

$$U_v = R_v I_2 = \frac{R_v \left(\frac{E_0}{R} + \frac{Sk}{R_2} \right)}{\frac{R_v}{R_1} + \frac{R_v}{R_2} + 1} = \frac{4R \left(\frac{E_0}{R} + \frac{Sk}{2R} \right)}{\frac{4R}{R} + \frac{4R}{2R} + 1}$$

Ответ:

$$1) V_1 = \frac{4}{7} E_0$$

$$2) V_2 = \frac{2}{7} (2E_0 + Sk)$$

$$= \frac{4E_0 + 2Sk}{4 + 2 + 1} = \frac{2(2E_0 + Sk)}{7} = \frac{2}{7} (2E_0 + Sk)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

Дано:
 $r_1; r_2;$
 $-Q_0; R$

1) $q_0 - ?$

2) $W_0 - ?$

3) $W - ?$



1) сразу после того, как ключ замкнут потенциал внутренней сферы (φ_{in}) равен нулю

$$\varphi_{in} = 0 = \frac{-kQ}{r_1} + \frac{kq}{r_2}, \text{ где } q - \text{новый заряд на вв. сфере}$$

$$\frac{kQ}{r_1} = \frac{kq}{r_2}$$

$$q = \frac{r_2}{r_1} Q$$

~~энергия как найдет через плотность энергии~~

~~$$w = \frac{E^2}{8\pi\epsilon_0}, \text{ где } E - \text{напряженность э. поля}$$~~

~~$$E_{in} = \frac{kQ}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$~~

~~$$W_0 = wV = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0^2 r_1^4} \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{Q^2}{3r_1\epsilon_0^2}$$~~



Рассмотрим кусочек сферы dq . Он

создает поле $E = \frac{k dq}{r_1^2}$, тогда его энергия:

~~$$\int_0^Q dW = \int \frac{k dq}{r_1}$$~~

~~$$W_0 = \frac{kQ}{r_1}$$~~

З.с.з: $W_0 = W_k + Q$

$$Q = -W_k + W_0$$

Предоставление стр 7.

№ 2

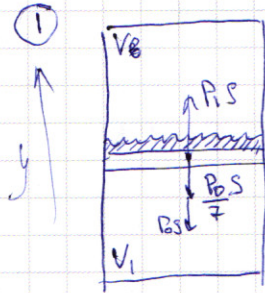
до перевертывания

$$T_0 = 373 \text{ K}; \mu$$

$$V_1; P_0 = P_0/7$$

1) V_2 - ?

2) Δm - ?



т.к в верхней части сосуда находится пар и жидкость, то пар будет насыщенного давления $P_{\text{н.п}}(T_0) = P_0$

Рассмотрим силы, действующие на поршень:

$$\text{оу: } P_1 S - P_0 S - P_0 S/7 = 0$$

$$P_1 = \frac{8P_0}{7}$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_0$$

$$\nu R = \frac{P_1 V_1}{R T_0} = \frac{8P_0}{7 R T_0}$$

Найдём кол-во пара:

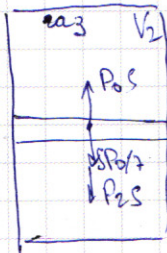
Пусть V_0 - объём пара вначале:

$$P_0 V_0 = \nu R T_0$$

$$\nu = \frac{P_0 V_0}{R T_0}$$

после перевертывания. Предположим, что газ не полностью превратился в воду.

Давление внизу осталось давлением насыщенного пара.



$$P_0 S = \frac{P_0 S}{7} + P_2 S$$

$$P_2 = \frac{6P_0}{7}, \text{ где } P_2 - \text{новое давление пара}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{8P_0}{7} V_1 \cdot 7 = \frac{4}{3} V_1$$

Пусть V_0' - объём воздуха в конце:

$$P_0 V_0' = \nu R T_0$$

т.к объём сосуда постоянен:

$$V_0 + V_1 = V_0' + V_2$$

$$V_0' = V_0 = V_1 - V_2$$

$$\frac{R T_0}{P_0} (\nu_{\text{п.п}} - \nu_{\text{п.п}}) = -\frac{V_1}{3}$$

$$\nu_{\text{п.п}} - \nu_{\text{п.п}} = -\frac{V_1 P_0}{3 R T_0} \Rightarrow m_{\text{п.п}} - m_{\text{п.п}} = -\frac{V_1 P_0 \mu}{3 R T_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$m_{п2} - m_{п1} = -\frac{\mu V_1 P_0}{3RT_0}, \text{ где } m_{п2} - \text{масса пара в конце,}$$
$$m_{п1} - \text{масса пара в начале.}$$

Масса воды и пара в сосуде постоянно!

$$m_{п2} + m_2 = m_{п1} + m_1$$

$$m_2 - m_1 = m_{п1} - m_{п2} = \frac{\mu V_1 P_0}{3RT_0} = \Delta m$$

3) $Q = L \Delta m$ - тепло ушедшее для испарения воды

1) для воздуха:

$U \sim V$ и $U \sim T$, сосуд помещён в термостат,
значит его температура постоянна, кол-во газа
тоже постоянно, значит его вл. энергия не меняется.

$$\text{З.с.Э: } U_0 = Q + U_2$$

$$\Delta U = Q = L \Delta m = \frac{\mu V_1 P_0 L}{3RT_0}$$

$$\text{Ответ: 1) } \frac{4}{3} V_1 = V_2$$

$$2) \frac{\mu V_1 P_0}{3RT_0} = \Delta m$$

$$3) \frac{\mu V_1 P_0 L}{3RT_0} = \Delta U.$$

$n \perp$

Дано:

$m; F_{\text{тр}} = 0;$

$V_0; \sin \alpha_1 = \frac{1}{4}$

$\sin \alpha_2 = \frac{1}{2}$

$\sin \alpha_3 = \frac{4}{5}$

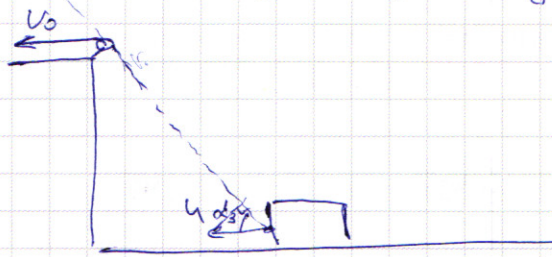
t_{12}

1) $V_3 = ?$

$A_{13} = ?$

$t_{23} = ?$

Рассмотрим, что происходит с грузом в положении 3.

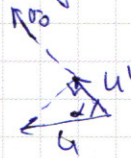


U - скорость груза в т.з.

Кинемат. связь (парал. соот. скоростей поворотки)

$V_0 = U \cos \alpha_3$

$V_0 = U \cos \alpha_3$



$\cos \alpha_3 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_3} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

$U = \frac{5V_0}{3} = V_3$

а) З.С.Э: $A_{13} = \Delta K$

$A_{13} = \frac{mV_3^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$

Найдем скорость груза в точке V_1 :

$V_0 = V_1 \cos \alpha_1$

$\cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4} \Rightarrow V_1 = \frac{4V_0}{\sqrt{15}}$

$A_{13} = \frac{m}{2} \left(\frac{25V_0^2}{9} - \frac{16V_0^2}{15} \right) = \frac{m}{2} \left(\frac{125V_0^2 - 48V_0^2}{45} \right) =$

$= \frac{77mV_0^2}{2 \cdot 45} = \frac{77}{90} mV_0^2 = A_{13}$

~~$U(t) = V_0 + a(t) t_{12}$~~
 ~~$\int du = V_0 + \int a dt$~~
 ~~$A_{13} = \int F(\frac{1}{2}) dl$~~
 ~~$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{L_1}{L_2}$~~

Ответ:

$V_3 = \frac{5}{3} V_0$

$A_{13} = \frac{77}{90} mV_0^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Энергия поля это плотность энергии от сферы:

$$W_0 = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}, \text{ где } E - \text{ напряжённость сферы}$$

↑
плотность энергии

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

$$w = \frac{\epsilon_0 k^2 Q^2}{2r^4}$$

$$W_0 = \frac{\epsilon_0 k^2 Q^2}{2r^4} V = \frac{\epsilon_0 k^2 Q^2 \frac{4}{3} \pi r^3}{2r^4} = \frac{\epsilon_0 Q^2 4\pi}{4^2 \pi^2 \epsilon_0^2 \cdot 3 \cdot 2r} = \frac{Q^2}{24\pi r \epsilon_0}$$

энергия сферы в начале

Энергия сфер в начале:

З. С. Э: $W_0 = W_1 + W_2 + Q_p$, где W_0 - энергия в большой сфере до зам. куска, W_1 - поле зам. в 1-ой сфере; W_2 - конст. эл. 2-ой сфера, Q_p - поле на рез.

$W_0 = W_1$ (т.к. заряд не изменился)

$$W_2 = wV = \frac{\epsilon_0 k^2 q^2}{2r_2^4} \frac{4}{3} \pi r_2^3 = \frac{\epsilon_0 q^2 4 \cdot \pi \cdot r_2}{2 \cdot 4 \pi^2 \epsilon_0^2 \cdot 3 \cdot r_2^4} = \frac{\epsilon_0 q}{24\pi r_2 \epsilon_0} = \frac{Q r_1}{24\pi r_2 \epsilon_0} = \frac{Q}{24\pi r_2 \epsilon_0}$$

$$Q_p = \frac{Q}{24\pi r_1 \epsilon_0}$$

Ответ: 1) $q = \frac{r_2}{r_1} Q$

2) $W_0 = \frac{Q^2}{24\pi r_1 \epsilon_0}$

3) $Q_p = \frac{Q}{24\pi r_1 \epsilon_0}$

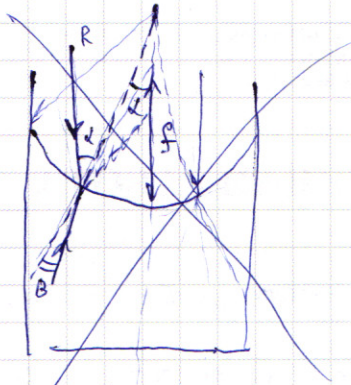
№ 5

Дано: $\omega; g$

Найти:

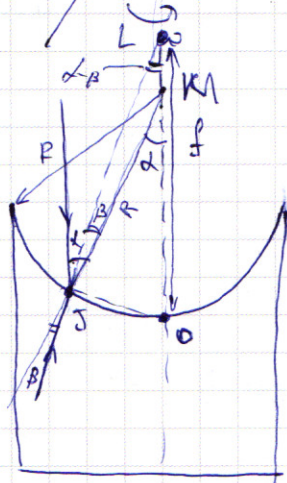
$R - ?$

$f - ?$



* $\sin \alpha = \frac{d}{R}$

$d = n \beta$
(при малых углах)



Пусть M - центр окружности

LO - несомое радиус. $\angle f$

Для Рассмотрим произвольную

точку в произвольной точке J.

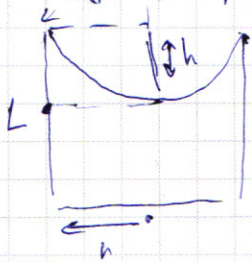
$\angle JMO = \alpha$

$\angle LJM = \beta$

$\angle JLO = 180^\circ - \beta - 180^\circ + \alpha =$

$= \alpha - \beta = d - \frac{d}{n} = d(1 - \frac{1}{n})$
(при малых углах)

Для малых углов $\sin \alpha \approx \alpha$
Найдем радиус.



Давление в точке L можно записать 2-м способом:

$\rho v a = \rho g h$

$h = \frac{v a}{g} = \frac{\omega^2 r^2}{g}$

$R^2 = r^2 + (R - h)^2$

$R^2 = r^2 + R^2 - 2hR + h^2$

$R^2 \approx 2h(R + h)$ $v^2 = h(2R + h)$

$2R + h = \frac{r^2}{h} = \frac{r^2 g}{\omega^2 r^2}$

Мы можем пренебречь величиной h, но сравнить с 2R

$R = \frac{g}{2\omega^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заметим г. вынос в ΔJLM :

$$\frac{LM}{\sin \beta} = \frac{MJ}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$ML = \frac{MJ \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$f = LO = \underbrace{OM}_R + ML = R + \frac{R \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)} = R \left(\frac{\sin(\alpha - \beta) + \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)} \right)$$

$$= R \frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha + \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

Посчитаем в предположении малых углов:

$$f = R \frac{\alpha - \beta + \beta}{\sin \alpha - \beta} = \frac{R \alpha}{\alpha - \beta} = \frac{R \alpha}{\alpha (1 - \frac{1}{n})} = \frac{R n}{n - 1}$$

$$\frac{R}{L-B} = \frac{x}{B}$$

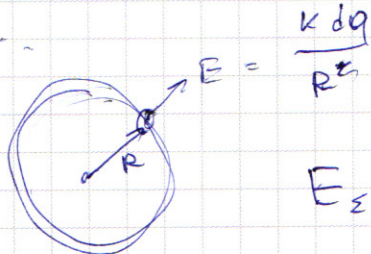
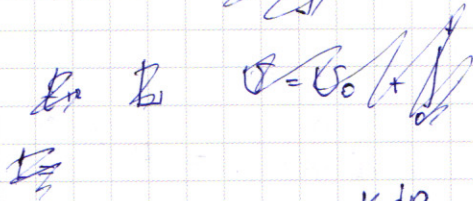
$$\therefore x = \frac{BR}{L-B}$$

L_{12}

$$ma = T \cos \alpha$$

$$L_{12} = \int_0^t u(t) dt = \int_0^t U_0 \cos \alpha dt$$

$$L_{12} = U_0 t$$



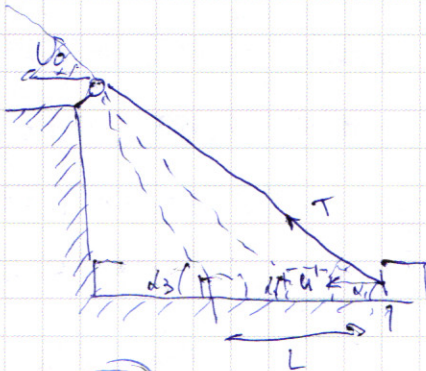
E_{Σ}

$$\frac{U_{20}^2}{2} = \frac{CE^2 d^2}{2} =$$

$$= \frac{\epsilon_0 S E^2 d^2}{2} =$$

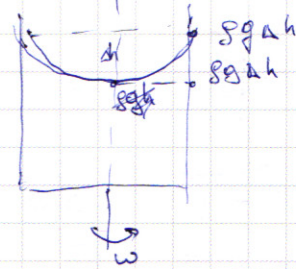
$$= \frac{\epsilon_0 E^2 d^2 S}{2} V$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



конт. евогб $U_0 \cos \alpha =$

$$A = T' L = T \cos \alpha L$$



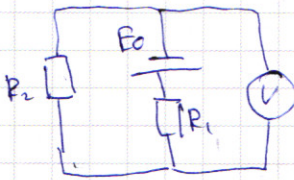
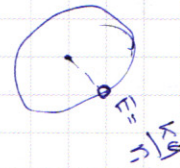
$$\Phi_{in} = 0 = \frac{kq}{r_2} - \frac{kQ}{r_1}$$

$$q = Q \frac{r_2}{r_1}$$

$$W_0 =$$

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

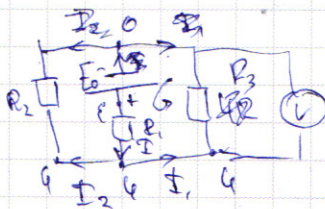
$$W_0 = Qe = kQ$$



$$R_1 = R$$

$$R_2 = 2R$$

$$R_3 = 4R$$



$$I = I_1 + I_2 \quad U_0$$

$$E_0 = I_1 R_1 + I_2 R_3$$

$$E_0 = I R_1 + I_2 R_3$$

$$U_0 \quad I_2 = \frac{E_0 - I R_1}{R_3} \quad \varphi = I_2 R_2$$

$$I_1 = I - I_2 = I - \frac{E_0 - I R_1}{R_3} \quad I = I_1 + I_2 = I_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right)$$

$$E_0 =$$

$$E = I R_1 + \frac{I}{\frac{R_3 + R_1}{R_3}}$$

$$E - \varphi = I R_1$$

$$I_2 R_2 = I_1 R_1$$

$$I_2 = \frac{I R_1}{R_3}$$

$$\varphi = I_1 R_3 =$$

$$= \frac{I R_1}{\frac{R_3 + R_1}{R_3}}$$

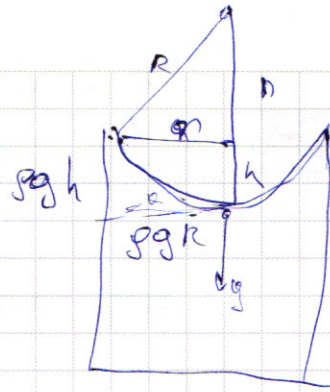
$$T_0 = 373 \text{ K}$$

$$\rho R a = \rho g R$$

$$a^2 = g$$

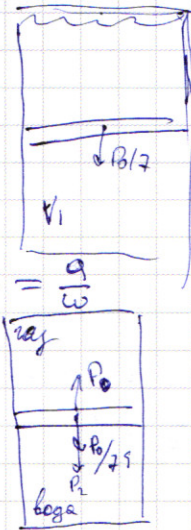
$$\omega^2 r = g$$

$$r = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9.8}{16} = \frac{3}{5}$$



$$r^2 = R^2 + (R-h)^2$$

$$h = \frac{g n}{\omega r} = \frac{g}{\omega}$$



$$P_0 = \frac{P_0}{7} + P_2$$

$$P_2 = P_0 - \frac{P_0}{7} = \frac{6P_0}{7}$$

$$\rho g R a = \rho r \omega^2 r = \rho \omega^2 r^2$$

$$\rho \omega^2 (R^2 + (R-h)^2) = \rho g h$$

$$\omega^2 (R^2 + R^2 - 2hR) = g h$$

$$2\omega^2 R(R-h) = g h$$

$$J_{\text{max}} = \frac{V_0 P_0}{R T_0} \Rightarrow J_0 = \frac{J_{\text{max}} R T_0}{P_0}$$

$$J_{\text{max}} = \frac{V_0' P_0}{R T_0}$$

$$\frac{h}{r} = \frac{g}{\omega g}$$

$$h = \frac{g n}{\omega}$$

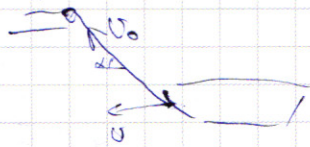
$$R^2 + (R-h)^2 = r^2$$

$$R^2 + R^2 - \frac{2gR}{\omega} + \frac{g^2}{\omega^2} = r^2$$

$$V_0 + V_1 = V_2 + V_0'$$

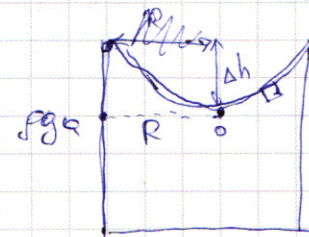
$$V_0' - V_0 = V_1 - V_2 = \frac{V_1}{3}$$

$$\frac{R T_0}{P_0} (\theta_n' - \theta_0^0) = \frac{V_1}{3}$$

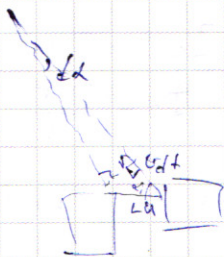


$$v_0 \cos \alpha = v$$

$$\frac{125}{77} = \frac{v}{v_0}$$



$$v' = v \cos \alpha$$

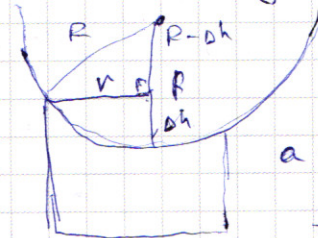


$$v dt = \frac{v_0 dt}{\cos \alpha}$$

$$v_0 = v \cos \alpha$$

$$\frac{h}{r} = \frac{g}{\omega g}$$

$$\rho R a = \rho \Delta h g$$



$$a = \sqrt{R^2 + (R-\Delta h)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + R^2 - 2R\Delta h + \Delta h^2}$$

$$\rho R a = \rho \Delta h g$$