

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

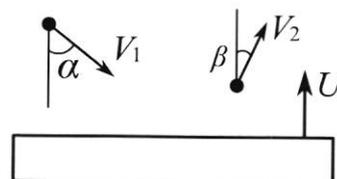
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

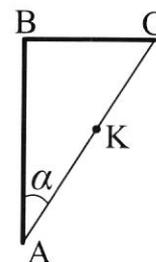


- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

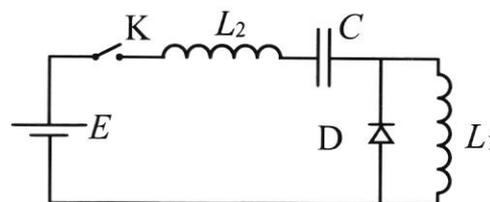
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

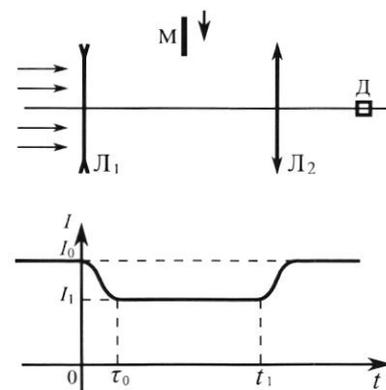
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

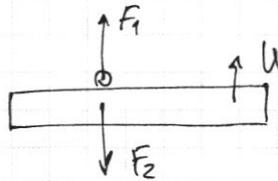
Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

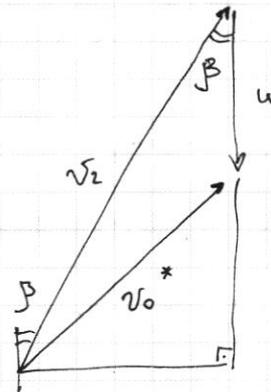
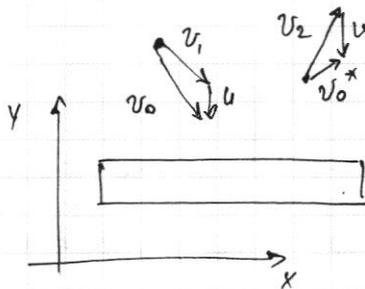
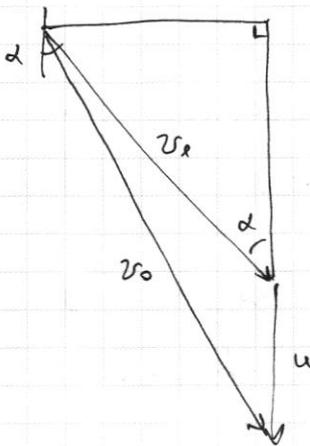
№ 1

- 1) При ударе нет горизонтальных сил, нет их работы
→ по горизонтали скорость сохраняется

$$A_{F_1} \neq A_{F_2}$$



- 2) Т.к. пластина массивная, то она \approx ЦСО, перейдём в СО, связанную с плитой.



- 3) Нарисуем векторные треугольники

$$v_2 \cdot \sin \beta = v_1 \cdot \sin \alpha \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{10 \cdot 19 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{9} = \underline{20 \text{ м/с}}$$

- 4) Т.к. удар неупругий, то:

$$\begin{cases} v_1 \cdot \cos \alpha + u \geq v_2 \cdot \cos \beta & (\text{стрелая т.к. удар неупругий}) \\ u \leq v_2 \cos \beta & (\text{т.к. должен быть отскок}) \\ & u \text{ в со плиты} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u > v_2 \cdot \cos \beta - v_1 \cdot \cos \alpha \\ u < v_2 \cos \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u > 16 \frac{m}{c} - 6\sqrt{5} \frac{m}{c} \\ u < 16 \frac{m}{c} \end{cases}$$

Ответ: 1) $v_2 = 20 \frac{m}{c}$
 2) $u \in \left(16 \frac{m}{c} - 6\sqrt{5} \frac{m}{c} ; 16 \frac{m}{c} \right)$.

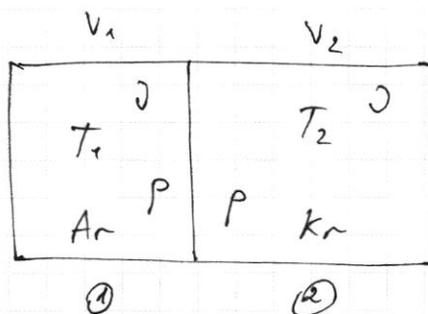
и 2

1) Т.к. поршень движется без трения:

$$p_{\text{л}} = p_{\text{кр}} = p. \text{ Тогда}$$

$$\begin{cases} (1) p \cdot V_1 = \nu R T_1 \\ (2) p \cdot V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{5}}$$



2) Т.к. сосуд теплоизолирован, то суммарная внутренняя энергия системы не меняется.

$$U_1 + U_2 = U_1^* + U_2^* ; U_1^* \text{ и } U_2^* - \text{внутр. энергии в уст. состоянии}$$

$$\frac{\nu}{2} \cancel{2R} T_1 + \frac{\nu}{2} \cancel{2R} T_2 = \frac{\nu}{2} \cancel{2R} T + \frac{\nu}{2} \cancel{2R} T$$

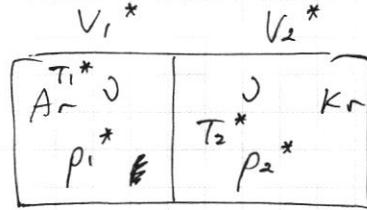
$$T_1 + T_2 = 2T \Rightarrow T = \frac{1}{2} (T_1 + T_2) = 360 \text{ K}$$

; T - температура в уст. состоянии

$$\boxed{T = 360 \text{ K}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Рассмотрим систему
в произвольный момент
переходного процесса:



$$\frac{3}{2} \cancel{\nu} R T_1^* + \frac{3}{2} \cancel{\nu} R T_2^* = 2 \cancel{3} R T = \text{const}$$

$$\frac{3}{2} p_1^* V_1^* + \frac{3}{2} p_2^* V_2^* = 2 \nu R T$$

поршень движется медленно $\Rightarrow p_1^* = p_2^* = p_0$

$$\frac{3}{2} p_0 \cdot \underbrace{(V_1^* + V_2^*)}_V = 2 \nu R T$$

$p_0 = \frac{4}{3} \frac{\nu R T}{V} = \text{const} \Rightarrow$ давление во всем переходном процессе одинаково. \rightarrow Изобарный процесс.

$$\Rightarrow C_{Ar} = C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{5}{2} R \Rightarrow Q_n = C_{Ar} \cdot \nu \cdot \Delta T =$$

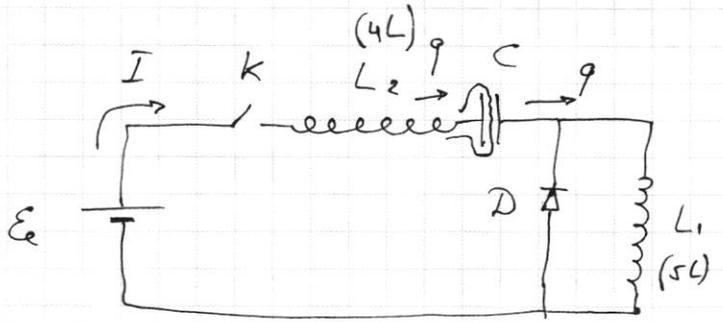
$$= \frac{5}{2} R \cdot \nu \cdot (T - T_1) = \cancel{498,6 \text{ Дж}} 498,6 \text{ Дж.}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{5}$

2) $T = 360 \text{ К}$

3) $Q_n = 498,6 \text{ Дж.}$

1) До замыкания ключа K в цепи токов и зарядов не было.



2) Через ~~какое-то~~ ^{небольшое} время после замыкания ключа померёт ток → на левой обкладке конденсатора появится положительный заряд → с правой обкладки заряд утекает. Диод в этом случае закрыт → утекает через катушку L_1 .

Когда заряд будет протекать на правую обкладку он весь пойдёт через диод. ⇒ Период колебаний состоит из двух полупериодов. T_1 и T_2

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}$$

$$T_1 = 2\pi \cdot 3\sqrt{LC'} = 6\pi\sqrt{LC'}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} T_1 = 3\pi\sqrt{LC'}$$

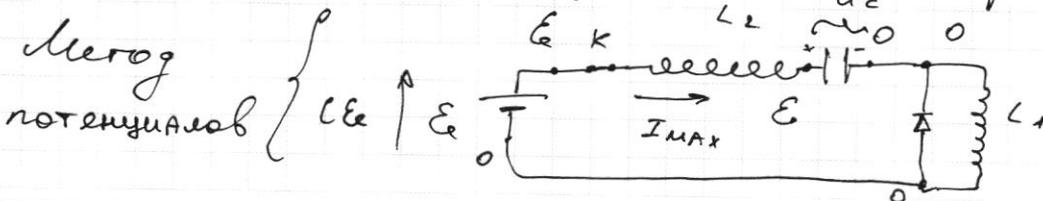
$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 \cdot C}}$$

$$T_2 = 2\pi \cdot 2\sqrt{LC'} \Rightarrow \frac{T_2}{2} = 2\pi\sqrt{LC'}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} (T_1 + T_2) = 5\pi\sqrt{LC'}$$

3) Рассмотрим момент, когда $I = I_{\max}$ ~~и заряд равен нулю~~ ⇒ ~~и заряд равен нулю~~
 $U_{C1} = U_{C2} = 0$
 ⇒ ~~и заряд равен нулю~~; на катушках нет напряжения ⇒



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~мы можем рассмотреть~~ рассмотрим,

когда I (2). Тогда:
ЗСЭ:

$$\begin{cases} \mathcal{E} \cdot q^* = \Delta W = W_{L_1} + W_{L_2} - W(0) \\ \mathcal{E}C = q^* \end{cases}$$

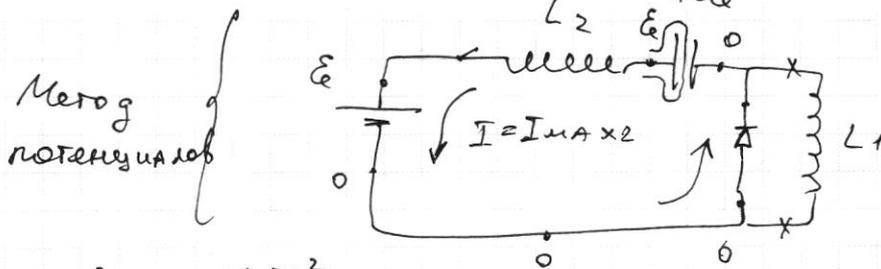
q^* - заряд, протёкший через источник

$$C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{4L I_{\max 1}^2}{2} + \frac{5L I_{\max 1}^2}{2}$$

$$C\mathcal{E}^2 = 9L I_{\max 1}^2 \Rightarrow I_{\max 1} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{9L}} = \frac{\mathcal{E}}{3} \sqrt{\frac{C}{L}} = I_{01}$$

максимальный ток $(\rightarrow) \rightarrow I_{\max 1} = I_{01}$

4) Рассмотрим момент, когда $I = I_{\max 2}$, но \downarrow
 \Rightarrow На катушках нет напряжения, ток идёт через диод.



$$\Rightarrow C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{4L I_{02}^2}{2}$$

$$C\mathcal{E}^2 = 4L I_{02}^2 \Rightarrow I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: 1) $T = 5\pi \sqrt{LC}$

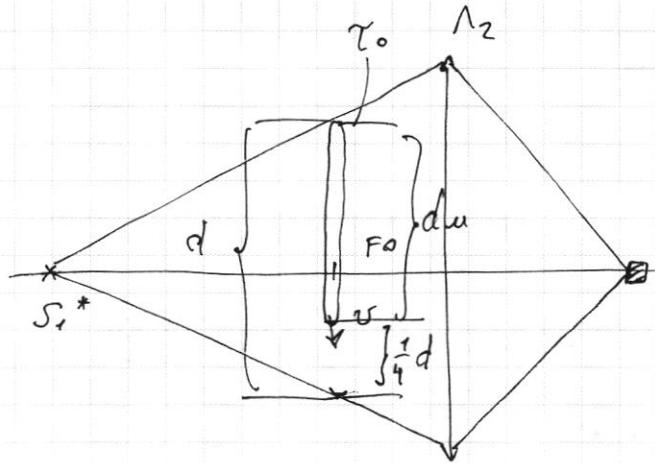
2) $I_{01} = \frac{\mathcal{E}}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$

3) $I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$

стр 7 на обороте

стр 6 на другой листе

3)



\Rightarrow За $t_1 - \tau_0$ мишень M

пресекла $\frac{d}{4} = \frac{3}{16} D \Rightarrow$

$$\frac{3}{16} D = v \cdot (t_1 - \tau_0) \quad (1)$$

4) Также мишень выехала в луче лучей света за τ_0 :

$$d_M = v \cdot \tau_0 \Rightarrow \frac{3}{4} d = v \cdot \tau_0 \Rightarrow \frac{9}{16} D = v \cdot \tau_0 \quad (2)$$

$$v = \frac{9D}{16\tau_0}$$

$$5) \frac{3}{16} D = \frac{9D}{16\tau_0} \cdot (t_1 - \tau_0)$$

$$\frac{12}{16} D = \frac{9D}{16\tau_0} \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{12}{9} \tau_0 = \frac{4}{3} \tau_0$$

$$t_1 = \frac{4}{3} \tau_0$$

Ответ: 1) $f_1 = \frac{4}{3} F_0$

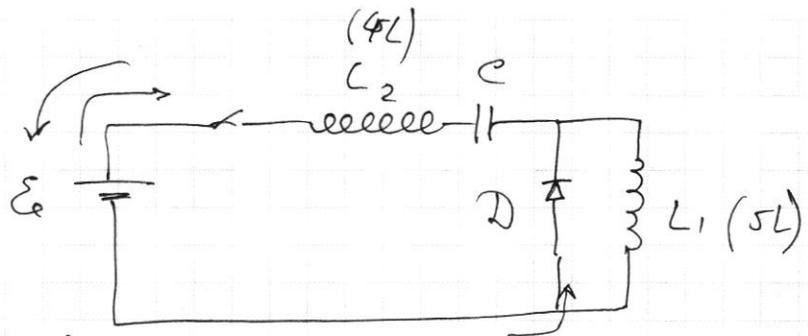
2) $v = \frac{9D}{16\tau_0}$

3) $t_1 = \frac{4}{3} \tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) до замыкания был уст. реж. $I_{L1} = I_{L2} = I_C = 0$
 $\Rightarrow W(\theta) = 0$ $q_C \approx 0$

2) $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}$



3) рассм. момент, когда

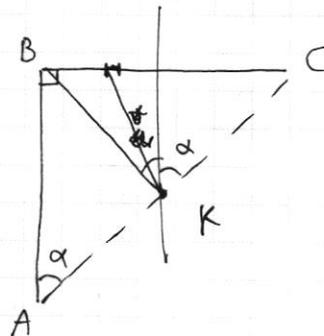
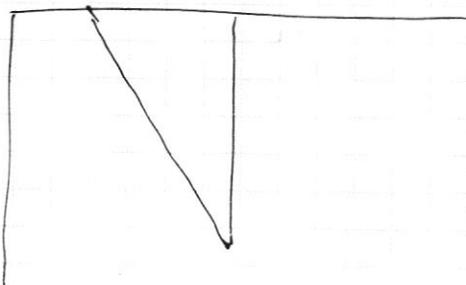
$q_C = q_{\text{max}} \Rightarrow q' = 0 \Rightarrow$ тока нет; \Rightarrow тока нет; на конденсаторах нет напряжения, $\Rightarrow I_{L1} = I_{L2} = 0 \Rightarrow$

4) рассм. момент, когда I когда $I = I_{\text{max}} \Rightarrow$

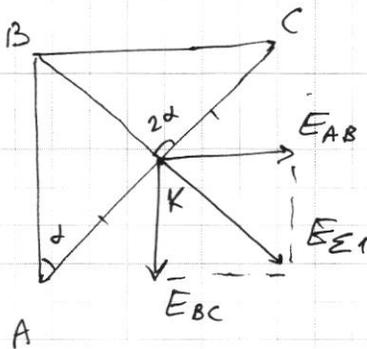
$$E_0 q^* = I_{\text{max}} \frac{L_1 I_{\text{max}}^2}{2}$$

$$C E_0 = q^* \quad C E_0^2 = \frac{L_1 I_{\text{max}}^2}{2}$$

~ 3



1) Рассмотрим первый случай: $\alpha = \frac{\pi}{4}$



$$E_{BC} = k \cdot \Omega_{BC} \cdot \sigma = \frac{\pi \cdot \sigma}{4\pi \epsilon_0} \rightarrow E_{BC} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

т.к. $2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Omega = \pi$

плоскость бесконечная

2) Из симметрии $E_{AB} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$

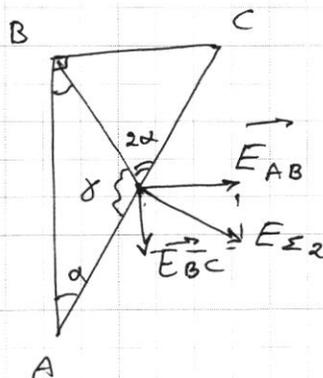
3) По принципу суперпозиции: $E_{\Sigma 1} = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} \Rightarrow$

$$E_{\Sigma 1} = \frac{\sigma \sqrt{2}}{4\epsilon_0}; \sigma - \text{поверхностная плотность заряда}$$

4) Рассмотрим случай 2: $\sigma_1 = \sigma; \sigma_2 = \frac{2}{7}\sigma; \alpha = \frac{\pi}{9}$

$$2\alpha = \frac{2\pi}{9} \Rightarrow \Omega_{BC} = 4\pi \cdot \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow E_{BC} = \frac{\frac{4\pi}{9} \cdot \sigma}{4\pi \cdot \epsilon_0} = \frac{\sigma}{9\epsilon_0}$$



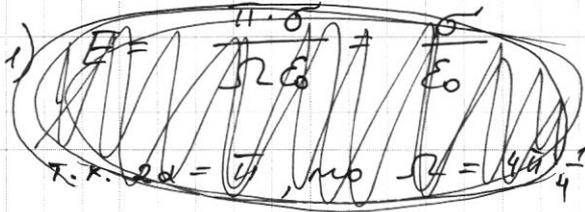
5) $\gamma = \pi - 2\alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{7\pi}{9} \Rightarrow \Omega_{AB} = \frac{7}{18} \cdot 4\pi$$

$$\Omega_{AB} = \frac{14}{9} \pi \Rightarrow E_{AB} = \frac{\frac{14}{9} \pi \cdot \frac{2}{7} \sigma}{4\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma}{9\epsilon_0}$$

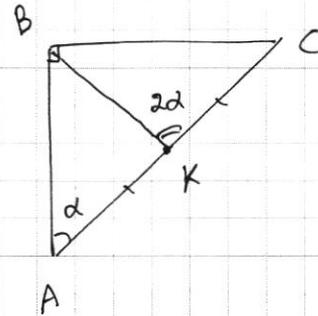
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3



$$1) E = \frac{\Omega \sigma}{k} = \frac{\Omega \sigma}{4\pi \epsilon_0} = \frac{\pi \sigma}{4\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$\Omega = 4\pi \cdot \frac{1}{4} ; \text{т.к. } \alpha = \pi$$

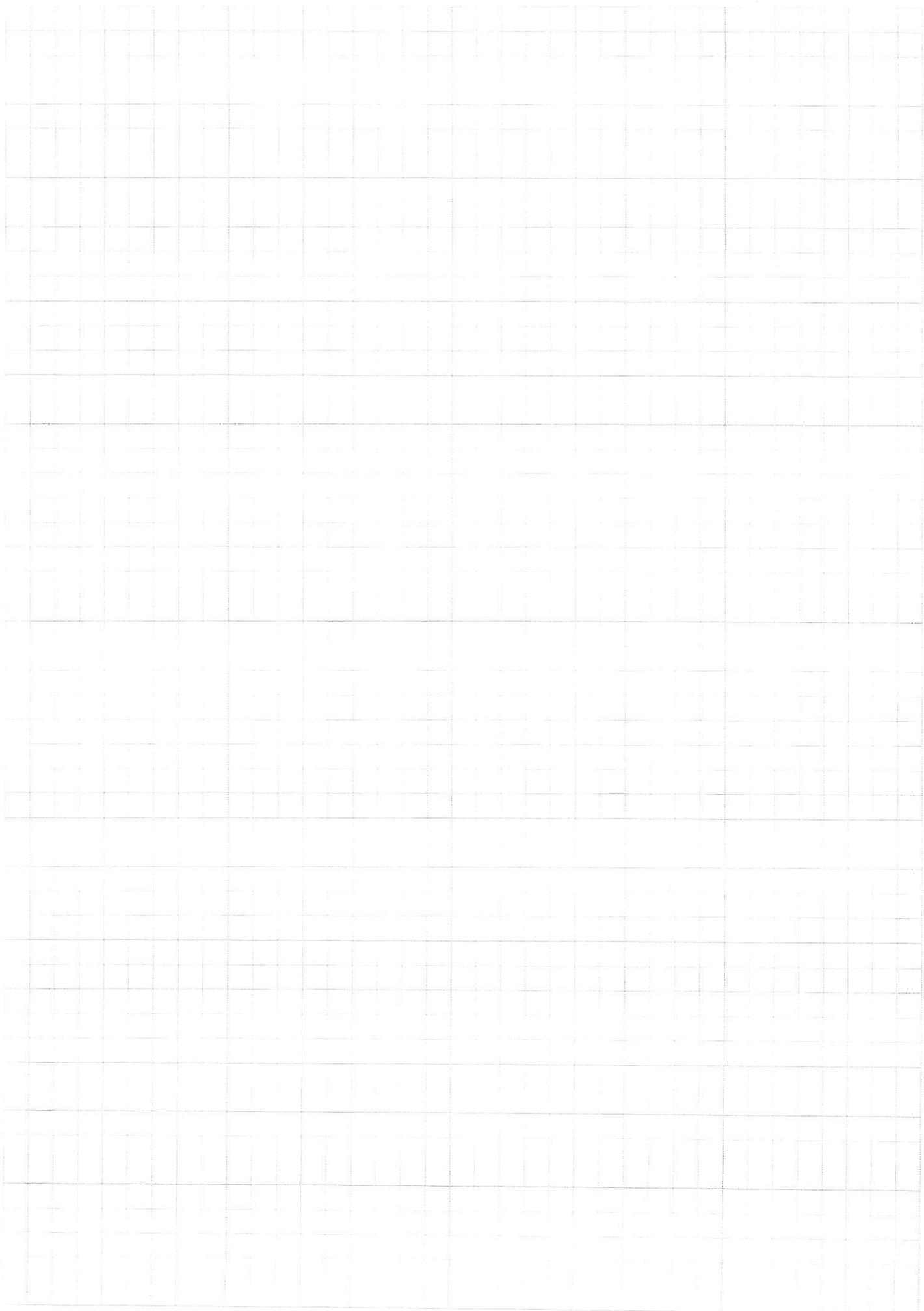


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$б) E_{\Sigma 2} = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma \sqrt{2}}{9 \epsilon_0}$$

Ответ: 1) $E_{\Sigma 1} = \frac{\sigma \sqrt{2}}{4 \epsilon_0}$

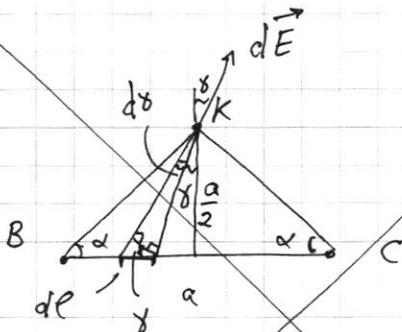
2) $E_{\Sigma 2} = \frac{\sigma \sqrt{2}}{9 \epsilon_0}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

1) Пластины бесконечные в длину. Чтобы найти напряжённость эл. поле в точке К, можно разбить длинную пластину на много равномерно заряженных нитей



$$dE_{\perp} = \frac{k \cdot dq}{r^2} \cdot \cos \theta$$

$(dl) \cos \theta = r \cdot d\theta$; $dq = dl \cdot \sigma \cdot dx$; dx - ширина полоски

$$dq = \frac{r \cdot d\theta}{\cos \theta} \cdot \sigma \cdot dx$$

$$dE_{\perp} = \frac{k r \cdot dx \cdot \sigma \cdot d\theta}{\frac{a^2}{4 \cos^2 \theta} \cdot \cos \theta} \cdot \cos \theta$$

$$\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{\sigma \cdot dl \cdot dx}{dl} = \sigma \cdot dx$$

$$\frac{\sigma}{2 \epsilon_0} =$$

$$\frac{4\pi \cdot \sigma}{4\pi \cdot \frac{1}{2} \epsilon_0} = E$$

Ω

$\frac{k\lambda}{m^2}$

$\Omega \uparrow E \uparrow$

$$\Omega = 4\pi \cdot \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{\Omega \sigma}{k}$$

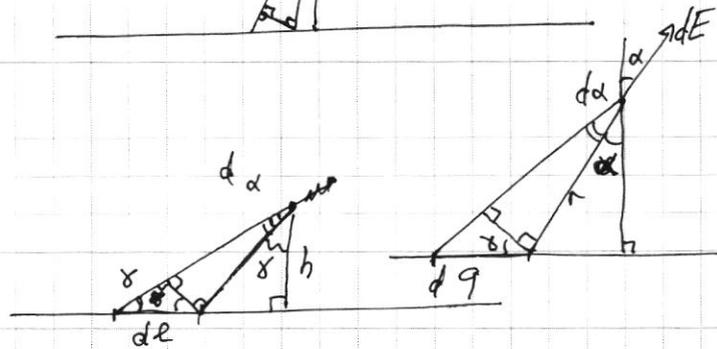
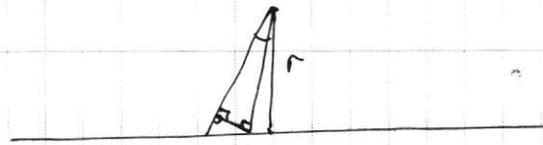
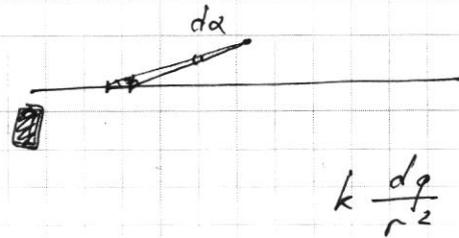
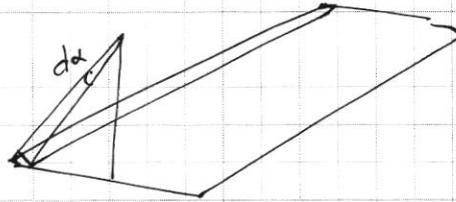
~~$$E = \frac{2\pi \cdot \sigma}{24\pi \epsilon_0}$$~~

$$\frac{2\pi \cdot \sigma}{24\pi \epsilon_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$dE_{\pm} = \frac{k \cdot dq}{r^2} = \frac{k dl \cdot S \sigma}{r^2} =$$

=



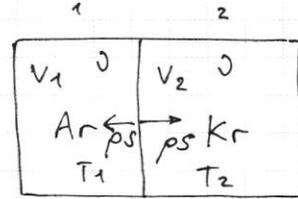
$$dl \cdot S = dq$$

$$r \cdot d\alpha = dl \cdot \cos \alpha$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) (1) $p V_1 = \nu R T_1$
(2) $p V_2 = \nu R T_2$

p - одинаковое т.к. поршень ^{зв.} без т.р.



$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

2) Т.к. пор. сосуд теплооб. по внутр. энергии сист-мы не изменяется.

$$U_1 + U_2 = U_1^* + U_2^*$$

$$\frac{\nu}{2} \nu R T_1 + \frac{\nu}{2} \nu R T_2 = \frac{\nu}{2} \nu R T + \frac{\nu}{2} \nu R T \Rightarrow T = \frac{1}{2} (T_1 + T_2) = 360 \text{ K}$$

3) $Q_n = \Delta U_{Ar} + A_{Ar} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + A_{Ar}$

~~$U_1 + U_2 = U_1^* + U_2^*$~~

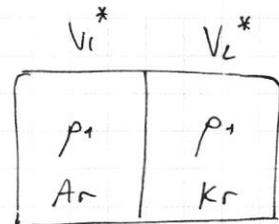
$$U_1 + U_2 = const$$

$$\nu R T_1^* + \nu R T_2^* = 2 \nu R T$$

$$p_1 V_1^* + p_2 V_2^* = 2 \nu R T$$

$$p_1 \cdot V = 2 \nu R T \Rightarrow p_1 = p = const$$

$$\Rightarrow Q_n = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{Ar} + p \cdot \Delta V = \dots$$



$$p = \frac{\nu R T_1}{V_1}$$

Q_n

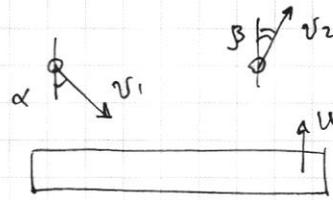
$$\frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \frac{3}{2} \cdot 40$$

$$\frac{3}{2} \cdot 40 \cdot 8,31$$

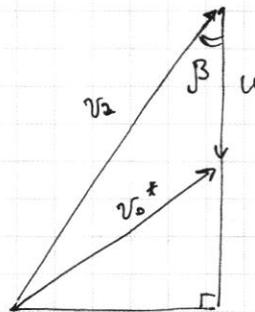
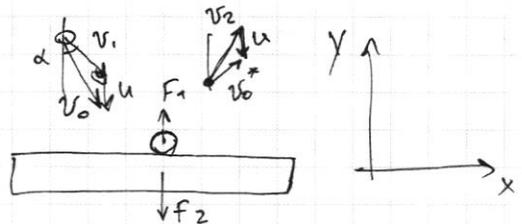
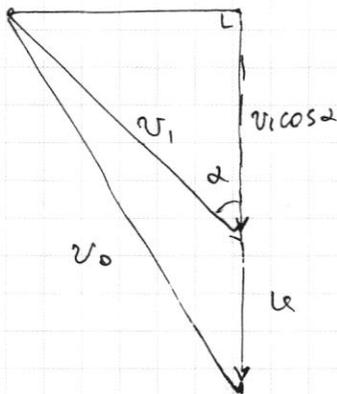
$$\frac{831}{40} = \frac{8}{10} = \frac{1}{5}$$

По горизонтали силы не действ.
 => скорость меняется только
 по оси x

Кентр. удар => не сохр. энергии



CO пшты



$$v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} \cdot v_1 = \frac{10}{9} \cdot 18 = 20 \text{ м/с}$$

$$u < v_2 \cdot \cos \beta$$

Скорость по x до удара: $v_1 \cdot \cos \alpha + u$

после: $v_2 \cdot \cos \beta - u$

$$\begin{cases} v_x = v_1 \cdot \sin \alpha \\ v_2^2 = v_1^2 \cdot \sin^2 \alpha + v_y^2 \\ v_y^2 = v_2^2 - v_1^2 \cdot \sin^2 \alpha \end{cases}$$

$$u < v_2 \cdot \cos \beta$$

$$\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$u + v_1 \cdot \cos \alpha > v_2 \cdot \cos \beta$$

$$u > 20 \cdot \frac{4}{5} - 18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$u > 16 - 6\sqrt{5}$$