# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

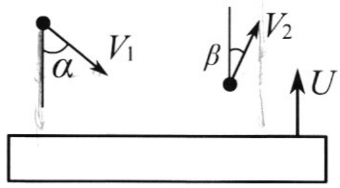
Класс 11

## Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

**1.** Массивная плита движется с постоянной скоростью $U$ вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha \left( \sin\alpha = \frac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью $V_2$, составляющей угол $\beta \left( \sin\beta = \frac{1}{3} \right)$ с вертикалью.



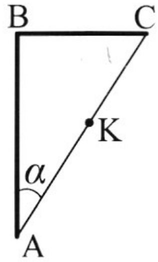

1) Найти скорость $V_2$.
2) Найти возможные значения скорости плиты $U$ при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

**2.** Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

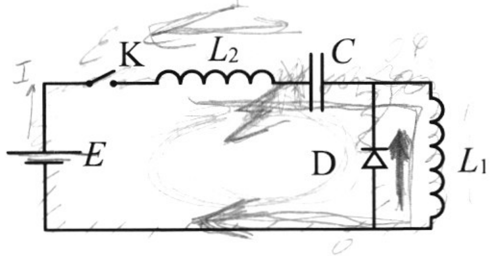
**3.** Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.




1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

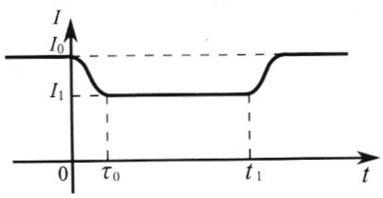
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

**4.** Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС $E$, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью $C$, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в $L_2$.




1) Найти период $T$ этих колебаний.
2) Найти максимальный ток $I_{01}$, текущий через катушку $L_1$.
3) Найти максимальный ток $I_{02}$, текущий через катушку $L_2$.

**5.** Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $F_0$ и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны $D$, причем $D$ значительно меньше $F_0$. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока $I$ фотодетектора от времени $t$ (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.


1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость $V$ движения мишени. 3) Определить $t_1$.

Известными считать величины $F_0$, $D$, $\tau_0$.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

Изначально по закону Клапейрона-Менделеева:

$PV_1 = \nu R T_1$

$PV_2 = \nu R T_2$

$\boxed{\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{T_1}{T_2}}$

$P$ - давление газов. Оно одинаково, т.к. на поршень с двух сторон действуют одинаковые силы давления, равные $PS$ $S$-площадь поршня, $S$ с двух сторон одинаков, поршень покоится, значит давления газов равны.

$V_1 + V_2 = V$

$V_1, V_2, V$ - объемы занимаемые гелием и неоном, объем сосуда

После установления равновесия:

$P'V_1' = \nu R T'$

$P'V_2' = \nu R T'$

$T'$ - установившаяся темп.

$V_1' + V_2' = V$

$V_1'$ и $V_2'$ - объем, занимаемые газами в равновесии

$P'$ - уст. давление

$V_1' = V_2'$

Т.к. система изолирована $\Delta Q = 0$

$\Rightarrow \Delta U_1 + A_1 + \Delta U_2 + A_2 = 0$ ~~$\Delta U_1, \Delta U_2$ - изменение внутр. энергии~~

$-A_1 = A_2$ - т.к. один газ совершает работу $P\Delta V$, а над другим совершают равную по модулю работу

$\Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$

$\frac{i}{2}\nu R(T' - T_1) + \frac{i}{2}\nu R(T' - T_2) = 0$

$2T' = T_1 + T_2$

$\boxed{T' = \dfrac{T_1 + T_2}{2}}$

Неон отдал $\Delta Q = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T') = \Delta U_2$ гелию.

$\Delta Q = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_2}{2} - \frac{T_1}{2}\right)$

1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$

2) $T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330 + 440}{2} = 385K$

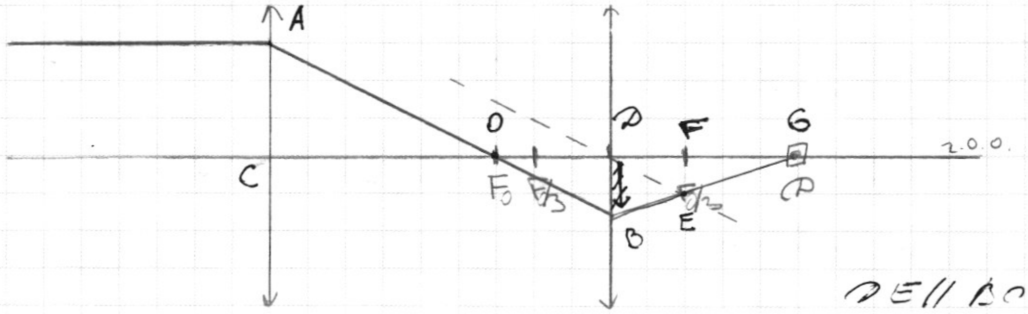
3) $\Delta Q = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_2}{2} - \frac{T_1}{2}\right) = \frac{3}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8,31\left(\cancel{20}\ \frac{110}{2}\right) = \frac{9}{\cancel{25}_{5}}\cdot 8,31\cdot \cancel{55}^{11} = \frac{198\cdot 8,31}{10} = 1645{,}38\ Дж$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$

$T' = \frac{T_1+T_2}{2} = 385K$

$\Delta Q = \frac{3}{2}\nu R\cdot\left(\frac{T_2 - T_1}{2}\right) = 1645{,}33\ Дж$

Задача 5




$DE \parallel BO$

Рассмотрим один из лучей пучка, показанный на рисунке

Он пересекает главную оптическую ось в детекторе, т.к. там все лучи фокусируются по условию:

По подобию $\Delta ACO$ и $\Delta DBO$:

$$\frac{AC}{DB} = \frac{CO}{OD} = \frac{F_0}{0{,}5F_0} = \frac{2}{1}$$

По подобию $\Delta ODB$ и $\Delta DFE$:

$$\frac{DB}{FE} = \frac{OD}{DF} = \frac{0{,}5F_0}{\frac{1}{3}F_0} = \frac{3}{2}$$

По подобию $\Delta GFE$ и $\Delta GDB$:

$$\frac{3}{2} = \frac{DB}{FE} = \frac{DG}{GF} = \frac{FG + F_0/3}{FG}$$

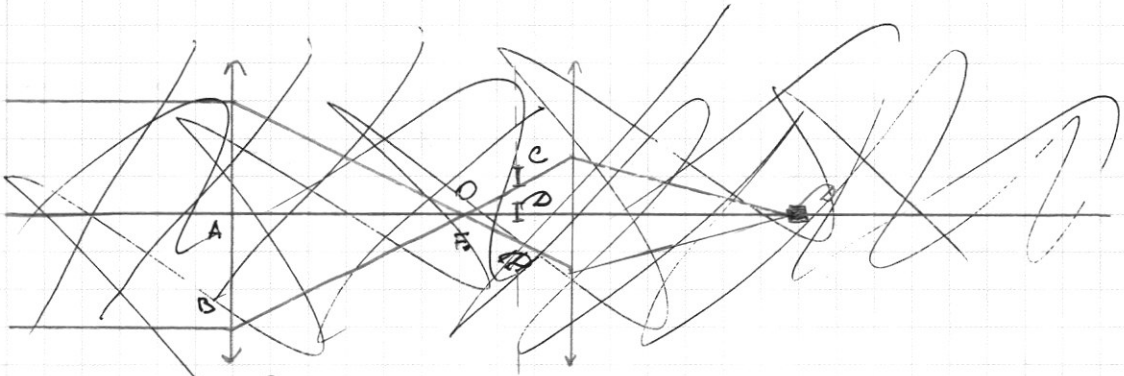
$$\frac{3FG + F_0}{FG} = \frac{9}{2} \qquad 6FG + 2F_0 = 9FG$$

$$FG = \frac{2}{3}F_0$$

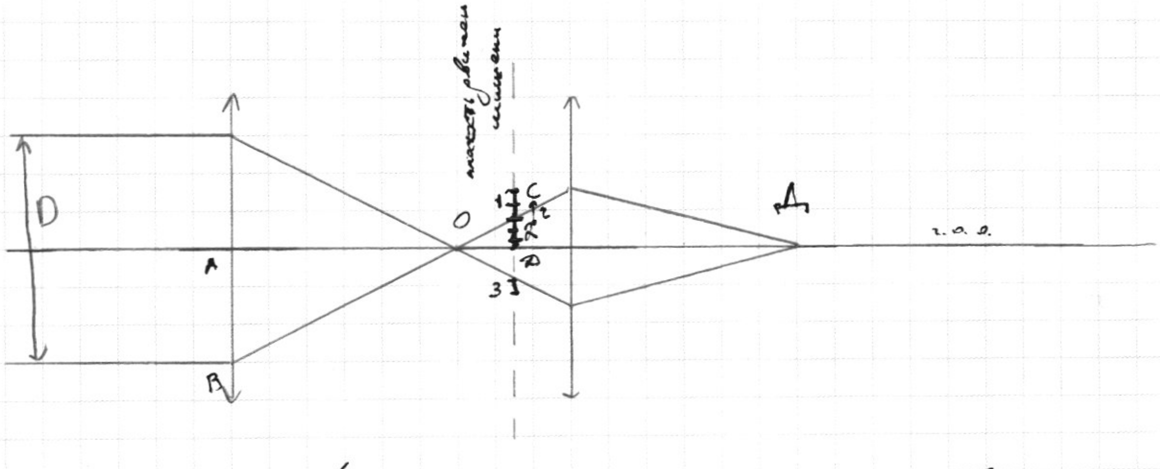
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⇒ расстояние между линзой 2 и детектором равно $F_б \cdot \frac{F_2}{3} = F_0$



~~Во время с $t_0$ до $t_1$~~




В моменты от $t_0$ до $t_1$ мишень полностью находится внутри пучка света. Т.к. интенсивность в ~~сечении~~ пучка одинакова, а $I_1 = \frac{8}{9} I_0$, площадь мишени равна $\frac{1}{9}$ площади пучка на этом расстоянии.

По подобию △ABC и △DCO:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AO}{OD} = \frac{F_0}{\frac{5}{4}F_0 - F_0} = 4:1 \qquad AB = D \Rightarrow CD = 0{,}25D$$

Пусть $r$ - радиус мишени

Тогда $9\pi r^2 = \pi\cdot(0{,}25D)^2$

$$r = D\sqrt{\frac{1}{9\cdot 16}} = \frac{D}{12}$$

В момент 0 мишень находилась в состоянии 1, полностью за пределами пучка, в момент $\tau_0$ - полностью внутри пучка

т.е. за время $\tau_0$ центр мишени прошёл $r$

Т.е. скорость мишени $v = \frac{r}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$

За время от $\tau_0$ до $t_1$ мишень прошла полностью от положения 1 до положения 3, т.е. её центр прошел $2CD + r = 2\frac{1}{4}D + \frac{1}{12}D = \frac{7}{12}D$

$$\Rightarrow \frac{\frac{7}{12}D}{t_1 - \tau_0} = v = \frac{D}{12\tau_0}$$

$$\frac{\frac{7}{12}D}{t_1 - \tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$$

$$\frac{7}{t_1 - \tau_0} = \frac{1}{\tau_0}$$

$$7\tau_0 = t_1 - \tau_0$$

$$t_1 = 7\tau_0$$

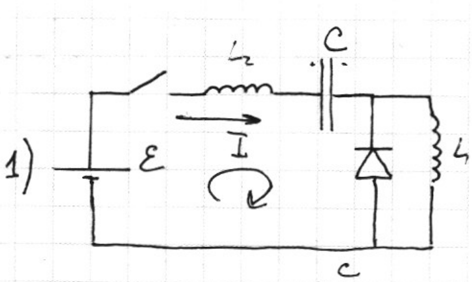
Ответ: расстояние между $Л_2$ и детектором - $F_0$

$$v = \frac{D}{12\tau_0}$$

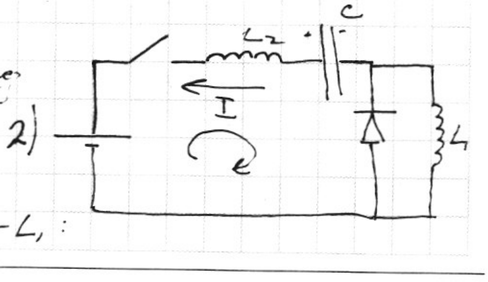
$$t_1 = 7\tau_0$$

Задача 4

Рассмотрим по отдельности две части данного периода колебаний




1) Ток через катушку $L_2$ течет влево.




В таком положении диод закрыт, ток течет через катушку $L_1$

По II закону Кирхгофа для контура $\mathcal{E} - L_2 - C - L_1$:

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\mathcal{E} + L_2\dot{I} + \frac{q}{C} + L_1\dot{I} = 0 \qquad \dot{I} = \ddot{q}$

$(L_1+L_2)\ddot{q} + \frac{q}{C} + \mathcal{E} = 0$

$\ddot{q} + \frac{q}{C(L_1+L_2)} + \mathcal{E} = 0 \quad ()'$

$\dddot{q} + \frac{\dot{q}}{C(L_1+L_2)} = 0$

В этом случае половина полного периода колебаний $T_1 = \pi \cdot \sqrt{C \cdot (L_1+L_2)}$

2) Ток через катушку $L_2$ течет вправо.

Рисор открыт, напряжение на нём 0, значит напряжение на параллельно соединенной с ним катушке также 0.

По II закону Кирхгофа: $\mathcal{E} - L_2\dot{I} - \frac{q}{C} = 0 \quad ()' \quad \dot{I} = \ddot{q}$

$\dddot{q} + \frac{\dot{q}}{L_2 C} = 0$

$\Rightarrow$ половина периода полного колебания

$T_2 = \pi \cdot \sqrt{CL_2}$

~~По~~ Период одного полного колебания $T = T_1 + T_2 = \pi\left(\sqrt{C(L_1+L_2)} + \sqrt{C}\sqrt{L_2}\right)$

По Закону сохранения энергии при закрытом рисоре:

$\frac{(L_1+L_2)I^2}{2} + \frac{q^2}{2C} - \underbrace{\mathcal{E}q}_{\text{работа батарейки}} = 0$

$\frac{(L_1+L_2)}{2}\dot{q}^2 + \frac{q^2}{2C} - \mathcal{E}q = 0 \quad ()'$

$(L_1+L_2)\cancel{\dot{q}}\ddot{q} + \frac{\cancel{\dot{q}}q}{C} - \mathcal{E}\cancel{\dot{q}} = 0 \quad |:\dot{q}$

$\ddot{q} = \frac{\mathcal{E} - \frac{q}{C}}{L_1+L_2}$ ~~максимально~~ ~~вода~~ т.к. мы имеем максимальный ток $\ddot{q} = \dot{I} = 0$

$q = \mathcal{E}C$

$$\frac{(L_1+L_2)I^2}{2}+\frac{\mathcal{E}^2C}{2}-\mathcal{E}^2C=0$$

$$(L_1+L_2)I^2=\mathcal{E}^2C$$

$$I_{0_1}=\sqrt{\frac{\mathcal{E}^2C}{L_1+L_2}}$$

При открытом диоде по закону сохранения энергии

$$\frac{L_2I^2}{2}+\frac{q^2}{2C}-\mathcal{E}q=0 \qquad ()'$$

$$L\dot{q}\ddot{q}+\frac{q\dot{q}}{C}-\mathcal{E}\dot{q}=0 \;\Big|\,:\dot{q} \qquad \ddot{q}=\dot{I}=0 \quad (\text{тогда } I \text{ максимальный})$$

$$q=\mathcal{E}C$$

$$\frac{L_2I^2}{2}+\frac{\mathcal{E}^2C}{2}-\mathcal{E}^2C=0$$

$$L_2I^2=\mathcal{E}^2C$$

$$I_{0_2}=\sqrt{\frac{\mathcal{E}^2C}{L_2}}$$

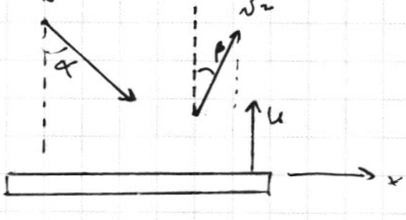
Ответ: $T=\pi\cdot\sqrt{CL}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$

$$I_{0_1}=\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}$$

$$I_{0_2}=\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{2L}}$$

Задача 1

В системе плита-шарик не действует внешних сил (кроме $mg$, действие которой за время удара мы не учитываем по условию). Значит по закону сохранения импульса, спроецированному на ось $x$:




$$v_1\cdot\sin\alpha=v_2\cdot\sin\beta$$

$$v_1\cdot\frac{2}{3}=v_2\cdot\frac{1}{3}$$

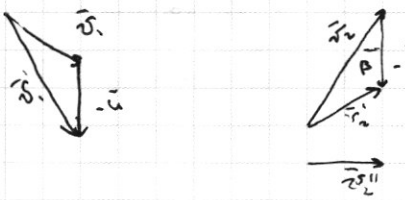
$$v_2=2v_1=12\,м/с$$

В системе отсчета, связанной с плитой:

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Скорость шарика до удара $\bar{v}_1' = \bar{v}_1 - \bar{u}$

после удара $\bar{v}_2' = \bar{v}_2 - \bar{u}$




Если $\bar{v}_2'$ направлена вправо-вниз, она должна пройти сквозь плиту, что невозможно

Значит $u \leq \sqrt{v_2^2 - v_2''^2}$

минимальная скорость, которую может иметь шарик

$u \leq v_2\sqrt{1-\sin^2\beta}$

$u \leq v_2 \cos\beta$

$v_2'' = v_2 \sin\beta$

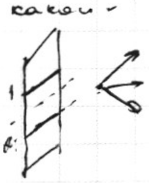
$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{\sqrt{8}}{3}$

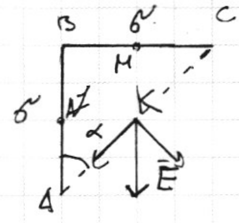
$u \leq \overset{4}{\cancel{12}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\cancel{3}} = 8\sqrt{2}$ м/с

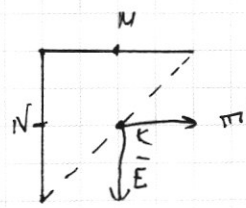
Ответ: $v_2 = 2v_1 = 12$ м/с

$u \leq v_2 \cos\beta \leq 8\sqrt{2}$ м/с

При рассмотрении пластины BC, её можно разбить на много очень тонких пластинок, создающих поле какой-то напряженности в точке K. Однако для каждой тонкой пластинки 1 найдется пластинка 2, равноудаленная от плоскости рисунка. Они создают в точке K равное по модулю поле так, что при сложении векторов напряженности части, не лежащие в плоскости рисунка (ABC) сократятся.





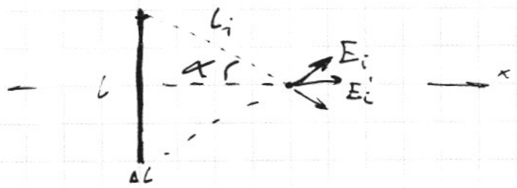
Каждую тонкую пластину можно разбить на много точечных зарядов, каждый из которых создает поле какой-то напряженности в точке K, но для каждого точечного заряда 1 можно найти точечный заряд 2, равноудаленных от точки M, и при сложении векторов напряженности, создаваемых ими в точке K, части, не параллельные MK сократятся.

Таким образом весь вектор напряженности $\bar{E}$, создаваемый пластиной BC окажется направлен вдоль прямой KM.

После зарядки пластины AB, находящейся на таком же расстоянии, имеющей ту же длину и ту же поверхностную плотность заряда, она станет создавать ~~такую же~~ поле, такой же напряженности, что и E, направленное под углом $90°$ к последнему. Таким образом новая напряженность $E' = \sqrt{2} E$, т.е. напряженность поля увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

Найдем, чему равна напряженность поля создаваемого пластиной ширины $l$, поверхностной плотностью заряда $\sigma$ в точке, равноудаленной от ее концов и находящейся на расстоянии $h$ от центра пластины

1) разобьем пластину на много маленьких пластин, длиной $\Delta l$, а каждую пластину на $n$ точечных зарядов




$$q_i = \frac{\Delta l \cdot l \cdot \sigma}{n}$$

$$E_i = \frac{k q_i}{l_i^2}$$

$E_i'$ - проекция $E_i$ на Ox

$$E_i' = \frac{k q_i}{l_i^2} \cdot \cos\alpha \qquad \cos\alpha$$

$$E = \sum_{i=1}^{n} \cancel{E_i} \frac{k q_i}{l_i^2} \cos\alpha = k q_i \sum_{i=1}^{n} \frac{\cos\alpha}{h^2 + h^2/tg^2\alpha} = \frac{k q_i}{h^2} \sum_{i=1}^{n} \frac{\cos\alpha}{1 + \frac{1}{tg^2\alpha}} = \frac{k q_i}{h^2} \sum_{i=1}^{n} \frac{\cos\alpha \cdot \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}} =$$

$$= \frac{k q_i}{h^2} \sum_{i=1}^{n} \cos\alpha \sin^2\alpha = \frac{k q_i}{h^2} \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(l - i \cdot \frac{l}{n}\right)^2}{\left(l - i \cdot \frac{l}{n}\right)^2 + h^2} \cdot \frac{h}{\sqrt{\left(l - i \cdot \frac{l}{n}\right)^2 + h^2}} = \frac{k q_i}{h^2} \sum_{i=1}^{n} \frac{h\left(l - i\frac{l}{n}\right)^2}{\left(\left(l - i\frac{l}{n}\right)^2 + h^2\right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{l^2 k q_i}{h} \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(1 - \frac{i}{n}\right)^2}{\left(l\left(1 - \frac{i}{n}\right)^2 + h^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{l^2 k q_i}{h} \sum_{i=1}^{n} \frac{1 - \frac{2i}{n} + \cancel{\frac{i^2}{n^2}}}{\left(l^2 - \frac{2il}{n} + \cancel{\frac{l^2}{n^2}} + h^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

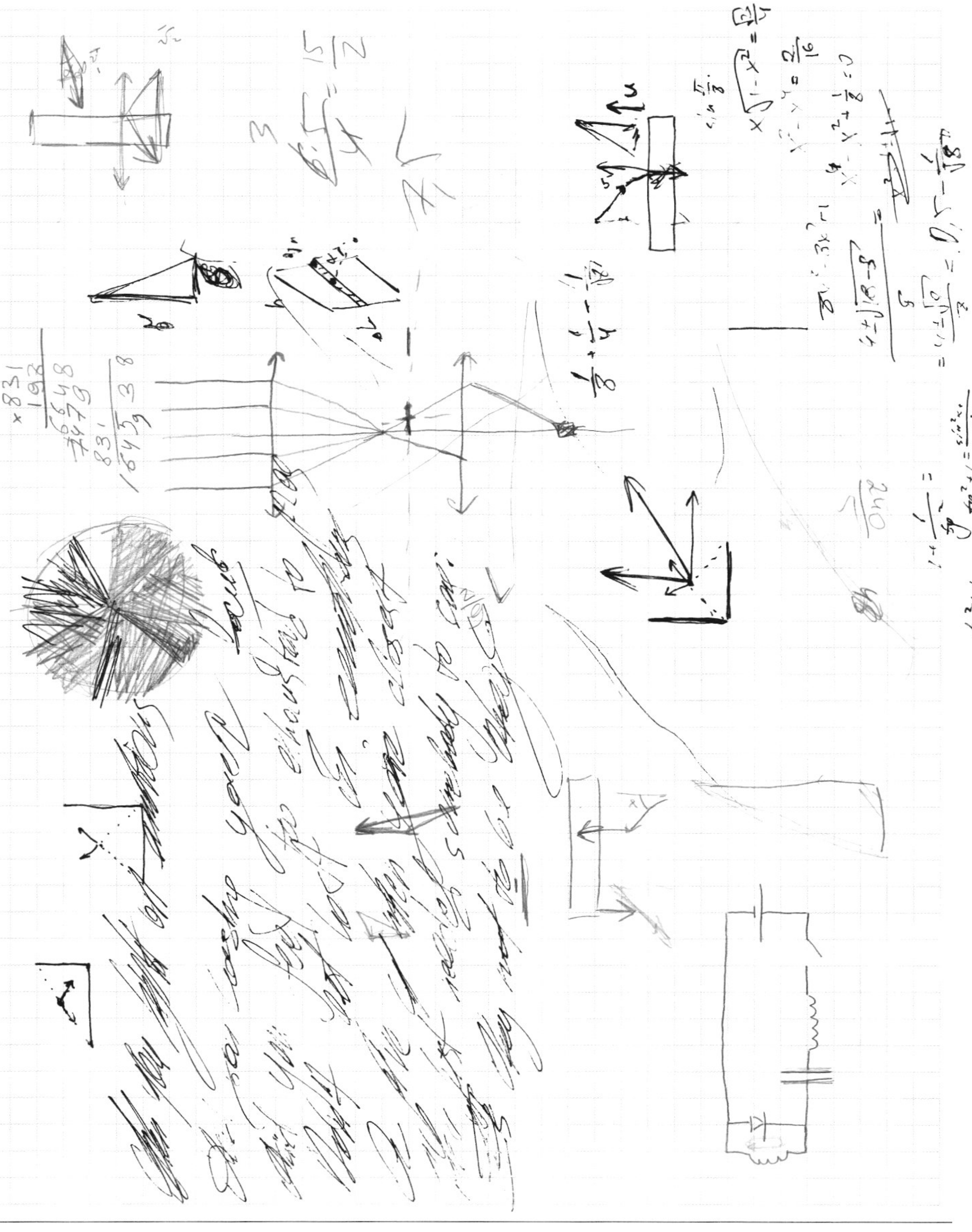
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

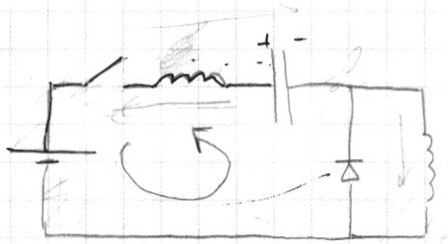


☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$CU = q$

$-\mathcal{E} + \frac{q}{C} + L\dot{I} = 0$

$-\mathcal{E} + \frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$

$-\frac{\mathcal{E}}{L} + \frac{q}{LC} + \ddot{q} = 0$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$T = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$

$-\mathcal{E} + 0$

$\frac{(L_1+L_2)I^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \mathcal{E}q$

$\frac{(L_1+L_2)\dot{q}^2}{2} + \frac{\dot{q}^2}{2C} = \mathcal{E}q$

$\frac{q^2}{2C} = \mathcal{E}q$

$q_{max} = \mathcal{E} \cdot 2C$

$\frac{\mathcal{E}^2}{2C}$

$CU = Кл$

$C = \frac{Дж}{Кл} = Кл$

$\frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{Кл^2}{Дж}$

$\varepsilon_0 = \frac{Кл^2}{Дж \cdot м}$

$\frac{\mathcal{E}^2}{2C}$

$\cancel{\frac{Н}{м^2}}$

$E = \frac{Н}{Кл}$

$\frac{\frac{Кл}{м^2}}{\frac{Кл^2}{Дж \cdot м}} =$