

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

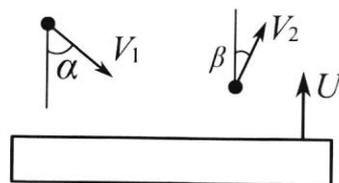
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

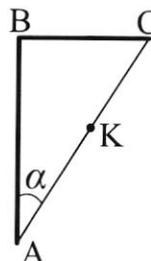


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

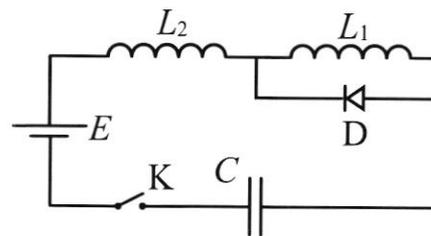
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



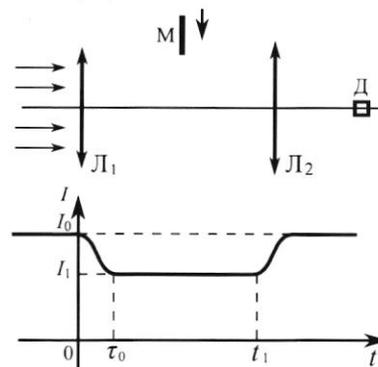
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

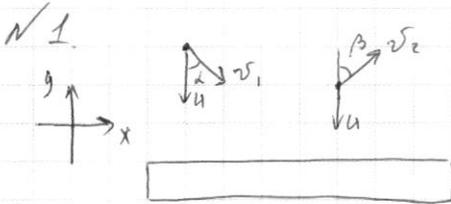
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $v_1 = 12 \text{ м/с}$, $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\sin \beta = \frac{1}{3}$.

Найти: v_2 , U .

Решение:

1) Перейдем в С.О. ~~платформы~~ ^{плиты}, тогда $\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 - \vec{U}$ и $\vec{v}'_2 = \vec{v}_2 - \vec{U}$ по 3-му сложению скоростей

2) По ЗСИ в проекц. на Ox :

$$m v_1 \sin \alpha = m_2 v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \text{ м/с} \cdot \frac{3}{2} = \underline{18 \text{ м/с}}$$

3) По 3-му Ньютона в проекции на Oy :

$\Delta p = F \Delta t$, где F - сила, действующая на шарик со стороны плиты; $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, $\Delta p = m(-v_1 \cos \alpha - U)$

$$\Delta p = m(v_2 \cos \beta - U - (-v_1 \cos \alpha - U)) = m(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)$$

4) По ЗСЭ:

$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} - A_F, \quad A_F = F \cdot s = F \cdot U \Delta t = \frac{\Delta p}{\Delta t} \cdot U \Delta t = \Delta p U,$$

s - расстояние, которое прошла платформа за время удара
 Δp не зависит от U

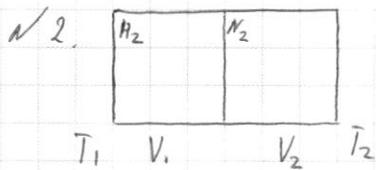
$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} - m(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) U \Rightarrow$$

$$U = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)} = \frac{(18 \text{ м/с})^2 - (12 \text{ м/с})^2}{2(12 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 18 \text{ м/с} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3})} =$$

$$= \underline{6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \text{ м/с}}$$

Ответ: 1) $v_2 = 18 \text{ м/с}$

2) $U = (6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \text{ м/с}$



Дано: $\nu = \frac{6}{7}$ моль, $T_1 = 350\text{K}$, $T_2 = 550\text{K}$,

$c_v = \frac{5}{2}R$, $R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{K}$

Найти: $\frac{V_1}{V_2}$, T , Q_2

Решение:

1) $PV = \nu RT$ - уравнение Менделеева-Клапейрона

$P = \frac{\nu RT}{V}$; ~~т.к. процесс изобарный~~ т.к. изначально система в состоянии равновесия, то $P_1 = P_2$ и

Тема в состоянии равновесия, то $P_1 = P_2$ и

$$\frac{\nu RT_1}{V_1} = \frac{\nu RT_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350\text{K}}{550\text{K}} = \frac{7}{11}$$

2) По 1-му закону $Q_1 + Q_2 = 0$ - уравнение теплового баланса

$Q_1 = c_p \nu (T - T_1)$ и $Q_2 = c_p \nu (T - T_2)$ (~~процесс изобарный~~)

$$c_p \nu (T - T_1) = c_p \nu (T_2 - T) \Rightarrow T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(350\text{K} + 550\text{K}) = \underline{450\text{K}}$$

Используем c_p , т.к. процесс изобарный

3) $|Q_2| = |c_p \nu (T - T_2)| = c_p \nu (T_2 - T)$

$$c_v = \frac{i}{2}R \text{ и } c_p = \frac{i+2}{2}R \Rightarrow c_p = \frac{7}{2}R$$

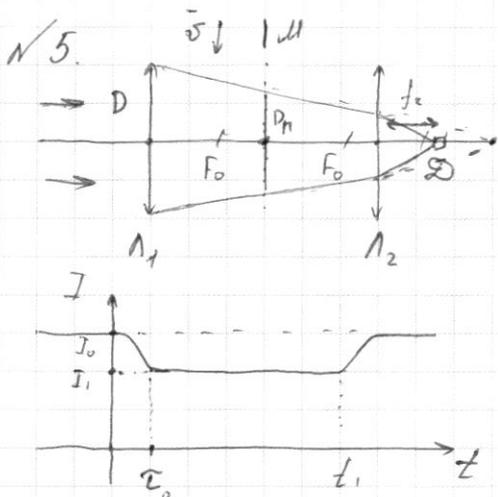
$$|Q_2| = \frac{7}{2}R \nu (T_2 - T) = \frac{7}{2} \cdot 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{K} \cdot \frac{6}{7} \text{ моль} (550\text{K} - 450\text{K}) = \underline{2493 \text{ Дж}}$$

Ответ: 1) $V_1 : V_2 = 7 : 11$

2) $T = 450\text{K}$

3) $|Q_2| = 2493 \text{ Дж}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $F_0, D, \Sigma_0, I_1 = \frac{5}{9} I_0, F_1 = 3F_0$
 $F_2 = F_0$
 $L_1, L_2 = 2F_0$

Найти: f_2, δ, z_1 .

Решение:

1) Т.к. изначально пучок параллельный, то первая линза соберет его в своем фокусе. Это изображение будет источником для второй линзы; но, т.к. это изображение формируется за второй линзой (т.к. фокус первой линзы $3F_0$, а расст. между линзами $2F_0$), то источник будет мнимым.

$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{d_2}$, где f_2 - расст. до изобр. (в данном случае до фотодетектора), d_2 - расст. до мнимого источника.

$$f_2 = \frac{d_2 F_2}{d_2 + F_2} \Rightarrow d = 3F_0 - 2F_0 = F_0 \Rightarrow f_2 = \frac{F_0 \cdot F_0}{F_0 + F_0} = \frac{F_0}{2}$$

2) Т.к. ток ^{прямо} пропорц. мощности, которая ^{прямо} пропорциональна площади сечения пучка, то ~~ток~~ $I_1 = \frac{5}{9} I_0$ ток ^{прямо} пропорц.

площадь сечения пучка, т.е. $I_1 = \frac{5}{9} I_0 \Rightarrow S_n - S_m = \frac{5}{9} S_m$, где

S_n - площадь сечения пучка, S_m - площадь мнимости. $S_n - S_m = \frac{5}{9} S_n \Rightarrow$

$$S_m = \frac{4}{9} S_n \Rightarrow \frac{S_m}{S_n} = \frac{D_m^2}{D_n^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{D_m}{D_n} = \frac{2}{3} \Rightarrow D_m = \frac{2}{3} D_n, \text{ где } D_m - \text{диам.}$$

мнимости, D_n - диам. пучка.

Т.к. первая линза собирает пучок в фокусе на рассто-

лещи $3F_0$, а лещень перекрывает пугок на расстоянии F_0 от лещи, то из подобия следует, что $F_{лещ} - D_{лещ} = \frac{2}{3} D$, значит $D_{лещ} = \frac{2}{3} D_{лещ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} D = \frac{4}{9} D$.

За время τ_0 лещень полностью вошла в пугок, значит $v = \frac{D_{лещ}}{\tau_0} = \frac{4D}{9\tau_0}$.

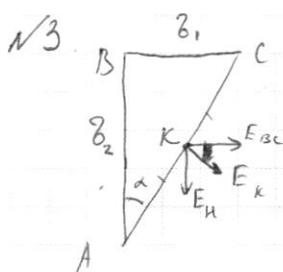
3) Время t_1 - время выхода первой точки лещени из пугка, а за 0 взято время входа первой точки в пугок, значит за это время первая точка пройдет весь пугок, т.е.

$$t_1 = \frac{D_{лещ}}{v} = \frac{2D}{\frac{4D}{9\tau_0}} = \frac{3}{2} \tau_0$$

Ответ: 1) $f_2 = \frac{1}{2} F_0$

2) $v = \frac{4D}{9\tau_0}$

3) $t_1 = \frac{3}{2} \tau_0$



1) Дано: $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $z_1 = z_2$

Найти: $E_K : E_H$

Решение:

1) Т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то $BC = AB$, $E_{BC} = E_{AB} = E_H$

2) $\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AB} \Rightarrow E_K = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{2} E_H \Rightarrow E_K : E_H = \sqrt{2}$

2) Дано: $z_1 = 3z_2$, $z_2 = z_1$, $\alpha = \frac{\pi}{5}$

Найти: E

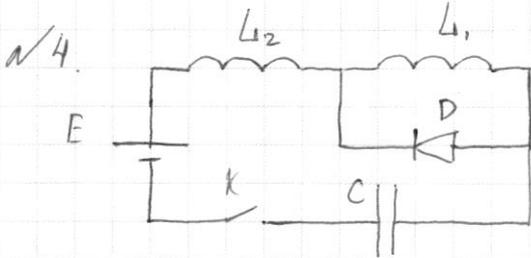
Решение:

$$1) E = \frac{z_2}{2\epsilon_0}, E_1 = \frac{3z_2}{2\epsilon_0}, E_2 = \frac{z_2}{2\epsilon_0} \Rightarrow E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{z_2}{2\epsilon_0} \sqrt{3^2 + 1^2} = \frac{z_2 \sqrt{10}}{2\epsilon_0}$$

Ответ: 1) $E_K : E_H = \sqrt{2}$

2) $E = \frac{z_2 \sqrt{10}}{2\epsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, C .

Найти: T , I_{M1} , I_{M2} .

Решение:

1) По ЗСЭ:

$$qE = \frac{CE^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} + \frac{L_2 I^2}{2} \quad \text{— момент, когда конденсатор заряжен}$$

$$q = CE \Rightarrow CE^2 = (L_1 + L_2) I^2 \Rightarrow$$

$$I^2 = \frac{CE^2}{L_1 + L_2}, \quad I = \frac{q}{E}, \quad t = \frac{1}{4} T \quad (\text{конденсатор заряжается за } \overset{q_0 E}{\text{четверть периода колебаний}})$$

$$\frac{q^2 \cdot 16}{T^2} = \frac{CE^2}{L_1 + L_2} \Rightarrow \frac{16}{T^2} = \frac{C}{L_1 + L_2} \cdot \frac{E^2}{q^2} = \frac{1}{C(L_1 + L_2)} \Rightarrow$$

$$T = 4 \sqrt{C(L_1 + L_2)} = 4\sqrt{7L} C$$

2) ~~В момент заряд~~ В тот момент, когда конденсатор заряжен, ток в цепи максимальный; т.к. L_1 и L_2 соединены последовательно (ток не идет через диод), то $I_{M1} = I_{M2} =$

$$= E \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

Ответ: 1) $T = 4\sqrt{7L} C$

2) $I_{M1} = E \sqrt{\frac{C}{7L}}$

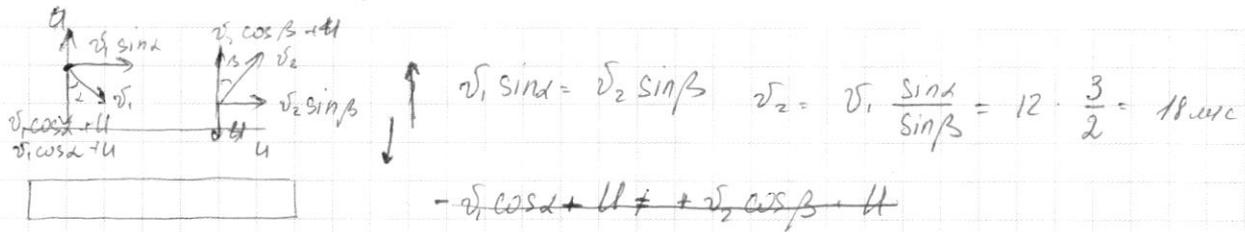
3) $I_{M2} = E \sqrt{\frac{C}{7L}}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v_1 \cos \alpha + U \neq -v_2 \cos \beta + U$$

$$\Delta P = F \cdot \Delta t$$

$$A = F \cdot s = F \cdot U \cdot \Delta t = \frac{\Delta P}{\Delta t} \cdot U \Delta t = \Delta P \cdot U$$

$$A = \Delta P \cdot U = \kappa \cdot \text{млн}^2 \cdot \text{млн} = \kappa \cdot \text{млн}^3 \cdot \text{млн}$$

$$A = F \cdot s = \kappa \cdot \text{млн}^2 \cdot \text{млн} = \kappa \cdot \text{млн}^3 \cdot \text{млн} = \Delta P \cdot U$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} - A$$

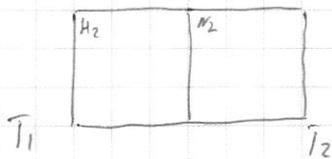
$$m v_1^2 = m v_2^2 - 2 \Delta P \cdot U$$

$$U = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)}$$

$$\frac{18^2 - 12^2}{2(12 \cdot \frac{3}{2} + 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3})} = \frac{6 \cdot 30^{15}}{2(6\sqrt{3} + 12\sqrt{2})} = \frac{15}{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} = \frac{15(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{2 - 3} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

$$\Delta P \neq (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 11} \\ 0 \overline{) 0,63} \\ 70 \\ \hline 66 \\ 40 \\ 33 \\ \hline 7 \end{array}$$



$$V = \frac{6}{7} \text{ моль} \quad T_1 = 350 \text{ K} \quad C_V = \frac{5}{2} R, \quad C_P = \frac{7}{2} R$$

$$T_2 = 550 \text{ K}$$

$$1) PV = \nu RT \Rightarrow P = \frac{\nu RT}{V} \quad \frac{\nu R T_H}{V_H} = \frac{\nu R T_N}{V_N} \Rightarrow \frac{V_N}{V_H} = \frac{T_H}{T_N} \quad \frac{T_N}{T_H} = \frac{350 + 55}{550 + 55} = \frac{7}{11}$$

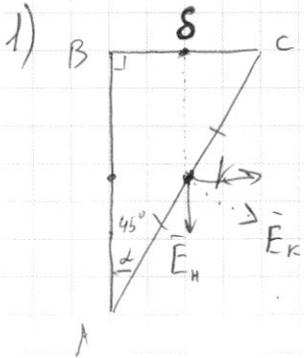
$$2) C_V = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C_V \nu \Delta T \Rightarrow C_M = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{i}{2} \frac{\nu R \Delta T}{\Delta t} = \frac{i}{2} \nu R \quad i=5$$

$$C_P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{A + \Delta U}{\Delta t} = \frac{\nu R \Delta T + \frac{i}{2} \nu R \Delta T}{\Delta t} = R + \frac{i}{2} R = \frac{2+i}{2} R \quad C_P - C_V = R$$

$$3) C_P \nu \Delta(T - T_1) = C_P \nu \Delta(T_2 - T) \quad T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$$

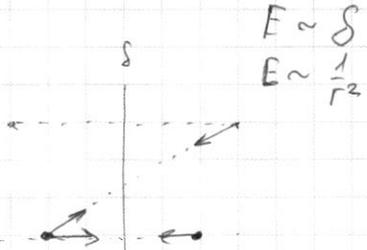
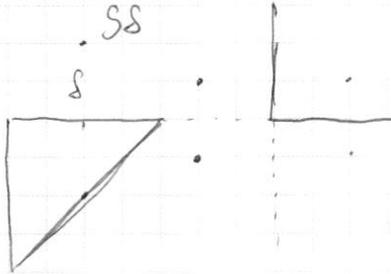
$$\frac{i}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T) \quad Q = C_P \nu \Delta(T_2 - T)$$

$$\frac{q}{2} \cdot 8,31 \cdot \frac{6}{7} \cdot 100 = 831 \cdot 3 = 2493$$



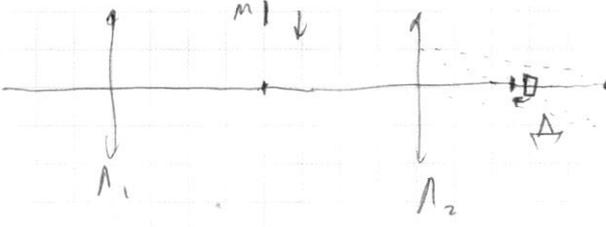
$$E = k \frac{q}{r^2}$$

(2)



$$E \sim s$$

$$E \sim \frac{1}{r^2}$$



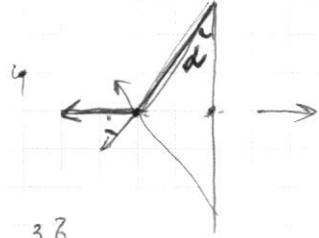
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d} \quad F = F_0$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d} \quad f = \frac{Fd}{F+d}$$

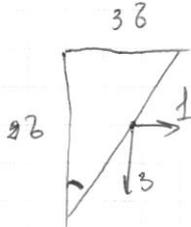
$$I_1 = \frac{2}{9} I_0 \quad S - S_m =$$

$$f = \frac{qF_0}{2f_0} \left(\frac{F_0}{2} \right)$$

$$I \sim W \sim S \sim r^2 \quad S = \frac{\pi d^2}{4} \quad \frac{S_m}{S_n} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{d_m}{d_n} = \frac{2}{3} \quad d_m = \frac{2}{3} D$$



$$\Phi = 2E \cdot S = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{3S}{\epsilon_0} \quad E = \frac{q}{2\epsilon_0}$$



$$E = k \frac{q}{r^2} = \frac{kq}{d^2} \sin^2 \alpha \cdot \sin \alpha$$

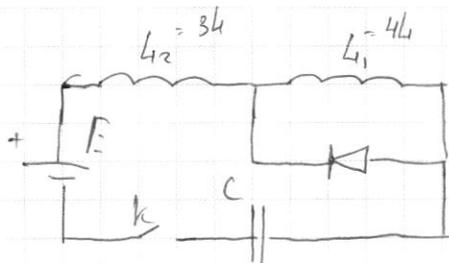
$$F = 2 \frac{kq}{d^2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} \sin^3 \alpha \, d\alpha =$$

$$= -\cos \alpha \sin^2 \alpha \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} + 2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} \cos^2 \alpha \sin \alpha \, d\alpha$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} \sin^3 \alpha \, d\alpha = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} (1 - \cos^2 \alpha)^2 d(-\cos \alpha) = \frac{\cos^3 \alpha}{3}$$

E =

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$$

$$E = \frac{3U}{2\epsilon_0} \quad | \quad E_1 = \frac{3U}{2\epsilon_0} \quad E_2 = \frac{1U}{2\epsilon_0} \quad | \quad E = \frac{2}{2\epsilon_0} \sqrt{3^2 + 1^2} U = \frac{2}{2\epsilon_0} \sqrt{10} U$$

$$E \sim BC \sim \sin \alpha$$

$$qE = A \quad I = \frac{q}{E}$$

$$\frac{qAc}{E} \quad \sim \sin \alpha$$

$$I = I_{\max} \sin(\omega t) \quad \omega = ? \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \frac{1}{2\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$I = \max \quad \dot{I} = 0 \quad \epsilon_i = -\dot{\Phi} = 0$$

$$CE^2 qE = \frac{CE^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} + \frac{L_2 I^2}{2}$$

$$CE^2 = I^2 (L_1 + L_2) = I^2 7L$$

$$I = E \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

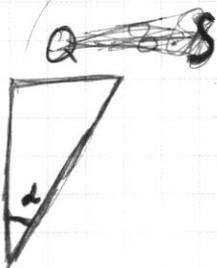
$$q = EC \Rightarrow$$

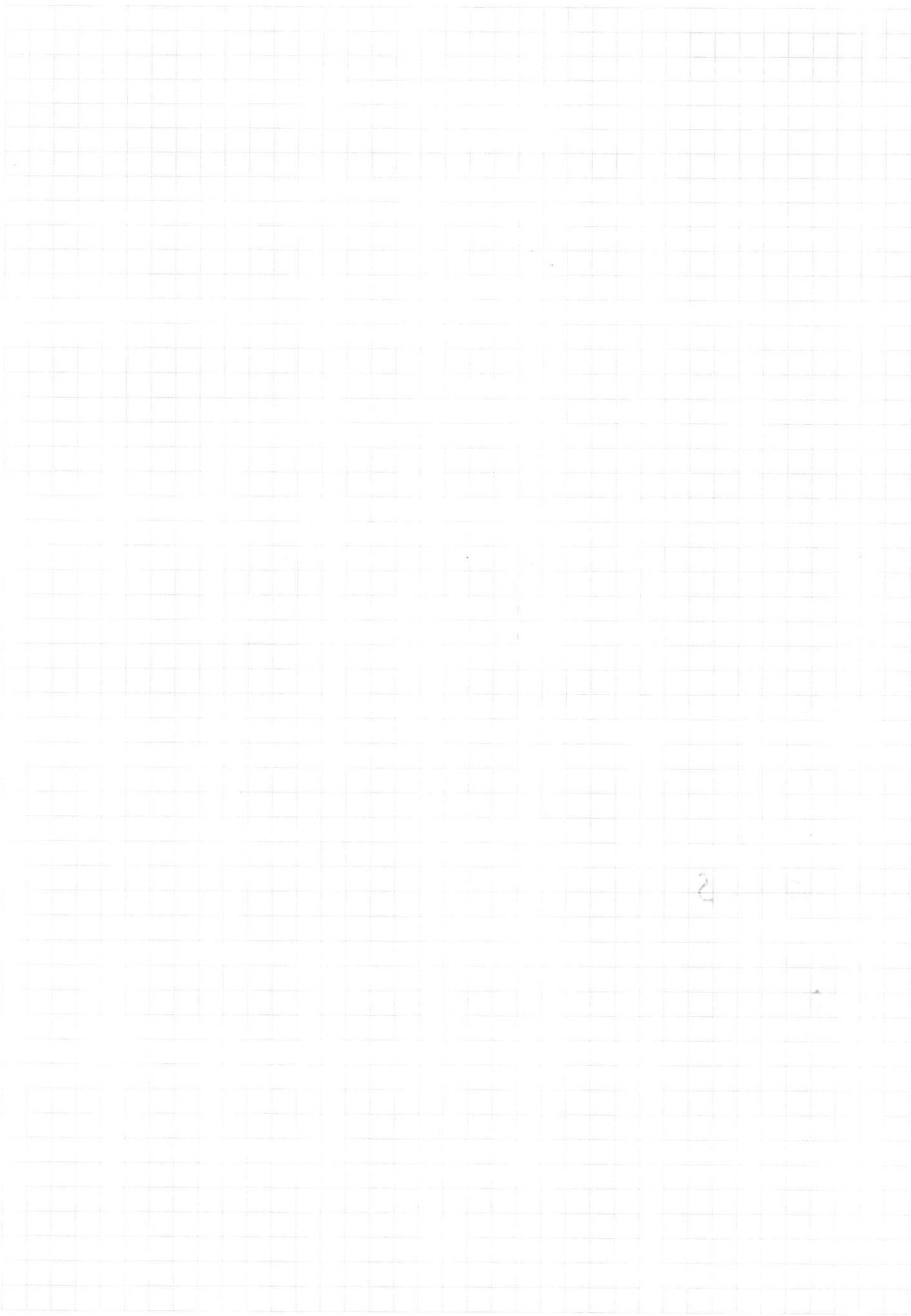
$$I = \frac{q}{CE}$$

$$\frac{4}{T} = \sqrt{\frac{1}{7LC}}$$

$$T = 4 \sqrt{\frac{1}{7LC}}$$

$$\frac{E}{q} = \frac{1}{C}$$





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)