Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

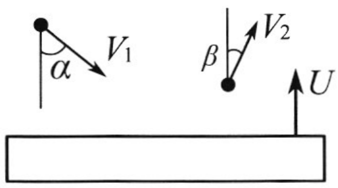
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



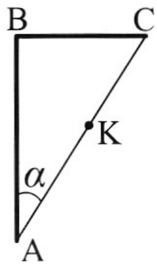
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

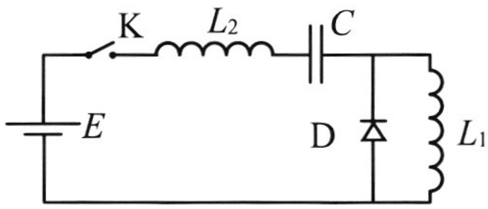
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

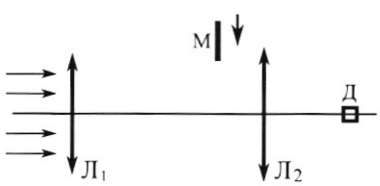
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

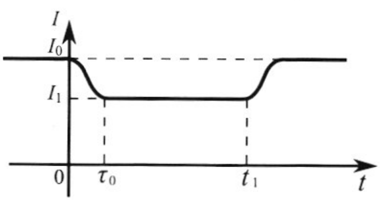
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

1) Поскольку на $Л_1$ падает параллельный пучок света, лучи при прохождении через $Л_1$ соберутся в фокусе линзы. Дальше можно ~~рассуждать~~ ~~так~~ сказать, что при помещении в фокус $Л_1$ (который между $Л_1$ и $Л_2$) источника света ситуация не поменяется: из него будут исходить во все стороны лучи, как и в ситуации без источника. Поэтому помещаем источник света на расстоянии $0{,}5\,F_0$ от $Л_2$ (F_0 от $Л_1$). Лучи, выпущенные из источника, соберутся в одной точке - изображении источника, который, из условия, совпадает с фотодетектором Д. Пусть X - расстояние от $Л_2$ до Д.

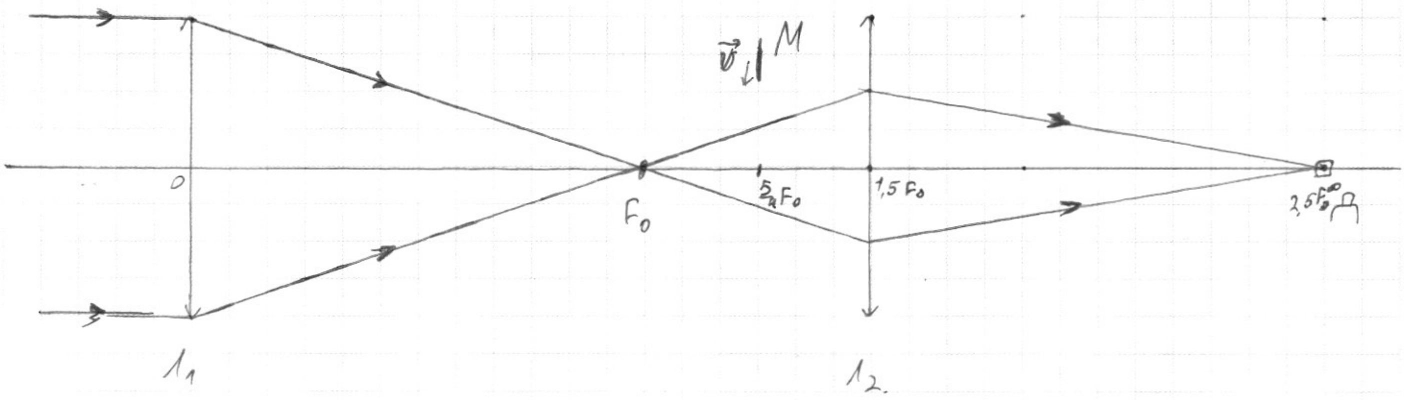
Тогда $\frac{1}{\frac{1}{3}F_0} = \frac{1}{0{,}5F_0} + \frac{1}{X}$.

$$\frac{3}{F_0} = \frac{2}{F_0} + \frac{1}{X}$$

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{F_0} \qquad X = F_0.$$

2) Построим ход крайних лучей:

№5 (продолжение)



Определим площадь пучка света в точке $\frac{5}{4}F_0$:

$$\frac{D}{d(\frac{5}{4}F_0)} = \frac{F_0}{\frac{5}{4}F_0 - F_0} \qquad d(\tfrac{5}{4}F_0) = \frac{1}{4}D$$

$$S_{(\frac{5}{4}F_0)} = \pi\frac{d^2(\frac{5}{4}F_0)}{4} = \pi\cdot\frac{1}{64}D^2$$

Мы знаем, что мощность света в конкретном сечении прямо пропорциональна площади т.е. $I \sim S$:

$$\frac{I_0}{S(\frac{5}{4}F_0)} = \frac{I_1}{S(\frac{5}{4}F_0) - S_M} \qquad I_0\cdot(S(\tfrac{5}{4}F_0) - S_M) = I_0\cdot\frac{8}{9}S(\tfrac{5}{4}F_0).$$

$$S_M = \frac{1}{9}S(\tfrac{5}{4}F_0) = \pi\cdot\frac{(\frac{1}{12}D)^2}{4}.$$

Значит, диаметр M равен $\sqrt{\frac{S_M\cdot 4}{\pi}} = \frac{1}{12}D$.

Центр M попадает на ось. Значит из симметрии за время τ_0 M прошёл путь равный диаметру M (из-за разности $d(\frac{5}{4}F_0)$ и d_M M полностью находится в пучке света, далее не меняется значит в момент t_0 зашел полностью, а в момент $t=0$ только начал, т.е. прошел путь $d_M = \frac{1}{12}D$).

$$V = \frac{\frac{1}{12}D}{t_0} = \frac{D}{12\tau_0}$$

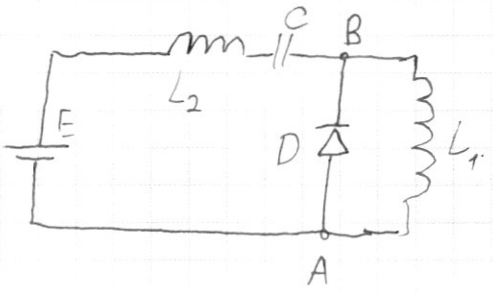
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (Продолжение)

В момент времени t_1 ток снова начал меняться. Значит, нижний конец M достиг конца пучка света. Т.е. за время t_1 M прошел путь равный $d(\frac{5}{4}F_0) = \frac{1}{4}D$.

Значит $t_1 = \frac{\frac{1}{4}D}{V} = \frac{\frac{1}{4}D}{\frac{D}{12\tau_0}} = \frac{12\tau_0}{4} = 3\tau_0$.

Ответ: 1) F_0 2) $\frac{D}{12\tau_0}$ 3) $3\tau_0$



№4.

Диод идеальный, значит из A в B ток течёт через диод, а из B в A - через катушку L_1.

Если мы мысленно уберём катушку L_1, а диод заменим на провод, мы получим колебательный контур с катушкой ~~ёмк.~~ с индуктивностью L_2 и конденсатора с ёмкостью C. Период колебаний - $2\pi\sqrt{L_2C}$. Из симметрии за один период ток из A в B идет то же время, что и из B в A - $\pi\sqrt{L_2C}$.

Вернув диод и катушку обратно получим что из A в B ток идет за время $\pi\sqrt{L_2C}$.

Убрав диод, мы получим колебательный контур с катушкой с суммарной индуктивностью L_1+L_2 и конденсатором C, период - $2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}$. Из B в A из симметрии ток идет за время $\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}$.
Вернув диод, получим, что период колебания тока во всей цепи - $\pi\sqrt{C}\left(\sqrt{L_2}+\sqrt{L_1+L_2}\right)$.

Заметим, что в обоих более простых контурах, рассмотренных нами, максимальная энергия - $\frac{E^2}{2C}$.

№4 (продолжение).

В первом случае (контур $L_2 - C$) $\frac{L_2 I_{2max}^2}{2} = \frac{E^2}{2C}$.

$I_{2max_1} = \sqrt{\frac{E^2}{CL_2}}$. $\quad I_1 = 0$.

Во втором случае (контур $L_1 L_2 - C$) $\frac{L_1 I_{1max}^2}{2} + \frac{L_2 I_{2max}^2}{2} = \frac{E^2}{2C}$.

$I_{1max_2} = I_{2max_2} = \sqrt{\frac{E^2}{C(L_1+L_2)}}$.

Значит, $I_{02} = \max\left(I_{2max1}, I_{2max2}\right) = \sqrt{\frac{E^2}{CL_2}}$

$I_{01} = \sqrt{\frac{E^2}{C(L_1+L_2)}}$

Ответ: 1) $\pi\sqrt{C}\left(\sqrt{L_2}+\sqrt{L_1+L_2}\right)$

2) $\sqrt{\frac{E^2}{C(L_1+L_2)}}$

3) $\sqrt{\frac{E^2}{CL_2}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Поскольку никакие внешние силы на систему не действуют ($F_{тях.}$ пренебрегаем по условию), выполняется закон сохранения импульса:

по оси, совпадающей с проекцией V_1 на плиту:

$mV_1 \sin\alpha = mV_2 \sin\beta$. m - масса шарика

$V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = V_1 \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2V_1 = 12 \frac{м}{с}$.

до удара проекция V_1 на перпендикуляр к плите (напр. вверх) равна $V_1 \cdot \cos\alpha = V_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{2^2}{3^2}} = \frac{\sqrt{5}}{3} V_1$

после удара - $V_2 \cdot \cos\beta = 2V_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{1^2}{3^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 2V_1 = \frac{4\sqrt{2}}{3} V_1$.

Относительно плиты вертикальные составляющие V_1 и V_2 равны $(\frac{\sqrt{5}}{3}V_1 + U)$ и $(\frac{4\sqrt{2}}{3}V_1 - U)$ соотв.

Удары неупругие, значит $\frac{4\sqrt{2}}{3}V_1 - U < \frac{\sqrt{5}}{3}V_1 + U$

по ~~зсэ~~ закону сохр. энергии. Значит, $2U > (\frac{4\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3}) V_1$,

$U > (\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{6}) V_1 = (\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{6}) \cdot 6 = 4\sqrt{2} + \sqrt{5} \frac{м}{с}$. Но

~~Ответ: ...~~ ~~Но при этом~~ при этом U не больше ~~...~~ чем скорость шарика в проекции на вертикаль, иначе шарик не отскочет, а прилипнет к плите. $4\sqrt{2} + \sqrt{5} \frac{м}{с} < U \leq 8\sqrt{2} \frac{м}{с}$.

Ответ: 1) $12 \frac{м}{с}$.

2) $4\sqrt{2} + \sqrt{5} \frac{м}{с} < U \leq 8\sqrt{2} \frac{м}{с}$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

Начальные состояния газов:

He: $V_{He}\, p = \nu R T_1$

Ne: $V_{Ne}\, p = \nu R T_2$

p равны, т.к. сосуды в равновесии. Тогда

$$\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{440}{330} = \frac{4}{3}.$$

Процессы адиабатические, газы одноатомные, откуда удельные теплоёмкости равны (мы можем весь процесс рассматривать как множество маленьких адиабат и изотерм). Тогда $\Delta T \sim mc = \nu c \cdot M$ $\Delta T \sim M$:

$$\Delta T_{He} = \frac{4}{4+20}(T_2 - T_1) = \frac{4}{25} \cdot 110 = 17{,}6\ K$$

$$\Delta T_{Ne} = \frac{20}{4+20}(T_2 - T_1) = \frac{21}{25} \cdot 110 = 92{,}4\ K.$$

Значит уст. $T = 330 + 92{,}4 = 422{,}4\ K$.

Мы можем записать уравнения Менделеева - Клапейрона:

$V_{He}\, p = \nu R T$

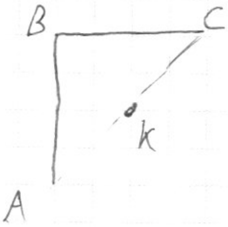
$V_{Ne}\, p = \nu R T$

Объёмы уравнялись.

Внут. эн. гелия уменьшилась на $\frac{3}{2}\nu R \Delta T_{He} \approx 51{,}15$ Дж

(Продолжение на стр. 9)

N3.

1) 

Из симметрии напряжённость поля BC в точке K направлена перпендикулярно BC. Из того, что

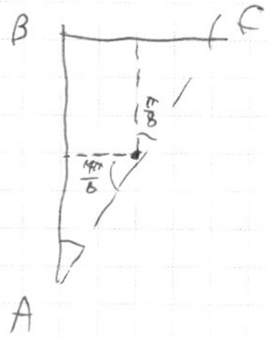
$\angle BAC = \angle BCA = \frac{\pi}{4}$, $E_{BC} = E_{BA}$, а значит

E увеличится в $\frac{\sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}}{E_{BC}} = \frac{\sqrt{2}\, E_{BC}}{E_{BC}} = \boxed{\sqrt{2} \text{ раз}}$

2) Для заряженной бесконечной плоскости $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Телесный угол, образуемый точкой и плоскостью — 2π. Для точки и палочки BC телесный угол —

$- 2\pi \cdot \sin\frac{\pi}{8}$. $E_{BC} = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \sin\frac{\pi}{8}$



Для палочки AC аналогично

$E_{AC} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \sin\frac{7\pi}{8}$

$\sin^2\frac{2\pi}{8} = 4\sin^2\frac{\pi}{8}\cos^2\frac{\pi}{8} = 4\sin^2\frac{\pi}{8}\left(1 - \sin^2\frac{\pi}{8}\right) = \sin^2\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$

$\sin^4\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8} + \frac{1}{8} = 0$

$D = 0,5$

$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{1 - \sqrt{0,5}}{2}$ $\quad \sin\frac{7\pi}{8} = \frac{1 + \sqrt{0,5}}{2}$

Итого $E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1,5 + 2\sqrt{0,5}}{4} + \frac{16(1,5 - 2\sqrt{0,5})}{4}} =$

$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{\frac{17 \cdot 1,5}{4} - \frac{30\sqrt{0,5}}{4}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{\frac{51}{8} - \frac{15\sqrt{2}}{4}} \approx 0,47\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2 (продолжение.

Внут. эн. ~~газа~~ неона увеличилась на $\frac{3}{2}\nu R\Delta T_{Ne} \simeq 300$ Дж.

Работы, совершённые газами по модулю равны (в ~~~~ процессе ΔV и p одинаковые ~~~~ ~~работы (изменения вн. эн.~~), ~~~~ ~~~~

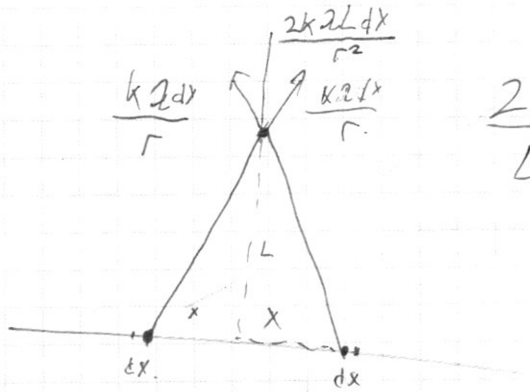
Внутренние энергии газов в конце равны, значит $\Delta U_{He} + A_{He} = \Delta U_{Ne} + A_{Ne} = \Delta U_{He} - A_{He}$.

Тогда ~~~~ искомое Q – изменение всей внутр. энергии гелия равно $\frac{\Delta U_{He} + \Delta U_{Ne}}{2} = \frac{351{,}15}{2} \approx 175{,}6$ Дж.

Ответ: 1) $\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{4}{3}$

2) 427,4 K

3) 175,6 Дж.



$$\frac{2k\lambda L\,dx}{L^2+x^2} \qquad 2k\lambda L\int\frac{1}{L^2+x^2}\,dx$$

$y=x^2 \quad x=\sqrt{y} \quad \frac{1}{L^2+x^2}=y$

$$2k\lambda L\int\frac{1}{L^2+y}\cdot\frac{1}{2\sqrt{y}}\,dy$$

$L^2+x^2=\frac{1}{y}$

$x=\sqrt{L^2+\frac{1}{y}}$

$$2k\lambda L\int 1\cdot\left(\sqrt{L^2+\frac{1}{y}}\right)'dy$$

57,15 : 4 = 14,29

14,29 × 21 = 1429 + 2858 = 300,09

$\sqrt{2L^2+x^2}$

$\frac{6}{25}\cdot\frac{4}{25}\cdot 110\cdot 8{,}31$

0,24 0,16

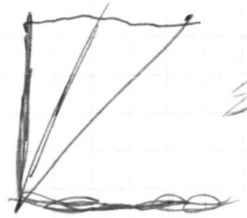
24 × 16 = 144 + 24 = 384

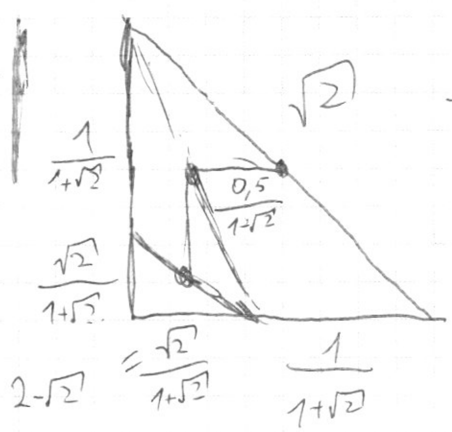
0,0384 × 8,31 = 384 + 1152 + 3072 = 0,319104

3,19104 × 3,19104 = 34.10184

34,1 × 1,5 = 34,1 + 17,05 = 51,15

$2-\sqrt{2}$





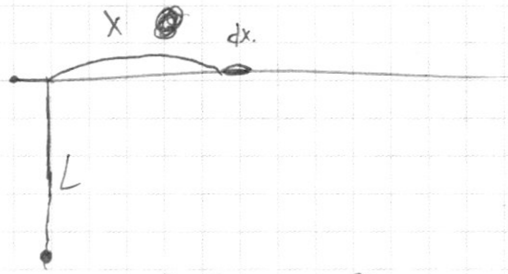
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

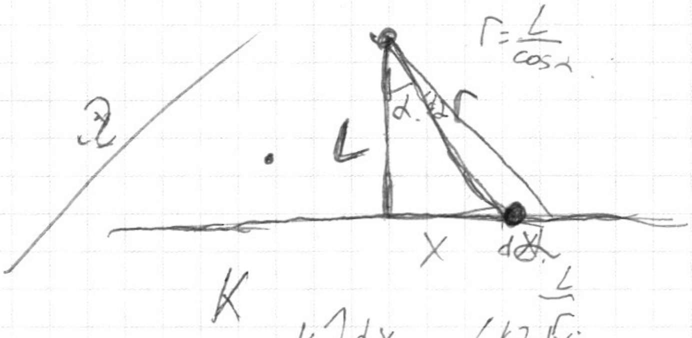


$x = r^2 + r^2 - 2r^2\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) =$

$= 2r^2\frac{\alpha^2}{2}$

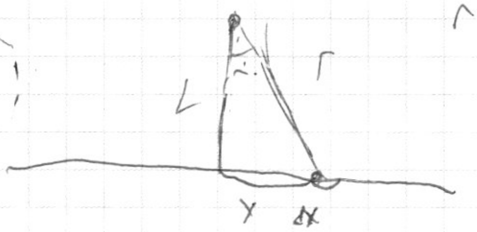
$\frac{L^2\alpha^2}{2\cos\alpha^2}$

$3{,}17 = 5{,}1$



$\frac{k\lambda dx}{r}$, $\frac{Lk\lambda dx}{L^2 + x^2}$

$\cos\alpha = \frac{L}{r}$



$E = \frac{kq}{r^2}L$

$q = \lambda dx$

$\sqrt{L^2 + 20L + 25}$

$\frac{k\lambda dx L}{L^2 + x^2 + xdx}$

$r = \sqrt{L^2 + (x + dx)}$ $\quad E\cos\alpha = \frac{kq}{L}$

$\frac{k\lambda L dx}{L^2 + x^2 + x}$

$0{,}93$

$r^2 = L^2 + \left(x + \frac{dx}{2}\right)^2 = L^2 + x^2 + xdx$

$r = \sqrt{L^2 + x^2 + xdx}$

$\sqrt{\frac{8}{8}} = \frac{8}{\sqrt{51 - 42}} = 7$

$0{,}89$

$\frac{k\lambda L}{L^2 + x^2}dx = k\lambda L\int$

$0{,}94$

$\frac{k\lambda dx}{r}$

$= k\lambda L\int\frac{1}{L^2 + x^2}dx =$

2π

$2\pi R \cdot 2R\sin\frac{\pi}{8}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)