Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

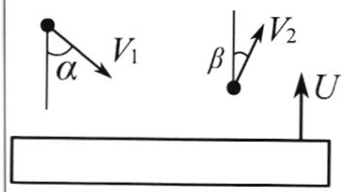
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

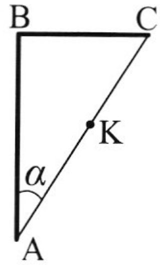
1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{3}{5} \right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).
1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

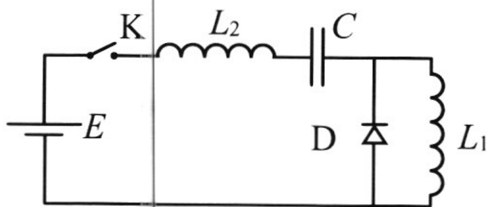
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

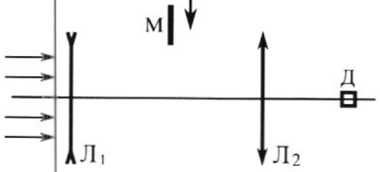
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

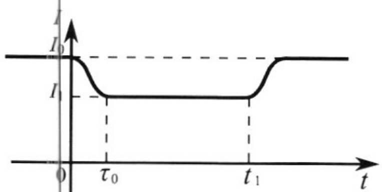
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от $Л_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$
.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.
Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$v_{x1}; v_{x2}; v_{y1}; v_{y2}; v_{y1}'; v_{y2}'$ – модули проекций скоростей на оси x и y

Дано:

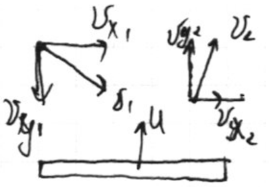
$v_1 = 18$ м/с

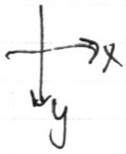
$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{3}{5}$

---

v_2; U





В СО плиты:

$v_{x1}' = v_1 \cdot \sin\alpha = v_{x1}$

$v_{y1}' = v_1 \cos\alpha + U$

$v_{x2}' = v_{x1}' = v_{x1} = v_{x2}$

$v_{x2} = v_2 \cdot \sin\beta = v_1 \cdot \sin\alpha$

$v_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cdot v_1 = 20$ м/с ; $v_{y2}' = v_2 \cdot \cos\beta - U$

$v_{y2}' = k \cdot v_{y1}' \Rightarrow v_2 \cdot \cos\beta - U = k(v_1 \cdot \cos\alpha + U)$

$k \in (0;1]$, если $k=1$, то удар будет упругим

$U(k+1) = v_2 \cdot \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha \cdot k$

$U = \frac{v_2 \cdot \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha \cdot k}{k+1}$; $U_{min} = \frac{v_2 \cdot \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha}{2}$, $k=1$

$U_{max} = v_2 \cdot \cos\beta$; $\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $\cos\beta = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$U_{min} = \frac{16 - 6\sqrt{5}}{2} = 8 - 3\sqrt{5}$ м/с. ; $U_{max} = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16$ м/с

Ответ: $v_2 = 20$ м/с ; $U \in (8-3\sqrt{5}; 16)$ м/с

5.

Дано:

F_0; D; T_0

---

d; v; t_1

|| лучи соберутся в одном из побочных фокусов

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$\sin\varphi = \frac{D}{2} : 4F_0 = \frac{D}{8F_0}$ $\quad$ ~~т.к.~~ $\triangle ABC \sim \triangle BEG$

$h' = F_0 \cdot \sin\varphi = \frac{D}{8}$; $\quad \frac{d}{d-F_0} = \frac{D}{2} \cdot \frac{8}{D} \Rightarrow \underline{d = \frac{4}{3}F_0}$

S - площадь мишени; r - радиус мишени.

$S = \pi r^2$;

$I \sim S_{пл.}$ $\quad$ $S_{пл}$ - это фигура в пл., $\perp$ гл. опт. оси и перес. её в т.о. между линзами, образованная лучами, проходящими через эту плоскость и после попадающих в собир. линзу Л2.

$I_0 = \alpha \pi h^2$

α - коэффициент пропорциональности

$I_1 = \alpha(\pi h^2 - S)$ $\quad$ $\frac{I_0}{I_1} = \frac{16}{7}$ (по усл.)

$\frac{\pi h^2}{\pi h^2 - S} = \frac{16}{7} \Rightarrow S = \frac{9}{16}\pi h^2 \Rightarrow r = \frac{3}{4}h$

$h = 3F_0 \cdot \sin\varphi = \frac{3}{8}D$ $\quad ; 2r = \frac{9}{16}D$

За время τ_0 мишень полностью вошла в пучок света; то есть её центр опустился на $2r$

$2r = \tau_0 \cdot v \Rightarrow v = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{9D}{16\tau_0}$

За $\Delta t = t_1 - \tau_0$ центр мишени опустился на $2h - 2r$:

$v \cdot \Delta t = 2h - 2r \Rightarrow \Delta t = \frac{2h - 2r}{v} = \frac{\frac{3}{4}D - \frac{9}{16}D}{9} \cdot 16\tau_0 = \frac{\tau_0}{3}$

$t_1 = \tau_0 + \Delta t = \tau_0 + \frac{1}{3}\tau_0 = \frac{4}{3}\tau_0$

Ответ: $d = \frac{4}{3}F_0$; $v = \frac{9D}{16\tau_0}$; $t_1 = \frac{4}{3}\tau_0$

2.

Дано:
$\nu = \frac{3}{5}$ моль
$T_1 = 320$ K
$T_2 = 400$ K

$\frac{V_1}{V_2}$; T_k; Q

T_1; V_1	T_2; V_2

$p_1 = p_2 = p_0$ в нач. момент времени ~~t=0~~

$p_0 V_1 = \nu R T_1$
$p_0 V_2 = \nu R T_2$
$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{5} = \underline{0{,}8}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

p' – установившееся давление:

$p'V_1' = \nu R T_к$

$p'V_2' = \nu R T_к$ $\Rightarrow V_1' = V_2' = \frac{V}{2}$

Газы идеальные и одноатомные $\Rightarrow U = \frac{3}{2}\nu R T$

$Q_{общ} = 0$; $Q_1 = -Q_2$; $A_1 = -A_2$ $\Rightarrow \Delta U_1 = -\Delta U_2$

$\frac{3}{2}\nu R \Delta T_1 = -\frac{3}{2}\nu R \Delta T_2$; $T_к - T_1 = -(T_к - T_2) \Rightarrow T_к = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360K$

$Q = |Q_1| = |Q_2|$; $Q = |\Delta U_1| + |A_1|$

$\Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_1$;

$p_0 = \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{9\nu R T_1}{4V}$; $p' = \frac{2\nu R T_к}{V}$; $\frac{p_0}{p'} = \frac{9T_1}{4V}\cdot\frac{1}{2T_к} = \frac{9}{8}\cdot\frac{T_1}{T_к} = 1$

$p_0 = p'$; т.к. процесс происходит медленно, то изменением давления во время передвижения поршня можно пренебречь, то есть $p = const$.

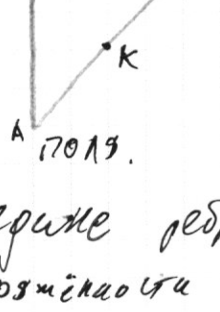
$A_1 = p\Delta V_1 = pV/2 - p\frac{4}{9}V = \nu R T_к - \nu R T_1 = \nu R \Delta T_1$

$Q = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_1 + \nu R \Delta T_1 = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_1 = \frac{3}{2} 40 \cdot 8{,}31 = 20 \cdot 8{,}31 = 166{,}2$ Дж.

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = 0{,}8$; $T_к = 360K$; $Q = 166{,}2$ Дж.

3.

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$; $\frac{E_к}{E_0} = ?$



$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow AB = BC \Rightarrow$ пластины одинаковые $\Rightarrow$ создают равные поля.

Проекция т. К лежит на середине ребра AB (и BC), поэтому в этой точке вектор напряжённости будет направлен

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) перпендикулярно плоскости пластины.

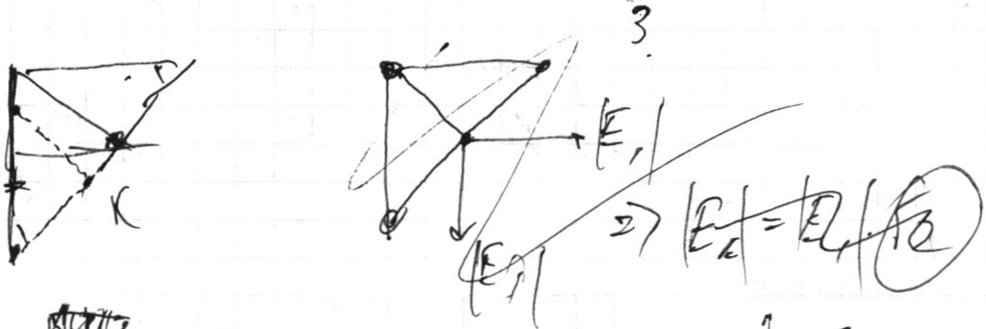
$|\vec{E}_0| = |\vec{E}|$; $|\vec{E}_к| = \sqrt{E^2+E^2} = |\vec{E}|\sqrt{2}$

$\frac{E_к}{E_0} = \sqrt{2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

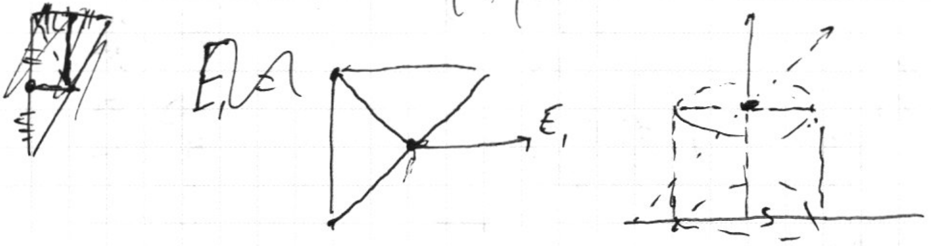
3.



$\Rightarrow |E_k| = |E_1|\sqrt{2}$

$1{,}245 \cdot 2{,}245 = 5{,}029025$

$q = \sigma S$ [Кл]



$\oint_S E\,dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$F = \frac{E}{q}$ $E\,[Н/Кл]$

$F = k\frac{q_0 q_2}{4\pi r^2}$ $\frac{Кл^2}{м^2}$ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$\frac{Н}{Кл}\cdot м^2 = \frac{м^2}{Кл^2}\cdot Н$ $k\left[\frac{м^2}{Кл^2}\cdot Н\right]$

$E\cdot 2S = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$E_0 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0^2} + E_1}$

$E_k = E_1\sqrt{2}$

$\frac{5\pi}{9}$

$\sin 3\alpha = \sin 2\alpha\cdot\cos\alpha + \cos 2\alpha\cdot\sin\alpha =$

$= 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha + (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\sin\alpha = 3\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha - \sin^3\alpha$

$\sin 3\alpha = \sin\alpha(3\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \sin\alpha(3 - 4\sin^2\alpha) = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$-4x^3 + 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

б) $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_{BC} = \frac{2\sigma}{\cancel{1}4\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{7\varepsilon_0}$

$E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\varepsilon_L = L\frac{dI}{dt}$

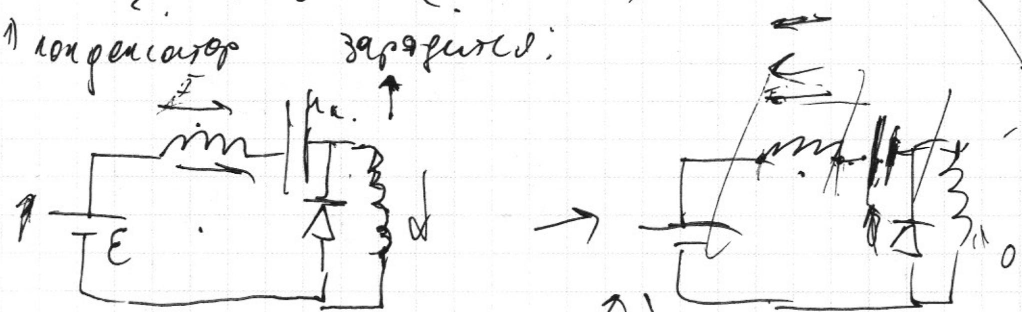
В нач. момент времени

после 3. конденсатора без разряда:

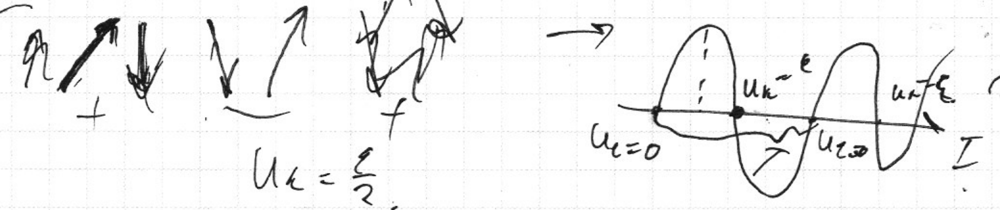
$U_к = \mathcal{E} - \mathcal{E}_{L1} - \mathcal{E}_{L2}$

$W_L = \frac{LI^2}{2}$; $W_C = \frac{CU^2}{2}$

1) конденсатор зарядится:



$I(t)$:



$T = 2\tau$ $\qquad U_к = \frac{\mathcal{E}}{2}$

τ - время зарядки / разрядки конденсатора.

$C\mathcal{E} = q$; $q = I \cdot \Delta t$

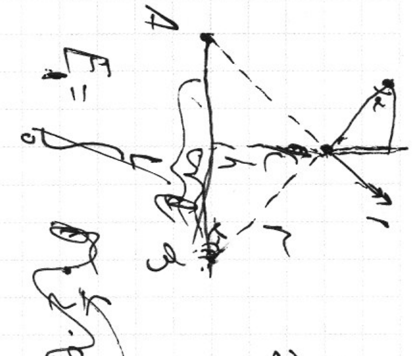
$C\mathcal{E} = I_{ср} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{C\mathcal{E}}{I}$ $\qquad I = \frac{\mathcal{E}_{\mathcal{U}}}{R}$

ср. знач.

$4x^3 + 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ $\qquad f'(x) = 12x^2 + 3 > 0 \Rightarrow 1$ корень.

$\frac{\pi}{9} = \frac{180}{9} = 20$ градусов.

$(1+q)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{6}$



$E_x = \sin\alpha$; $dq = \sigma \cdot dh \cdot dl$

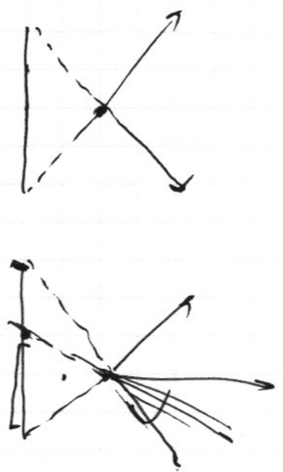
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

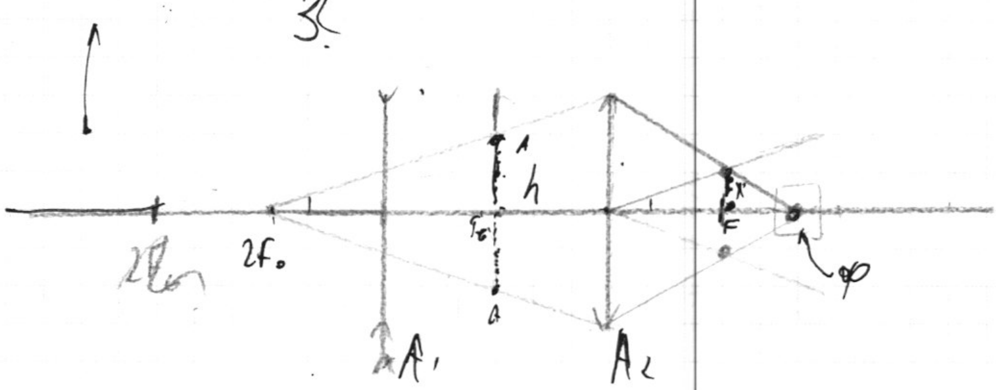
ШИФР

(заполняется секретарём)

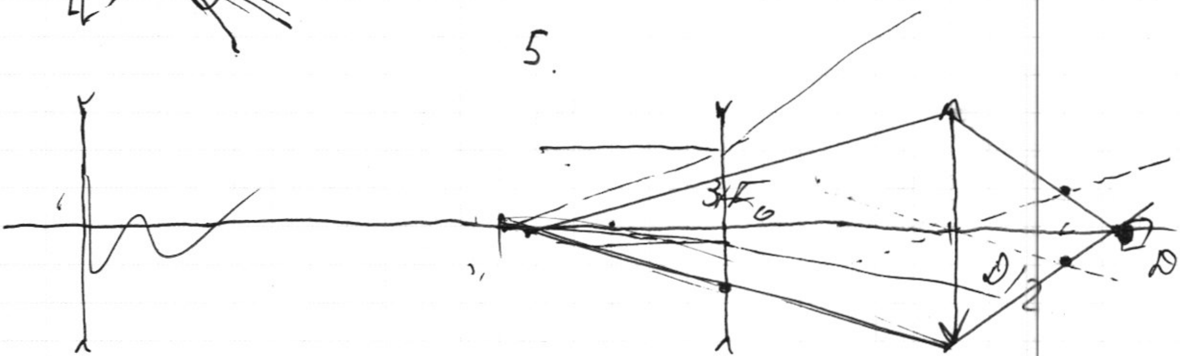
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

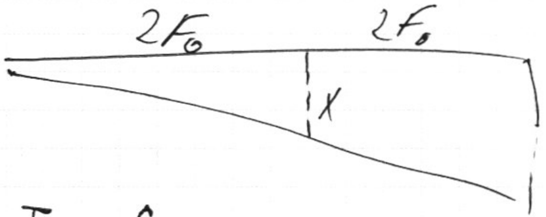


3.



5.





$D/2$

$\frac{D}{2}\cdot\frac{1}{4F_0} = \frac{x}{2F_0}$

$x = \frac{D}{4}$

$I \sim S_{пл.АА.}$

S - площадь пластины

$I_0 = \alpha \cdot \pi h^2$

$k = \frac{2h}{D} = \frac{3F_0}{4F_0} \Rightarrow h = \frac{3}{8}D$

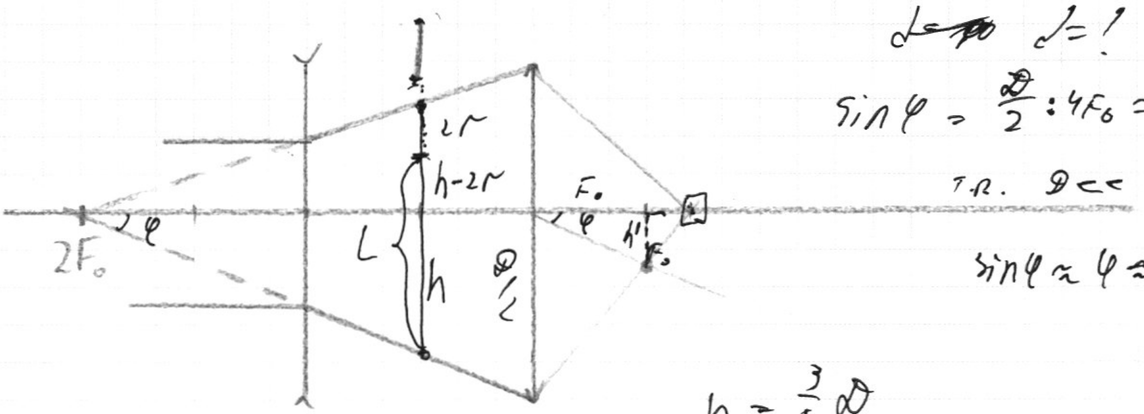
$I_1 = \alpha(\pi h^2 - S_{пл})$

$\frac{16}{7} = \frac{\pi h^2}{\pi h^2 - S_{пл}} \Rightarrow 16\pi h^2 - 16S = 7\pi h^2$

$16S = 9\pi h^2 \Rightarrow S = \frac{9}{16}\pi h^2$

$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \frac{3}{4}h = \frac{9}{32}D$

$2r = \frac{9}{16}D.$



$\cancel{d=10}$ $d=!$

$\sin\varphi = \frac{D}{2} : 4F_0 = \frac{D}{8F_0}$

т.к. $D << F_0$, то

$\sin\varphi \approx \varphi \approx \frac{D}{8F_0}$

$h = \frac{3}{8}D$

$h' = F_0 \cdot \sin\varphi = \frac{D}{8}$

$\frac{d}{d-F_0} = \frac{D \cdot 8^4}{2 \cdot D} \Rightarrow d = 4d - 4F_0 \Rightarrow \cancel{F_0} \Rightarrow d = \frac{4}{3}F_0$

$2r = \frac{9}{16}D$; $2r = v \cdot \tau_0$ $\quad \frac{9}{16} \cdot \frac{D}{\tau_0} = v$

$\Delta t_1 = \frac{L}{v} = \frac{2h-2r}{9D} \cdot 16\tau_0 = \frac{\frac{3}{4}D - \frac{9}{16}D}{9D} \cdot 16\tau_0$

$\Delta t_1 = \left(\frac{4}{3} - 1\right) \cdot \tau_0 = \frac{1}{3}\tau_0$; $t_1 = \tau_0 + \Delta t = \frac{4}{3}\tau$.

2.

$p_0 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$; $V_1 = \frac{4}{9}V$; $p' = \frac{2\nu R T_k}{V}$; $p_0 = \frac{9\nu R T_1}{4V}$

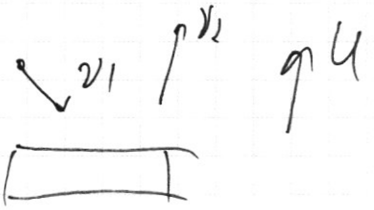
$\frac{p'}{p_0} = \frac{2T_k}{9T_1} \cdot 4 = \frac{8}{9}\frac{T_k}{T_1} = \frac{\cancel{360}^{40}}{\cancel{320}_{40}} \cdot \frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{9}_{1}} < 1$

т.к. движ. медл. то можно ~~сч~~, что $p = const$.

за Δt_k 83,1 · 2 = 166,2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

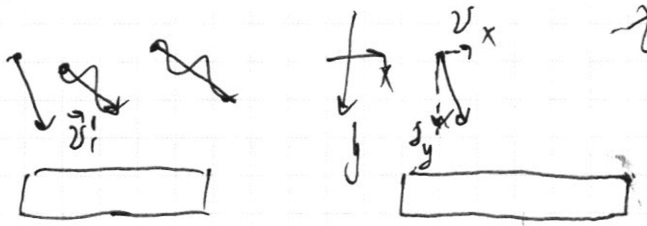
1.



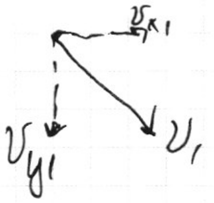
$\vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{u}$ $u > 0$.

$v_1 = const$

$v_y = v_1 \cdot \cos\alpha$



$v_y' = v_y + |u|$;



$v_{y1} = v_1 \cdot \cos\alpha$

$v_{x1} = v_{x2} = v_1 \cdot \sin\alpha$

$v_{y1}' = v_1 \cdot \cos\alpha + u$

$v_{y2}' = v_{y1}' \cdot k$ k - коэффициент.

$v_2 = \frac{v_{x}}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{18 \cdot 10}{9} = 20$ м/с.

$v_{y2}'' = \underline{v_2 \cdot \cos\beta}$ $v_{y2}'' = v_{y2}' + u \Rightarrow v_{y2}' = v_{y2} - u$

$k < 1$

~~$v_{y2} \cdot \cos\beta = v_{y1}' \cdot k$~~

$(v_1 \cdot \cos\alpha + u) \cdot k = (v_{y2} - u)$

$u(k+1) = v_2 \cdot \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha$

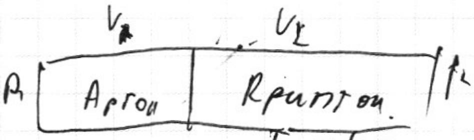
$\cos\alpha = \pm\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$; $\cos\beta = \pm\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm\frac{4}{5}$.

$k \in [0; 1]$

$u(k+1) = 16 - \frac{18 \cdot \sqrt{5}}{3} = 16 - 6\sqrt{5}$

$u_{\text{макс}} = \underline{16 - 6\sqrt{5}}$; $u_{\text{мин}} = \underline{8 - 3\sqrt{5}}$

2.



$T_1 = 320K$ $T_2 = 400K$

$\frac{V_1}{V_2} = ?$ | $T_k = ?$

ур-е Менделеева - Клапейрона

$p_1 V_1 = \nu R T_1$. $p_0 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$ $p' = \frac{2\nu R T_k}{V}$

В начальный момент времени $p_1 = p_2 = p_0$

1) $p_0 V_1 = \nu R T_1$
$p_0 V_2 = \nu R T_2$ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5} = \underline{0{,}8}$

2) p' - уст. давл. T_k - уст. темп.

газы ид. и одн. $\Rightarrow U = \frac{3}{2}\nu R T$

$p' V_1' = \nu R T_k$
$\Rightarrow V_1' = V_2'$
$p' V_2' = \nu R T_k$

$\Delta U_{Ar} + \Delta U_k = 0$ т.к. система теплоизолирована.

$A_A + A_k = 0$ F_g $A_A = F_g \cdot \Delta X$ $A_1 = -A_2$.

$A_k = -F_g \cdot \Delta X$

$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow \Delta U_A + \Delta U_k = 0$ $A = |A_1|$

$\frac{3}{2}\nu R \Delta T_1 + \frac{3}{2}\nu R \Delta T_2 = 0$

$\Delta T_1 = -\Delta T_2 \Rightarrow T_k - T_1 = -(T_k - T_2) \Rightarrow T_k = \frac{T_2 + T_1}{2} = 360K.$

$Q_1 = Q_2 \Rightarrow |Q_x| = |Q|$; $Q_1 = \underbrace{\frac{3}{2}\nu R \Delta T_1}$ + A

$\delta A_q = p_1 dV = \nu R T \frac{dV}{V}$ $\frac{p_0}{p'} = \frac{T_1}{V_1} \cdot \frac{V}{T_k}$

$\delta A = p S \cdot dx$ $A = p \Delta V = \nu R \Delta T_1$

$V_1 = \frac{4}{9} V$

$\frac{p_0}{p} = const$ $p_0 = p'$

$Q = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_1 = \frac{3}{2} 40 \cdot 60 \cdot 8{,}31$

$\frac{p_0}{p_1} = \frac{T_1}{T_k} \cdot \frac{9}{4} = \frac{320}{360} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = 1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)