Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

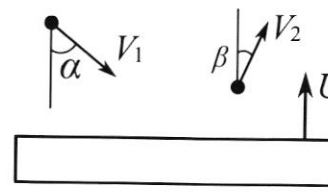
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

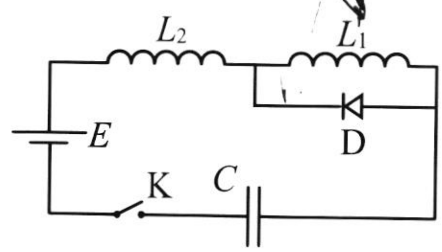
1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.

1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

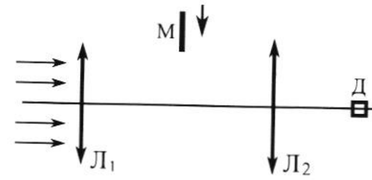
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка AC.

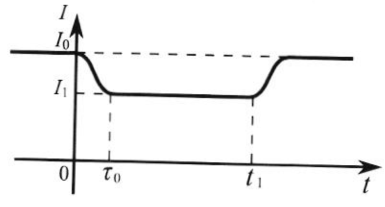
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

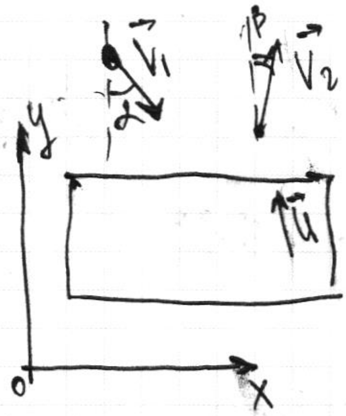
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Т.к. плита гладкая, то при ударе действуют силы только $\perp$ плоскости контакта => сохраняется импульс на ось X.



$\Rightarrow V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12\,\frac{м}{с} \cdot \frac{1/2}{1/3} = \frac{3}{2} \cdot 12\,\frac{м}{с}$

$V_2 = 18\,\frac{м}{с}$

Т.к. плита массивная, то после удара её скорость изменится на малое $\Delta u \ll u$.

Перейдём в СО плиты:

$W_{1y} = -V_1\cos\alpha - u$, $W_{1x} = V_1 \sin\alpha$

$W_{2y} = V_2 \cos\beta - u$, $W_{2x} = V_2 \sin\beta$ – скорость шарика в СО плиты

ЗСИ на ось y: ~~$mV_2\cos\beta$ $mW_{2y} = mW_{1y} =$~~

$mW_{1y} = mW_{2y} - M\Delta u \Rightarrow M\Delta u = m(W_{2y} - W_{1y})$

(M – масса плиты, m – масса шарика, $M \gg m$)

ЗСЭ: $\frac{mW_{1}^2}{2} = \frac{mW_{2}^2}{2} + \underbrace{\frac{M\Delta u^2}{2}}_{0} + Q$ $\left(\frac{M\Delta u^2}{2} = \frac{m^2}{M}\frac{(W_{2y}-W_{1y})^2}{2} \ll \ll \frac{mW_1^2}{2}\right)$

$Q = \frac{m}{2}(W_1^2 - W_2^2) > 0$ – выд. тепло $\Rightarrow W_1^2 > W_2^2$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\cancel{W_1^2 = (V_1\cos\alpha + u)^2, \quad W_2^2 = (V_2\cos\beta - u)^2}$$

$$\cancel{(V_1\cos\alpha + u)^2 > (V_2\cos\beta - u)^2}$$

$$\cancel{V_1^2\cos^2\alpha + 2V_1\cos\alpha\cdot u + u^2 > V_2^2\cos^2\beta - 2V_2\cos\beta\cdot u + u^2}$$

$$\cancel{2u(V_1\cos\alpha + V_2\cos\beta) > V_2^2\cos^2\beta - V_1^2\cos^2\alpha}$$

$$\cancel{u > \frac{V_2^2\cos^2\beta - V_1^2\cos^2\alpha}{2(V_1\cos\alpha + V_2\cos\beta)}}$$

$$W_1^2 = (V_1\cos\alpha + u)^2 + V_1^2\sin^2\alpha, \quad W_2^2 = (V_2\cos\beta - u)^2 + V_2^2\sin^2\beta$$

$$(V_1\cos\alpha + u)^2 + V_1^2\sin^2\alpha > (V_2\cos\beta - u)^2 + V_2^2\sin^2\beta$$

$$(V_1\sin\alpha = V_2\sin\beta)$$

$$V_1^2\cos^2\alpha + 2uV_1\cos\alpha + u^2 > V_2^2\cos^2\beta - 2uV_2\cos\beta + u^2$$

$$2u(V_1\cos\alpha + V_2\cos\beta) > V_2^2\cos^2\beta - V_1^2\cos^2\alpha$$

$$u > \frac{V_2^2\cos^2\beta - V_1^2\cos^2\alpha}{2(V_1\cos\alpha + V_2\cos\beta)}$$

$$u > \left(\frac{18^2\cdot\frac{8}{9} - 12^2\cdot\frac{3}{4}}{2\left(12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 18\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)}\right) = \left(\frac{\cancel{18\cdot 16\cdot 9 - 3^3\cdot 4}}{2(6\sqrt{3} + 12\sqrt{2})}\right)$$

$$18^2 = \begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ +180 \\ \hline 324 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 324 & 9 \\ -27 & 36 \\ \hline 54 & \\ -54 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad 36\cdot 8 = 288$$

$$3^3\cdot 4 = 27\cdot 4 = 108 = 12^2\cdot\frac{3}{4}$$

$$u > \left(\frac{288 - 108}{2(6\sqrt{3} + 12\sqrt{2})} = \frac{180}{2(6\sqrt{3} + 12\sqrt{2})} = \frac{90}{6\sqrt{3} + 12\sqrt{2}} = \right.$$

$$\left. = \frac{45}{3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}\right)\frac{м}{с} \Rightarrow \underline{u > \frac{45}{3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}\,\frac{м}{с}}\,; \text{ Ответ: } V_2 = 18\,\frac{м}{с};$$

$$u > \frac{45}{3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}\,\frac{м}{с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

H_2, N_2, $\nu = \frac{6}{7}$ моль, $T_1 = 350K$, $T_2 = 550K$, $C_V = \frac{5}{2}R$, $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot K}$

1) $\frac{V_1}{V_2}$ - ? 2) $T_у$ - ? 3) Q - ?

Поршень в равновесии при $p_1 = p_2$.

Ур-ие Менд.-Клапейрона: $pV_1 = \nu R T_1$ и $pV_2 = \nu R T_2$ =>

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

Тепло не подводится извне -> суммарная энергия системы (газов) сохраняется => $U_1 + U_2 = U_1' + U_2'$

$$U_1 = \frac{5}{2}\nu R T_1, \quad U_2 = \frac{5}{2}\nu R T_2, \quad U_1' = \frac{5}{2}\nu R T_у = U_2'$$

$$\frac{5}{2}\nu R(T_1 + T_2) = \frac{5}{2}\nu R T_у + \frac{5}{2}\nu R T_у = 5\nu R T_у \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_у = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 + 550}{2} K = \underline{450K}$$

$V_1 < V_2$ -> азот $\overset{A<0}{\text{сжимается}}$, а водород $\overset{A>0}{\text{расширяется}}$.

При чём $A_{N_2} = -A_{H_2}$ (работы водорода и азота), т.к. давление на поршень равны по обе стороны (процесс медленный)

т.к. теплоёмкости газов одинаковы, то если H_2 нагрелся на ΔT, то N_2 остыл на ΔT.

$\cancel{p'(V_1 + \Delta V) = \nu R(T_1 + \Delta T)}$, $\cancel{p'(V_2 - \Delta V) = \nu R(T_2 - \Delta T)}$

Рассмотрим малые изменения dp, dV, dT. Логарифмируя и дифференцируя ур-ие Менд-Клапт, получаем:

$$\frac{dp}{p'} + \frac{dV}{V_1'} = \frac{dT}{T_1'} \text{ - для } H_2$$

$$\frac{dp}{p'} - \frac{dV}{V_2'} = -\frac{dT}{T_2'} \text{ - для } N_2$$

$$\Rightarrow dV\left(\frac{1}{V_1'}+\frac{1}{V_2'}\right) = dT\left(\frac{1}{T_1'}+\frac{1}{T_2'}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{\frac{1}{T_1'}+\frac{1}{T_2'}}{\frac{1}{V_1'}+\frac{1}{V_2'}} = \frac{\frac{T_2'+T_1'}{T_1'T_2'}}{\frac{V_2'+V_1'}{V_1'V_2'}} = \frac{T_2'+T_1'}{V_2'+V_1'} \cdot \frac{V_1'V_2'}{T_1'T_2'}$$

$$p'V_1' = \cancel{\nu R T_1'}, \quad p'V_2' = \nu R T_2' \Rightarrow \cancel{V_1' \cdot V_2' = T_1' \cdot T_2' \Rightarrow \frac{V_1'V_2'}{T_1'\cdot T_2'} = 1}$$

$$V_2' + V_1' = const = \text{объёму сосуда} = V_1 + V_2$$

ЗСЭ: $\frac{5}{2}\nu R T_1 + \frac{5}{2}\nu R T_2 = \frac{5}{2}\nu R T_1' + \frac{5}{2}\nu R T_2' \Rightarrow T_1' + T_2' = T_1 + T_2 = const$

$$p'V_1' = \nu R T_1', \quad p'V_2' = \nu R T_2' \Rightarrow \frac{V_1'}{V_2'} = \frac{T_1'}{T_2'} \Rightarrow V_1' = V_2' \cdot \frac{T_1'}{T_2'}$$

$$\frac{dV}{dT} = \frac{T_1+T_2}{V_1+V_2} \cdot \left(\frac{V_2'}{T_2'}\right)^2 = \frac{T_1+T_2}{V_1+V_2} \cdot \left(\frac{\nu R}{p'}\right)^2$$

$$p(V_1+V_2) = \nu R (T_1+T_2) \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{p}{p'^2} \cdot \nu R$$

Для начала процесса (при $t=0$) $\frac{dV}{dT} = \frac{\nu R}{p}$ - изобарный процесс

ЗСЭ: $\frac{5}{2}p'V_1' + \frac{5}{2}p'V_2' = \frac{5}{2}pV_1 + \frac{5}{2}pV_2 \Rightarrow p'(V_1'+V_2') = p(V_1+V_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow p' = p$ (т.к. $V_1'+V_2' = V_1+V_2$ - объём сосуда не изм.)

$\Rightarrow$ процесс изобарный: $C_p = C_v + R = \frac{7}{2}R$

$$Q = C_p \nu \Delta T = C_p \nu (T_y - T_1) = \frac{7}{2}\nu R (T_y - T_1)$$

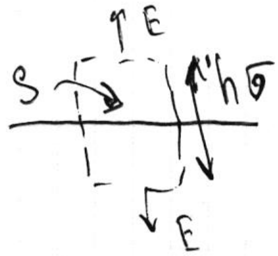
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = \frac{7}{2}\cdot\frac{6}{7}\text{моль}\cdot 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}\cdot 100\text{К} = 831\cdot 3\,\text{Дж} = \underline{2493\,\text{Дж}}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11} \approx 0{,}64$; 2) $T_4 = 450\text{K}$ 3) $Q = 2493$ Дж

№ 3

Рассмотрим ∞ пластину с плот. зар. σ.

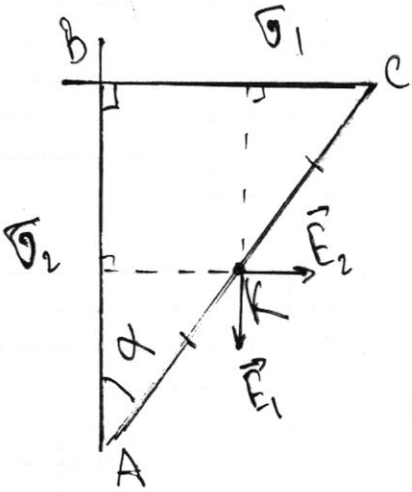


Применим Th. Гаусса

Гауссова пов-ть - цилиндр с площадью осн. S. Из симметрии поле направ $\perp$ пластине

=> по Th. Гаусса

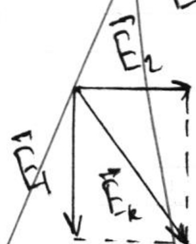
$$ES + ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



Поле в т.К является суперпозицией полей 2-х пластин, т.е. $\vec{E}_K = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$\vec{E}_1 \perp BC$, $\vec{E}_2 \perp AB \Rightarrow \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$, т.к. $BC \perp AB$

$$\Rightarrow E_K = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}{2\varepsilon_0}$$



$$E_K = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}{2\varepsilon_0}$$

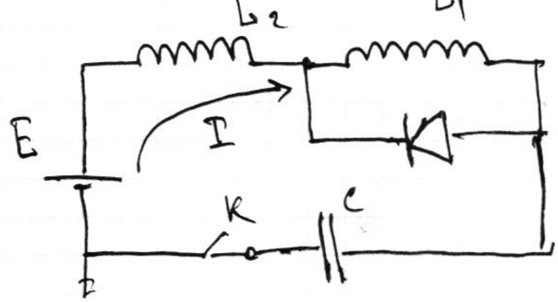
1) $E_K = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, $E_K' = \frac{\sqrt{\sigma^2 + \sigma^2}}{2\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \frac{E_K'}{E_K} = \sqrt{2}$ - увел в $\underline{\sqrt{2}}$ раз $\underline{\approx 1{,}41}$

2) $E_K = \frac{\sqrt{9\sigma^2 + \sigma^2}}{2\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{10}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, $E_K \approx \underline{1{,}6\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$

Ответ: 1) ↑ в 1,41 ($\sqrt{2}$) раз 2) $E_K \approx 1{,}6\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ $\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)$

№4

$E,\ L_1=4L,\ L_2=3L,\ C$ 1) $T-?$ 2) $I_{m1}-?$ 3) $I_{m2}-?$



нач. направ тока показано на рис.

При таком напр. тока диод закрыт и ток через него не течёт

$$E - L_2\frac{dI}{dt} - L_1\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$$ – ур-ие Кирхгофа

$$\frac{dq}{dt} = I \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = \ddot{q},\ I = \dot{q}$$

$$E = \frac{q}{C} + (L_1+L_2)\ddot{q} \Leftrightarrow \ddot{q} + \frac{1}{C(L_1+L_2)}\cdot q = \frac{E}{L_1+L_2}$$ – ур-ие гарм. колебаний

$$\omega^2 = \frac{1}{C(L_1+L_2)} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{C(L_1+L_2)} = 2\pi\sqrt{C\cdot 7L} = \underline{2\pi\sqrt{7LC}}$$

$$q = CE - q_A\cos(\omega t+\varphi),\quad \dot{q} = I = q_A\omega\sin(\omega t+\varphi)$$

$q(0)=0 \Rightarrow CE - q_A\cos\varphi = 0$ (1)

$I(0)=0 \Rightarrow q_A\omega\sin\varphi = 0$ (2) – т.к. ток в кат. не может возникнуть мгновенно

(2) $\Rightarrow$ ($q\uparrow$ сначала) $\varphi = 0 \Rightarrow q_A = CE \Rightarrow q = CE(1-\cos\omega t)$

$$I = CE\cdot\omega\sin(\omega t) \Rightarrow I_{m1} = \omega\cdot CE = \sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}E = \sqrt{\frac{C}{7L}}\cdot E$$

После того как ток станет $=0$, он поменяет направление и откроется диод $\Rightarrow$ ток через L_1 будет $=0$ (т.к. напр. на $L_1=0$ и диод откр. в момент $I_1=0$). Ток в первый раз станет равен 0 при $\omega t_1 = \pi \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{\omega}$ ($\sin\omega t_1 = 0$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При этом заряд на конденсаторе будет равен $q_0 = CE(1-\cos\pi) = 2CE$

и ур-ие Кирхгофа запишется по-другому

$$E + L_2\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{q}{C} - L_2\frac{dI}{dt} = E$$

$$\frac{dq}{dt} = -I \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2} = -\ddot{q} \qquad \Rightarrow \frac{q}{C} + L_2\ddot{q} = E$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{L_2C}\cdot q = \frac{E}{L_2} \Rightarrow q = CE + q_A'\cos(\omega' t + \varphi') \quad \text{(время отсч. с 0)}$$

$$\dot{q} = I = -q_A'\omega'\sin(\omega' t + \varphi') \ ; \ q(0) = CE + q_A'\cos\varphi' = 2CE \qquad \omega' = \frac{1}{\sqrt{L_2C}}$$

$$\dot{q}(0) = I(0) = -q_A'\omega'\sin\varphi' = 0 \Rightarrow \varphi' = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_A' = CE \Rightarrow q = CE(1+\cos\omega' t), \ \dot{q} = -CE\cdot\omega'\cdot\sin(\omega' t) = I$$

$$\Rightarrow I_{m2} = CE\cdot\omega' = \sqrt{\frac{C}{L_2}}E = \sqrt{\frac{C}{3L}}E > I_{m1}$$

В след. раз ток поменяет направление через $\omega' t_2 = \pi$ а заряд конденсатора будет равен $q(t_2) = CE(1+\cos\pi) = 0$ т.е. начнутся те же колебания, что в начале $\Rightarrow$

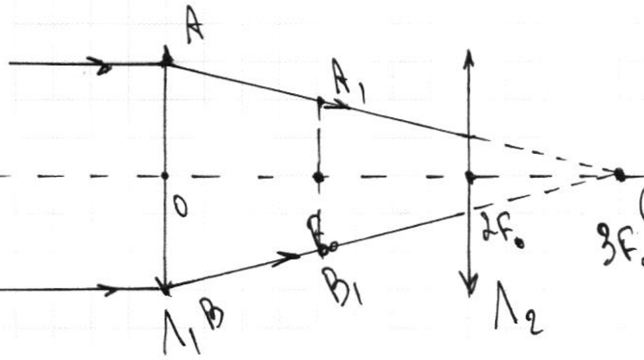
$$\Rightarrow I_{m2} = \sqrt{\frac{C}{3L}}E$$

Ответ: 1) $T = 2\pi\sqrt{7LC}$. 2) $I_{m1} = \sqrt{\frac{C}{7L}}E$ 3) $I_{m2} = \sqrt{\frac{C}{3L}}E$

1) $T \approx 16{,}74\sqrt{LC}$ 2) $I_{m1} \approx 0{,}37\sqrt{\frac{C}{L}}E$ 3) $I_{m2} \approx 0{,}58\sqrt{\frac{C}{L}}E$

(внизу ответы с округл.)

№5



т.к. лучи идут || гл.опт.оси, то после преломления в $Л_1$ они пройдут через её фокус $3F_0$, но раньше преломятся на линзе $Л_2$

Ф-ла тонкой линзы для $Л_2$: $-\frac{1}{3F_0}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F_0}$

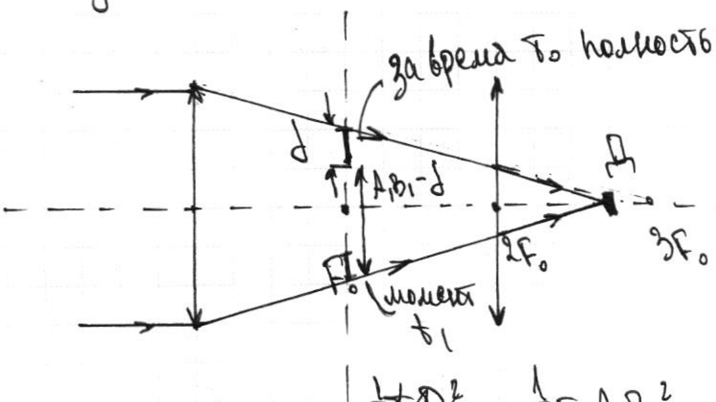
на раст. f от $Л_2$ собираются лучи, т.е. находится Д.

$-\frac{1}{3F_0}$ — т.к. „источник" находится за линзой на раст $3F_0$ т.е. на линзу падает сход. пучок лучей, который $\cap$ на раст. $3F_0$ от линзы $\Rightarrow \frac{1}{f}=\frac{1}{F_0}+\frac{1}{3F_0}=\frac{4}{3F_0}\Rightarrow f=\frac{3}{4}F_0$

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C$, т.к. $AB \parallel A_1B_1$ и $\angle C$-общ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{A_1B_1}{AB}=\frac{2F_0}{3F_0}\Rightarrow A_1B_1=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}D$$

Когда $I=I_1=\text{const}$, то на всю пов-ть М падает пучок лучей



$\Rightarrow V\tau_0 = d$ - диаметр М

$J=\frac{P}{S}$, P - мощность пучка, I - интенсивность

Тогда $\frac{I_0}{I_1} = \frac{\frac{1}{4}\pi A_1B_1^2}{\frac{1}{4}\pi A_1B_1^2-\frac{1}{4}\pi d^2} = \frac{A_1B_1^2}{A_1B_1^2-d^2}=\frac{\frac{4}{9}D^2}{\frac{4}{9}D^2-d^2}=\frac{9}{5}\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{20}{9}D^2=4D^2-9d^2\Rightarrow 9d^2=\frac{16}{9}D^2\Rightarrow d=\frac{4}{9}D$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$V\tau_0 = \frac{4}{9}D \Rightarrow V = \frac{4D}{9\tau_0}$

За $t_1-\tau_0$ нижний край М проходит $A_1B_1 - d = \frac{2}{3}D - \frac{4}{9}D = \frac{2}{9}D$

$\Rightarrow V(t_1-\tau_0) = \frac{2}{9}D \Rightarrow t_1-\tau_0 = \frac{2D}{9V} \Rightarrow t_1 = \frac{2D}{9V}+\tau_0 = \frac{2D}{9}\cdot\frac{9\tau_0}{4D}+\tau_0 = \frac{3}{2}\tau_0$

Ответ: 1) $f = \frac{3}{4}F_0$ 2) $V = \frac{4D}{9\tau_0}$ 3) $t_1 = \cancel{\frac{2D}{9V}+\tau_0}$ $\frac{3}{2}\tau_0$

1) $f = 0{,}75F_0$ 2) $V \approx 0{,}44\frac{D}{\tau_0}$ 3) $t_1 = 1{,}5\tau_0$

(внизу отв. с округл.)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$70 \,|\, 11$
$66 \quad 0{,}636$
40
33
70

$\frac{7}{11} = 0{,}(63) \approx 0{,}64$

27×27: 189, 540, 729

31×27: 217, 620, 837; $\times 2$: 1674

$\cos 2\varphi = 2\cos^2\varphi - 1$

$\sqrt{7} \approx 2{,}6\cancel{5}7$

$\pi \approx 3{,}1$

$2\pi\sqrt{7} \approx 16{,}74$

$100 \,|\, 27$: 81, $3{,}70$, 190, 189, 100

$100 \,|\, 17$: 85, 58, 150, 136, 14

$dE_y = dE\cos\varphi$
$dE_x = dE\sin\varphi$

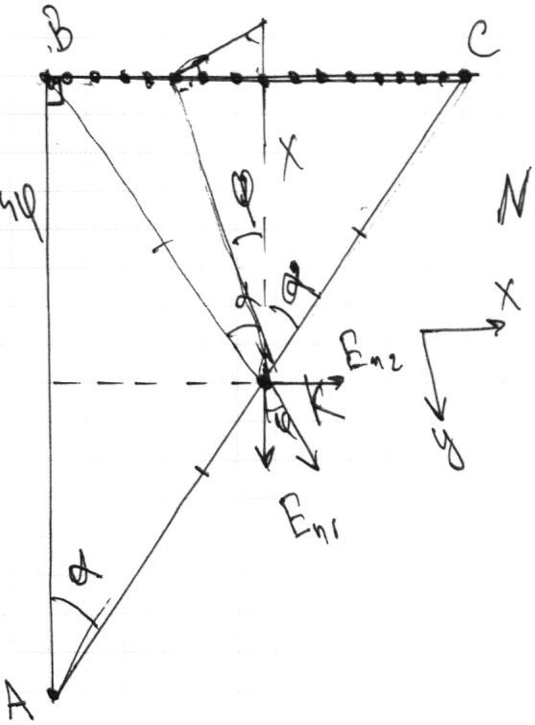
$\frac{1}{\sqrt{7}} \approx \frac{1}{2{,}7} \approx 0{,}37$

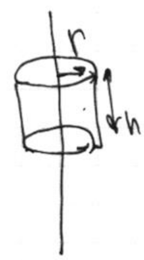
$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx \frac{1}{1{,}7} \approx 0{,}58$

$\cos^3\varphi\, d\varphi =$

$r\, d\varphi \cos\varphi$

$= (1-\sin^2\varphi)\, d\sin\varphi$





$E \cdot 2\pi r h = \lambda h / \varepsilon_0$

$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{k}{2} \cdot \frac{\lambda}{r}$

~~$\lambda h = \sigma a h$~~

$\sigma a h = \lambda h \cdot N$

$dE = k\frac{\lambda r\, d\varphi}{r^2} = k\frac{\lambda\, d\varphi}{r}$

$dE_y = E\sin\varphi = k\frac{\lambda}{r}\sin\varphi\, d\varphi$

$E_y = k\frac{\lambda}{r}(1+1) = 2k\frac{\lambda}{r}$

$\lambda h = \sigma h \cdot x\, d\varphi \Rightarrow \lambda = \sigma x\, d\varphi$

$\cos^2\varphi =$

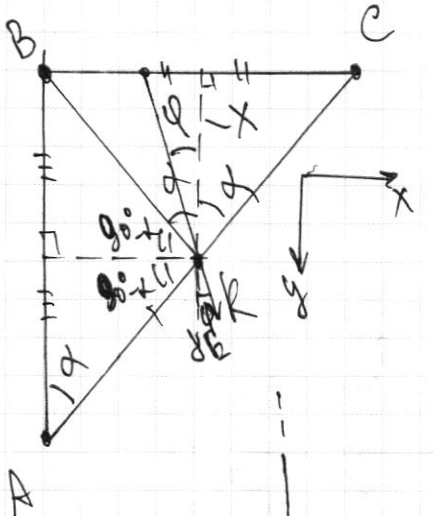
$dE = 2k\frac{\sigma x\, d\varphi}{x^2} \cdot \cos^2\varphi = 2\frac{k\sigma}{x}\cos^2\varphi\, d\varphi$

$\cos 2\varphi = \cos^2\varphi - \sin^2\varphi = 2\cos^2\varphi - 1$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

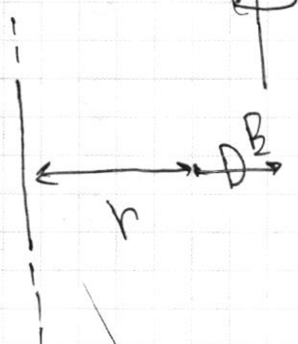
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Разобьём пластины полоски с плотн. заряда λ (беск. длинные полоски)

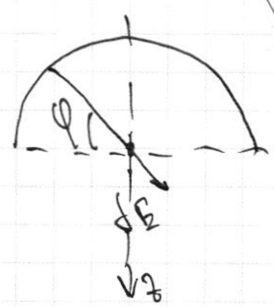
По Th. Гаусса

$$\frac{\lambda h}{\varepsilon_0} = E\cdot 2\pi r h \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = 2k\frac{\lambda}{r}$$



<=>

Поле беск. полоски в т. D <=> поле полуокр. с центром в т. D



$$dE = k\frac{\lambda r d\varphi}{r^2} = k\frac{\lambda d\varphi}{r}$$

$$dE_z = dE\sin\varphi = k\frac{\lambda}{r}\sin\varphi\, d\varphi$$

$$\Rightarrow E = k\frac{\lambda}{r}\int_0^{\pi}\sin\varphi\, d\varphi = k\frac{\lambda}{r}\cdot 2 = 2k\frac{\lambda}{r}$$

$$\sigma h \cancel{r d\varphi \cos\varphi} = \lambda h = \sigma h x d\varphi \Rightarrow \lambda = \sigma x d\varphi \Rightarrow dE = \frac{2k}{r}\cdot\sigma x d\varphi$$

Из симметрии будет сост. поля $\perp$ пластине, а $\parallel$ пластине $=0$

$$r = \frac{x}{\cos\varphi}$$

$$dE_n = dE\cdot\cos\varphi = \frac{2k}{r}\cdot\sigma x\cos\varphi\, d\varphi = 2k\sigma\cdot\cos^2\varphi\, d\varphi$$

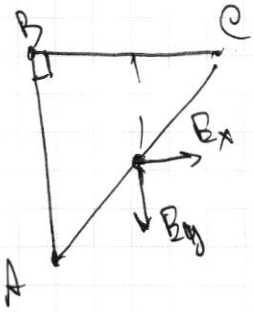
$$\Rightarrow E_n = 2k\sigma\int_{-\alpha}^{\alpha}\cos^2\varphi\, d\varphi = 2k\sigma\int_{-\alpha}^{\alpha}\left(\frac{1+\cos 2\varphi}{2}\right)d\varphi = 2k\sigma\Big|_{-\alpha}^{\alpha}\varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2}$$

$$= 2k\sigma\left(2\alpha + \sin(2\alpha)\right)$$

$E_n = 2k\sigma(2\alpha + \sin 2\alpha)$

1) $E_1 = E_y = 2k\sigma\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$, $E_x = E_y$

$E_2 = \sqrt{E_y^2 + E_x^2} = 2\sqrt{2}\,k\sigma\left(\frac{\pi}{2}+1\right) \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$



2) $E_{1x} = 2k\sigma\left(\frac{2\pi}{5} + \sin\frac{2\pi}{5}\right)$, $E_{1y} = 2k\sigma\left(\frac{3\pi}{5} + \sin\frac{3\pi}{5}\right)$

$E = \sqrt{E_{1x}^2 + E_{1y}^2} = 2k\sigma\sqrt{\left(\frac{2\pi}{5}+\sin\frac{2\pi}{5}\right)^2 + \left(\frac{3\pi}{5}+\cos\frac{2\pi}{5}\right)^2}$

$= 2k\sigma\sqrt{\frac{4\pi^2}{25} + \frac{4\pi}{5}\cdot\sin\frac{2\pi}{5} + \sin^2\frac{2\pi}{5} + \frac{9\pi^2}{25} + \frac{6\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5} + \cos^2\frac{2\pi}{5}}$

$= 2k\sigma\sqrt{\frac{13\pi^2}{25} + 1 + \frac{\pi}{5}\left(4\sin\frac{2\pi}{5} + 6\cos\frac{2\pi}{5}\right)}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$E_y = 2\frac{k\sigma}{x}\int_{-\alpha}^{\alpha}\cos^3\varphi\, d\varphi = 2\frac{k\sigma}{x}\cdot\int_{-\alpha}^{\alpha}(1-\sin^2\varphi)\, d\sin\varphi = 2\frac{k\sigma}{x}\Big|_{-\alpha}^{\alpha}\sin\varphi - \frac{\sin^3\varphi}{3}$$

$$= \cancel{2}4\frac{k\sigma}{x}\left(\sin\alpha - \frac{\sin^3\alpha}{3}\right)$$

$$E_x = 2\frac{k\sigma}{x}\int_{-\alpha}^{\alpha}\cos^2\varphi\sin\varphi\, d\varphi = -2\frac{k\sigma}{x}\int_{-\alpha}^{\alpha}\cos^2\varphi\, d\cos\varphi = -2\frac{k\sigma}{x}\Big|_{-\alpha}^{\alpha}\frac{\cos^3\varphi}{3}$$

$$= -2\frac{k\sigma}{x}(1-1) = 0$$

$$E_1 = 4\frac{k\sigma}{x}\left(\sin\alpha - \frac{\sin^3\alpha}{3}\right)$$

$$E_2 = 4\frac{k\sigma}{x}\left(\sin\alpha - \frac{\sin^3\alpha}{3}\right)$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА