Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

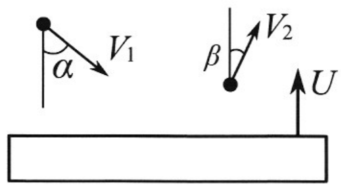
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



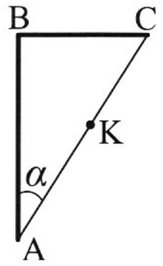
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

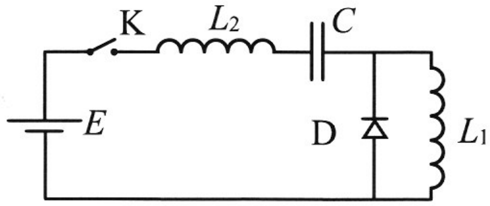
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

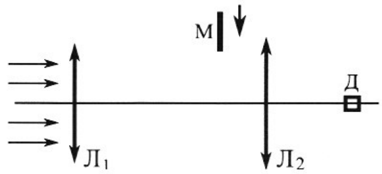
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

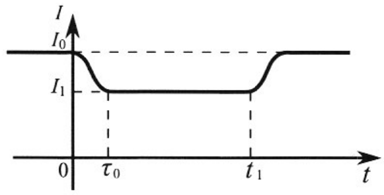
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



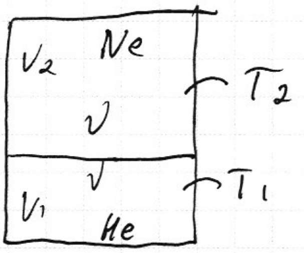


1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



$\nu = \frac{6}{25}$ моль $\quad T_1 = 330K$

$T_2 = 440K$

T_x - конечная T - ?

1) Исходя из условия, в начальном состоянии давления в цилиндре были равны, т.к ν у них также равно, запишем соотношение:

$$\frac{P_0 V_1}{P_0 V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$$

Ответ: $\frac{3}{4}$.

2) Заметим, что т.к сосуд теплоизолирован, а также ~~работа He~~ = ~~[illegible]~~ $A_{He} = -A_{Ne}$ т.к давления оставались равны. $(A = PdV)$ $\Delta Q = A_{He} + \Delta U_{He} + \Delta U_{Ne} - A_{Ne} = 0$

$\Rightarrow \Delta U_{He} = -\Delta U_{Ne} \Rightarrow \frac{3}{2}\nu R(T_x - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_x)$

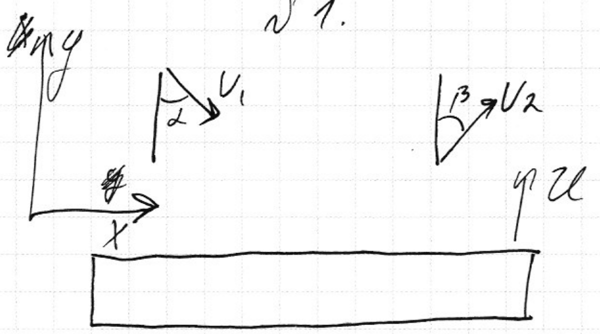
$\boxed{T_x = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385K}$ - ответ

3) Тогда $Q_{Ne} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_x) \overset{\Delta U}{=} \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8{,}31 \cdot 55 \approx$

$\approx \underbrace{\frac{99}{5}}_{\approx 20} \cdot 8{,}3 \approx \boxed{166 \text{ Дж}}$ - ответ

He и Ne - одноатомные газы $\Rightarrow$ степеней свободы $i = 3$

№1.



$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

1) Запишем ЗСИ по оси ~~y~~ x:

$mV_1\cdot\sin\alpha = mV_2\cdot\sin\beta$

$V_2 = V_1\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 2V_1 = \boxed{12\ м/с}$ – ответ

2) Т.к удар неупругий, часть энергии шара перейдет в тепло Q.

Перейдем в систему отсчета, ~~связанную~~ движущуюся вверх со скоростью u

Запишем ЗСИ и ЗСЭ по оси y:

$$\begin{cases} m(V_1\cdot\cos\alpha + u) = m(V_2\cdot\cos\beta - u) & (1)\\ \frac{m(V_1\cdot\cos\alpha + u)^2}{2} = \frac{m(V_2\cdot\cos\alpha - u)^2}{2} + Q & (2) \end{cases}$$

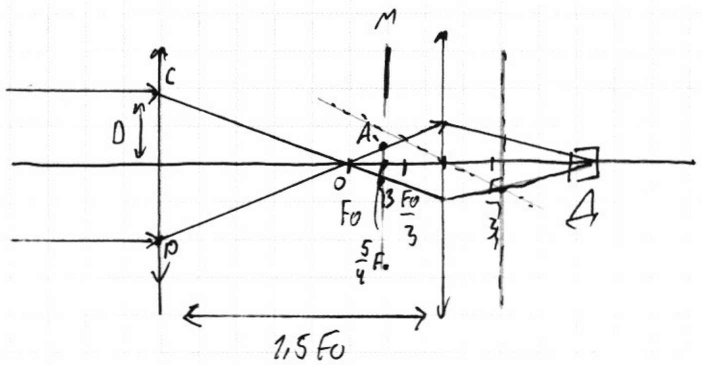
Из (1) ур. следует, что $u = \frac{V_2\cdot\cos\beta - V_1\cdot\cos\alpha}{2}$

$= \frac{12\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} - 6\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = \boxed{4\sqrt{2} - \sqrt{5}}$ ответ – u может быть больше данного значения при условии увеличения кол-ва выделяемого тепла.

см продолжение на стр 7

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



Крайние лучи входят в $Л_1$ на расст D от оси.

1) После прохождения первой линзы, лучи соберутся в её фокусе, далее проходят во вторую линзу и соберутся на расстоянии b.

$b = \frac{aF}{a-F}$, где $a = 1{,}5F_0 - F_0 = \frac{F_0}{2}$ т.к лучи собр в фокусе

$F = \frac{F_0}{3}$

$b = \frac{\frac{F_0}{2}\cdot\frac{F_0}{3}}{\frac{F_0}{2}-\frac{F_0}{3}} = F_0$ => фотодетектор расположен

$\boxed{\text{на расст. } F_0 \text{ от } Л_2}$ - ответ

2) Время от τ_0 до τ – время с момента касания её верхнего края т-ка A (см. рис) и до касания её нижнего края т-ки B

Найдем ~~площадь~~ диаметр круга с диаметром AB: из подобия △ следует, что $\frac{d}{D} = \frac{\frac{1}{4}F_0}{F_0} \Rightarrow d = \frac{D}{4}$ (△COD ~ △AOB)

Т.к $I_1 = \frac{8}{9}I_0$ – это значит, что $\frac{1}{9}$ S детектора закрыта

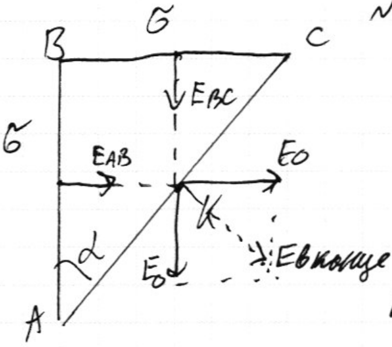
=> $L_{мишени} = \frac{1}{3}d = \frac{D}{12}$  – т.к $\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2$ K_1, K_2 – коэф подоб.

чтобы найти скорость мишени, нужно заметить, что τ_0 - время прохождения мишенью своей длины, т.к с момента $t=0$ и до $\tau=\tau_0$ ток убывал $\Rightarrow V = \frac{L_{мишени}}{\tau_0} = \boxed{\frac{D}{12\tau_0}}$ - ответ

3) Исходя из найденных пропорций $\tau_1 - \tau_0 = \frac{L_{мишени}\cdot 2}{V} = 2\tau_0$ т.к чтобы пройти от т-ки A до касания т-ки B нижним концом нужно пройти $2L$ мишени

Ответ: $\boxed{2\tau_0}$

№4.

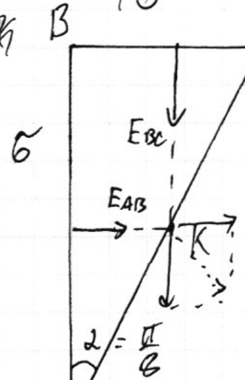


1) Пусть пов. плотн. заряда $=\sigma$, т.к $\alpha = \frac{\pi}{4}$ - $\triangle ABC$ - р/б $\Rightarrow$ расстояние от т-ки K до BC и AB будут равны $\Rightarrow$ если E_0 - поле BC то $|E_0| = |E_1|$, где E_1 - поле AB

$\Rightarrow E_{в конце} = \sqrt{E_0^2 + E_0^2} = \sqrt{2}\,E_0$

$\Rightarrow \frac{E_{в конце}}{E_{в нач}} = \boxed{\sqrt{2}}$ - Ответ: в $\sqrt{2}$ раз

2) ~~Пусть~~



т.к пластины бесконечные, напряженность поля не будет зависеть от расстояния

$E_{BC} = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$

~~E(AB)~~ $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$

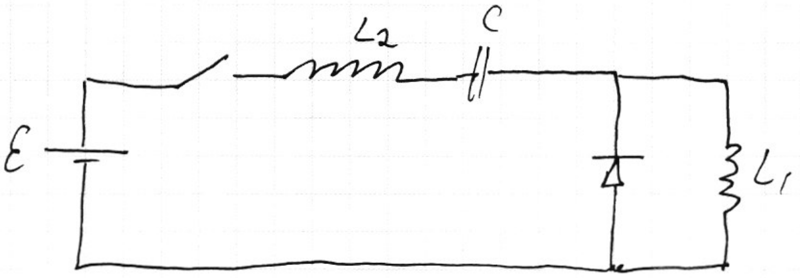
$E_{рез} = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}\sqrt{4+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$

Ответ: $\boxed{\frac{\sqrt{17}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}}$

Линии $\vec{E}$ направлены перпендикулярно плоскости.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



$L_1 = 3L$

$L_2 = 2L$

I) ~~Заметим~~ Что происходит в контуре:

1) ключ замкнули, конденсатор стал заряжаться, диод закрыт

2) После максимальной зарядки конденсатора (C), ток потечет в обратную сторону.

3) При перезарядке C, диод откроется, если рассмотреть контур диод-L_1, напряжение на катушке должно быть 0 => ток будет течь только через диод.

В процессе 1 $L_\Sigma = L_1 + L_2 = 5L \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{5LC}}$

В процессе 2-3 $L_\Sigma = L_2 \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$

=> Период колебаний в катушке L_2 будет состоять из суммы полупериодов колебаний для 1 и 2-3.

$T_\Sigma = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \boxed{\sqrt{5LC}\,\pi + \pi\sqrt{2LC}}$ – ответ

$\boxed{\text{II)}\ I_m = ?}$ Максимальный ток в катушке $L_1 = I_{max}$ в процессе 1, в момент, когда $U_c = \mathcal{E} \Rightarrow$ Запишем ЗСЭ;

$\mathcal{E}\Delta q = \Delta W + \frac{5LI_m^2}{2}$ $\quad \Delta q = C\mathcal{E}$

$$C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{5LI_m^2}{2}$$

$$I_m^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{5L} \Rightarrow \boxed{I_m = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}}$$ — ответ

$\boxed{\text{III) } I_{m2} - ?}$

III) Найдем максимальный ~~заряд~~ U_m на C в процессе 1.

ЗСЭ:

$$\cancel{\mathcal{E}\Delta q = \left(\frac{CU_m^2}{2} - \frac{C\mathcal{E}^2}{2}\right)} \left(\frac{CU_m^2}{2} - \frac{5LI_m^2}{2}\right) - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \mathcal{E}\Delta q_2$$

$$\Delta q_2 = C\mathcal{E}U_m - C\mathcal{E}^2$$

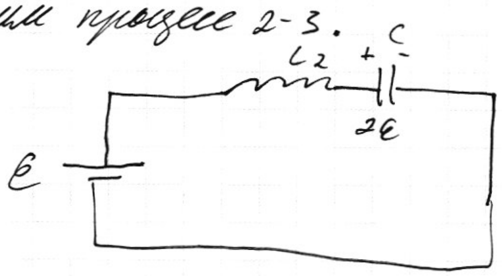
$$CU_m^2 - 5L\frac{\mathcal{E}^2 \cdot C}{5L} - C\mathcal{E}^2 = 2C\mathcal{E}U_m - 2C\mathcal{E}^2$$

$$CU_m^2 \cancel{+2C\mathcal{E}U_m} - 2C\mathcal{E}U_m - \frac{5L\mathcal{E}^2 \cdot C}{5L} + C\mathcal{E}^2 = 0$$

$$U_m^2 - 2\mathcal{E}U_m = 0$$

$$\boxed{U_m = 2\mathcal{E}}$$

Рассмотрим процесс 2-3.



Контур эквивалентен данному

Максимальный ток будет когда $U_c = \mathcal{E}$ =>

ЗСЭ:

$$\mathcal{E}\Delta q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{4C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L_2 I_{m2}^2}{2} \qquad \Delta q = C\mathcal{E} - 2C\mathcal{E}$$

$$-2C\mathcal{E}^2 = C\mathcal{E}^2 - 4C\mathcal{E}^2 + L_2 I_{m2}^2$$

$$L_2 I_{m2}^2 = C\mathcal{E}^2$$

$$\boxed{I_{m2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{2L}}}$$ — ответ

При ударе часть кинетической энергии шара перешла в тепло Q, найдём Q. ~~ЗСЭ по о.у~~:

$$\cancel{-\frac{m(V_1 \cdot \cos\alpha)^2}{2} + \frac{m(V_2 \cdot \cos\beta)^2}{2} =}$$

$$Q = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2},$$

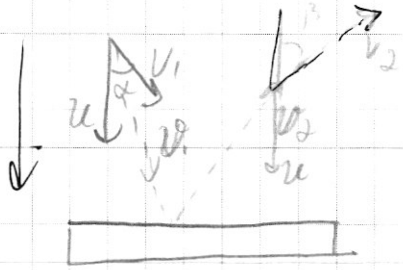
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v_1^2=(V_1\cdot\cos\alpha+u)^2+(V_1\cdot\sin\alpha)^2$$

$$v_2^2=(V_2\cdot\cos\beta-u)^2+(V_2\cdot\sin\beta)^2$$

$$\frac{mv_1^2}{2}=m$$

$$mV_1\cdot\cos\alpha+mu=-mV_2\cdot\cos\beta-mu$$

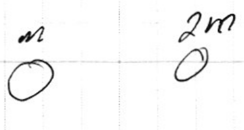
$$u_1^2-v_2^2=\frac{Q}{m}$$

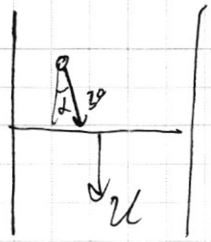
$$\cancel{(V_1\cdot\cos\alpha+u)^2+(V_1\cdot\sin\alpha)^2+}$$

$$\underbrace{(V_1\cdot\sin\alpha)^2+(V_2\cdot\sin\beta)^2-\frac{Q}{m}}_{=K}+(V_1\cdot\cos\alpha+u)^2+(V_2\cdot\cos\beta-u)^2=\frac{Q}{m}$$

$$K+2u^2+2u(V_1\cdot\cos\alpha-V_2\cdot\cos\beta)+V_1\cos^2\alpha+V_2\cos^2\beta=0$$

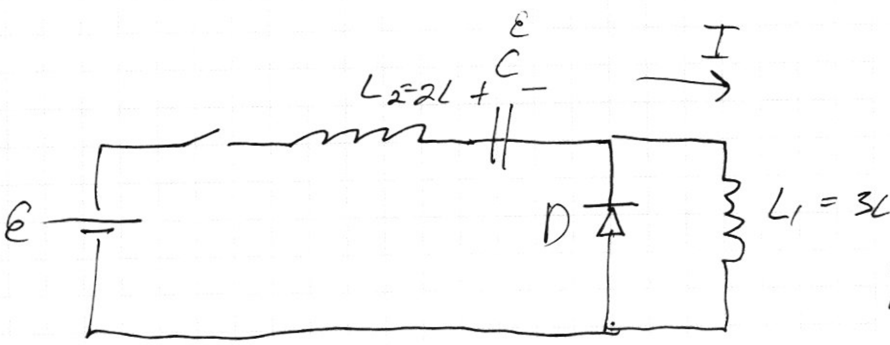
$$2u^2+2u(V_1\cdot\cos\alpha-V_2\cdot\cos\beta)+V_1+V_2-\frac{Q}{m}=0$$





$$m(v\cdot\cos\alpha-u)=m(u\cdot\cos\beta$$

$$\frac{mu^2}{2}=\frac{m(V_2\cdot\sin\beta)^2}{2}$$



$q = -2LC\cdot A\sin(\omega t) + \mathcal{E}\cdot 2C$

$U_K - \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$

$\frac{q}{C} = -L\ddot{q} + \mathcal{E}$

$\ddot{q} = -\frac{q}{2LC} + \frac{\mathcal{E}}{2L}$

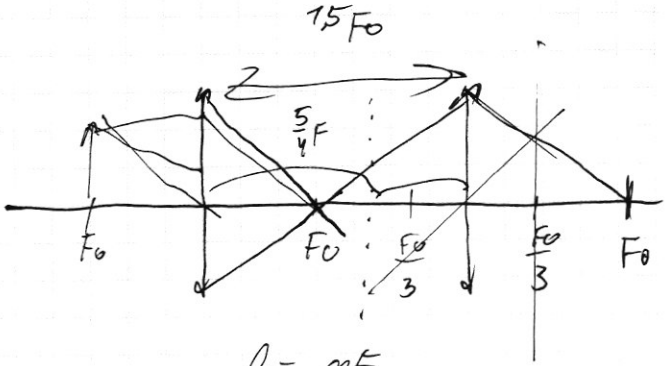
$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$ $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{5LC}}$

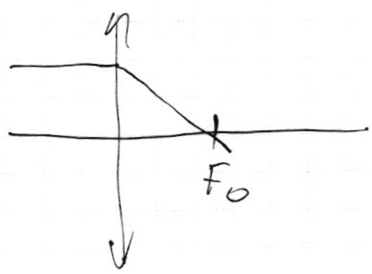
$\mathcal{E} - U_K = (L_1 + L_2)\frac{dI}{dt}$

1) $T = \sqrt{2LC}\cdot\pi + \sqrt{5LC}\,\pi$ $I_{01} = I_m\cdot C$

2) $\mathcal{E}\cdot\Delta q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{5LI_m^2}{2}$ $\Delta q = C\mathcal{E}$

$C\mathcal{E}^2 = 5LI_m^2$ $\boxed{I_m = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}}$





$b = \frac{aF}{a-F}$

$a_1 = 1.5F_0 - F = \frac{F_0}{2}$ $b = \frac{aF}{a-F} = \frac{\frac{F_0}{2}\cdot\frac{F_0}{3}}{\frac{F_0}{6}} = F_0$

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

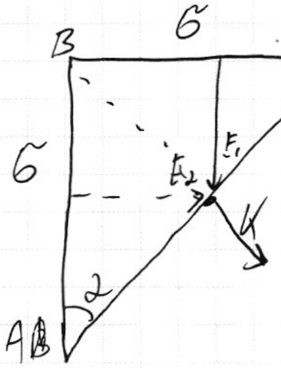
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

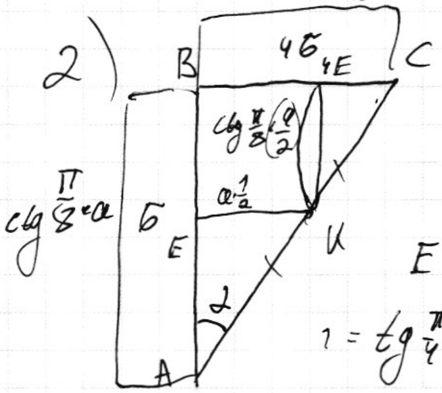
$E = \frac{kq}{r^2}$



1) $E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$

$E_{res} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}E$ в $\sqrt{2}$ раз

2)



$\alpha = \frac{\pi}{8}$

$E \sim \frac{1}{r^2}$

$1 = tg\frac{\pi}{4} = \frac{2tg\frac{\pi}{8}}{1 - tg^2\frac{\pi}{8}}$

K: $\frac{E}{4}$ (AB)

$1 - x^2 = 2x$

(BC) $\frac{4E}{\left(\frac{ctg\frac{\pi}{8}\cdot a}{2}\right)^2} = \frac{8\,tg^2\frac{\pi}{8}E}{a^2} =$

$x^2 + 2x - 1 = 0$

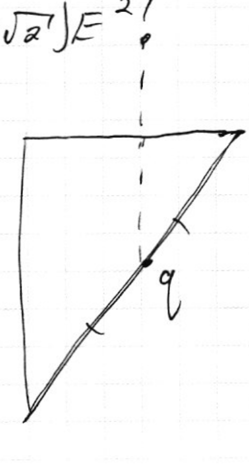
$D = 4 + 4 = 8$

$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2} =$
$= -1 + \sqrt{2}$

$= 8(-1+\sqrt{2})^2 E = 8(3 - 2\sqrt{2})E$

$E_{res} = \sqrt{\frac{E^2}{16} + 64(3-2\sqrt{2})E^2}$

$\frac{E_1}{E_K} = \frac{E_1}{\ }$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

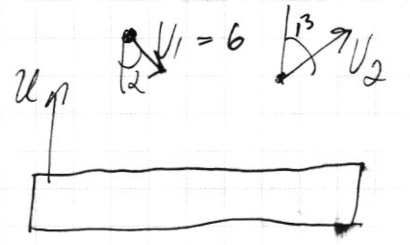
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

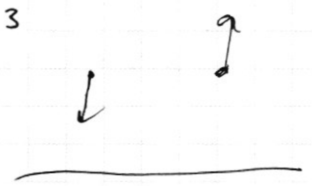
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



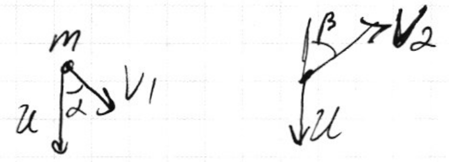
$\sin\alpha = \frac{2}{3}$ $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

$\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$



НСО: u



$x: \; mV_1\cos\alpha + mu = -mV_2\cdot\cos\beta + mu$

$y: \; mV_1\cdot\sin\alpha = mV_2\cdot\sin\beta$

$$V_2 = V_1\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 6\cdot 2 = \boxed{12 \text{ м/с}}$$

$V_{2y} = V_2\cdot\cos\beta = 8\sqrt{2}$

$V_{1y} = V_1\cdot\cos\alpha = 2\sqrt{5}$

$\cancel{mV_1\cdot\cos\beta}$ $m(V_1\cdot\cos\alpha + u) = -mV_2\cdot\cos\beta - u$

$$u = \frac{V_2\cdot\cos\beta - V_1\cdot\cos\alpha}{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$\frac{m(V_{1y} + u)^2}{2} = \frac{m(V_{2y} - u)^2}{2} + Q$$

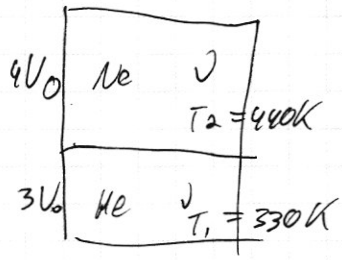
☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№2.

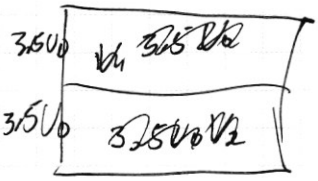


$\nu = \frac{6}{25}$ моль

$p_{Ne} V_{Ne} = \nu R T_2$

$p_{He} V_{He} = \nu R T_1$

p_0 $\frac{V_{Ne}}{V_{He}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{440}{330} = \frac{4}{3}$



$P_1 3{,}5 V_0 = \nu R T_K$

$\frac{P_1 \cdot 3{,}5 V_0}{T_K} = \frac{P_0 \cdot 3V_0}{T_1}$

$3P_0 \cdot V_0 \cdot \frac{T_K}{T_H} = \nu R T_K$

$P_1 = \frac{3}{3{,}5} \frac{T_K}{T_1} P_0$

$3P_0 V_0 = \nu R T_1$

$4P_0 V_0 = \nu R T_2$ $\qquad P_1 = P_0 \frac{T_x}{T_2} \cdot \frac{4}{3{,}5}$

$3{,}5 P_1 V_0 = \nu R T_x$

$3\frac{P_0 V_0}{T_1} = P_0 \cdot \frac{T_x}{T_2} \cdot \frac{4}{3{,}5} \cdot 3{,}5 V_0$

$Q_\Sigma = const$

$\frac{3}{2} \nu R \Delta T_1 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_2$

$(T_x - T_1) = (T_2 - T_x)$

$T_x = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{770}{2} = 385 K$

$Q = \frac{3}{2} \nu R (T_x - T_1) = \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8{,}31 (385 - 330)$

$\approx \frac{9}{25} \cdot 8{,}3 \cdot 55 = \frac{99 \cdot 8{,}3}{5} \approx 166$ Дж

≈ 20

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)