Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

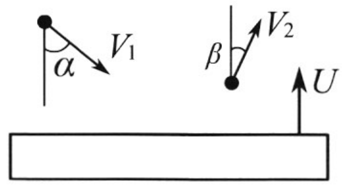
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



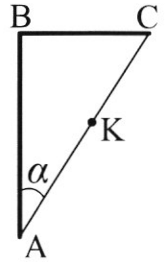
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

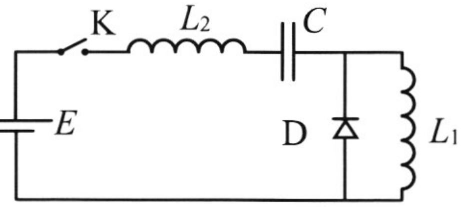
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

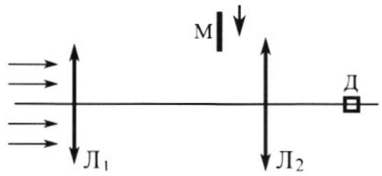
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

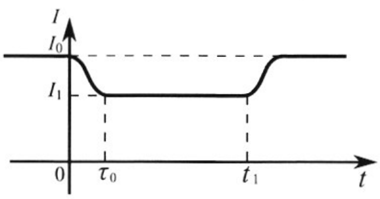
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу $Л_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

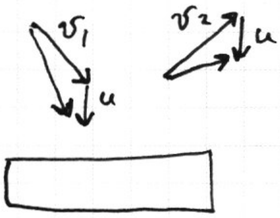
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



1.) В с.о. плиты горизонтальные составляющие скоростей шарика не изменяются. А из вертикальных вычитается u.

Т.к. плита массивная, то импульсом, который передаёт ей шарик, можно пренебречь $\Rightarrow u = const$.

~~Т.к. [illegible] за время удара [illegible] пренебречь~~ $\Rightarrow$ ~~ЗСИ на вертикаль [illegible]~~

~~$(v_1\cos\alpha + u) = (v_2\cos\beta - u)$~~

~~ЗСИ на вертикальную ось: $Mu - [illegible]\cos\alpha = Mu + [illegible]\cos\beta$~~

$\Rightarrow$ вертикальные составляющие в с.о. плиты по ЗСИ сохраняются: ~~$v_1\cos\alpha + u = v_2\cos\beta - u$~~ $v_1\cos\alpha = v_2\cos\beta \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_2 = v_1\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = 6\cdot\frac{\sqrt{1-\frac{4}{9}}}{\sqrt{1-\frac{1}{9}}} = 6\,\frac{\sqrt5}{2\sqrt2} = 3\cdot\frac{\sqrt5}{\sqrt2}$$

2.) ~~Чтобы шарик отскакивал~~

$\Rightarrow$ ~~ЗСИ на верт. ось в с.о. плиты: $v_1\cos\alpha + u = v_2\cos\beta - u$~~

по ЗСИ на гор. ось (т.к. плита гладкая): $v_1\sin\alpha = v_2\sin\beta$

$$\begin{cases} v_1 = v_2\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} - 2u\frac{1}{\cos\alpha} \\ v_1 = v_2\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \end{cases} \Rightarrow v_2\left(\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} - \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\right) = 2u\frac{1}{\cos\alpha}$$

; $v_2 = v_1\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 6\cdot\frac{2\cdot3}{3\cdot1} = 12$ м/с.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

2.) Возможные значения u это такие значения, при которых шарик будет в с.о. плиты лететь вверх. т.е. $u < v_2 \cos\beta$; $u < 12 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{9}}$

$u < 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 8\sqrt{2}$ м/с.

Ответ: 1.) 12 м/с

2.) от 0 до $8\sqrt{2}$ м/с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$c_v = \frac{3}{2}R$

He	Ne
ν, T_1	ν, T_2

1.) ур-ие Клап.-Менд.

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_1 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$$

такое же давление, т.к. поршень в равновесии.
p_1 - давление гелия. V_1 - объём гелия; V_2 - неона.
~~равновесии~~.

2.) $pV = \nu RT$ I-ое начало термодинамики.

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{3}{2}\nu R(T-T_1) + A_{He} & \text{- кол-во теплоты в части с гелием.} \\ Q_2 = \frac{3}{2}\nu R(T-T_2) + A_{Ne} = \frac{3}{2}\nu R(T-T_2) - A_{He} & \text{- в части с неоном.} \end{cases}$$

Т.к. цилиндр теплоизолирован: $Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3}{2}\nu R(T-T_1) + \frac{3}{2}\nu R(T-T_2) = 0$; $T = \frac{T_1+T_2}{2} = 385\,K$
установившаяся температура

3.) $\cancel{p V \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{2} = \nu RT}$

Т.к. $V_2 = \frac{4}{3}V_1 \Rightarrow$ суммарный объём $V_1 + V_2 = \frac{7}{3}V_1$.

~~Т.к. давление на поршень в любой момент времени с обеих сторон одинаково, то в произвольный момент:~~

$\cancel{pV = \nu RT}$

$\cancel{p\left(\frac{7}{3}V_1 - V\right) = \nu RT} \Rightarrow \cancel{p = \frac{6\nu RT}{7V_1}}$

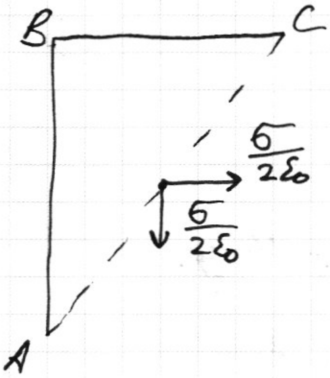
Если считать, что давление $p(V)$ линейно, то $p = \frac{\nu R T_1}{V_1} + \frac{\frac{6}{7}-1}{\frac{7}{6}-1}(V-V_1)\frac{\nu R T_1}{V_1^2}$

Тогда $Q = \frac{3}{2}\nu R(T-T_1) + \int_{V_1}^{\frac{7}{6}V_1} p\,dV$

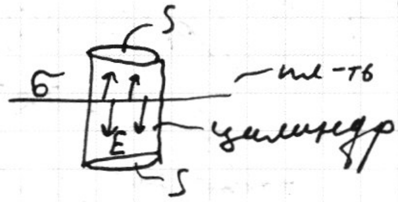
Ответ:
1.) $\frac{3}{4}$
2.) 385 K
3.) $\approx \frac{3}{2}\nu R(T-T_1) + \int_{V_1}^{\frac{7}{6}V_1} p(V)\,dV$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№3.



1.) Пусть σ – поверх-ая плотность заряда на BC. Тогда поле от бесконечной ~~пл~~ пластины однородно и равно $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. Это можно вывести из теоремы Гаусса.



$$2SE=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Когда зарядим AB, то она тоже будет создавать однор. поле $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

Т.к. двугр. угол прямой и электростатические поля подчиняются принципу суперпозиции:

$$E_K=\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2+\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2}=\sqrt{2}\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Поле в точке K.

Значит, в точке K поле увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

2.) σ_1 – плотность на BC; σ_2 – на AB.

Поле от беск. плоскостей всё так же однородно и подчиняется принц. суперпозиции $\Rightarrow$

$$\Rightarrow E_K=\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\right)^2+\left(\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right)^2}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\sqrt{16+1}=\sqrt{17}\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Ответ: 1.) $\sqrt{2}$

2.) $\sqrt{17}\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

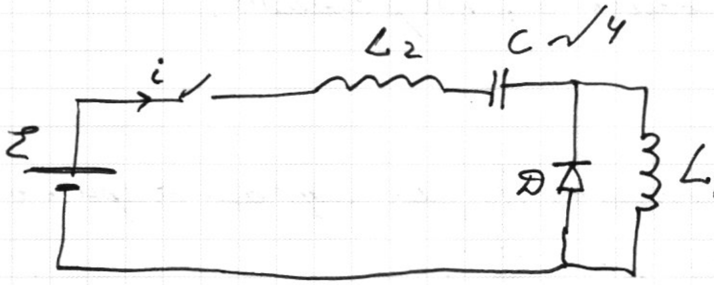
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Когда конденсатор сначала заряжается, то ток через диод не течёт.

Когда конд. начинает перезаряжаться после этого, то ток через L_1 не течёт, т.к. течёт через катушку.

q — заряд конденсатора.

$\mathcal{E} - L_2 \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} - L_1 \frac{di}{dt} = 0$ — обход контура, когда диод закрыт

$i = \frac{dq}{dt}$

$(L_1+L_2)\ddot{q} + \frac{q}{C} - \mathcal{E} = 0; \quad \ddot{q} + q \cdot \frac{1}{C(L_1+L_2)} - \frac{\mathcal{E}}{L_1+L_2} = 0$

Замена: $q_1 = q + A$; $A = -\mathcal{E}C$

$\ddot{q}_1 + q_1 \cdot \frac{1}{C(L_1+L_2)} = 0; \quad q_1(t) = B\sin(\omega_1 t + \varphi_0)$, где $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{C(L_1+L_2)}}$

$q_1(0) = -\mathcal{E}C = B\sin\varphi_0 \Rightarrow B = -\mathcal{E}C$

$\dot{q}_1(0) = 0 = B\omega_1\cos\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$q(t) = \mathcal{E}C\left(1-\cos(\omega_1 t)\right)$. Период этих колебаний равен $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{C(L_1+L_2)}$.

В режиме, когда диод открыт:

$\mathcal{E} - L_2 \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} = 0$

$i = \frac{dq}{dt}$

$\Rightarrow \ddot{q} + q\frac{1}{CL_2} - \frac{\mathcal{E}}{L_2} = 0$

Тогда период колебаний ~~в~~ в этом режиме равен
$T_2 = 2\pi\sqrt{CL_2}$

$T = (T_1 + T_2)\cdot\frac{1}{2}$, т.к. в каждом режиме он находится половину периода колебаний в этом режиме.

$T = \pi\left(\sqrt{CL_2} + \sqrt{C(L_1+L_2)}\right)$

2.) Решим дифф. ур-ие из пункта (1) для случая открытого диода. Замена: $q_1 = q + A$; $A = -\mathcal{E}C$.

$q_1(t) = B\sin(\omega_2 t + \varphi_0)$

$q_1(0) = 2\mathcal{E}C - \mathcal{E}C = \mathcal{E}C = B\sin\varphi_0 \Rightarrow B = \mathcal{E}C$

$\dot{q}_1(0) = 0 = B\omega_2\cos\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$

$q(t) = \mathcal{E}C(1+\cos(\omega_2 t))$, где $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$.

В обоих режимах ток через L_1 равен току через конденсатор. Найдём макс. токи в обоих режимах:

Диод закрыт: $\dot{q} = i = \mathcal{E}C\omega_1\sin(\omega_1 t) \Rightarrow i_{max} = \mathcal{E}C\omega_1 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$.

Диод открыт: $\dot{q} = i = -\mathcal{E}C\omega_2\sin(\omega_2 t) \Rightarrow i_{max} = \mathcal{E}C\omega_2 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}}$. т.к. $L_1, L_2 > 0 \Rightarrow I_{01} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}}$

3.) Через L_2 ток течёт, только когда диод закрыт. И ток равен $\dot{q} = \mathcal{E}C\omega_1\sin(\omega_1 t) \Rightarrow I_{02} = \mathcal{E}C\omega_1 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$.

Ответ: 1.) $T = \pi\left(\sqrt{CL_2} + \sqrt{C(L_1+L_2)}\right)$

2.) $I_{01} = \mathcal{E}\cdot\sqrt{\frac{C}{L_2}}$

3.) $I_{02} = \mathcal{E}\cdot\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

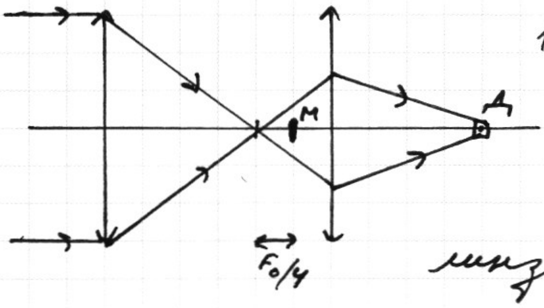
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



1.) В первой линзе лучи ~~фокусируются~~ собираются в фокусе.

Значит „предмет" для второй линзы будет на расстоянии $\frac{3}{2}F_0 - F_0 = \frac{F_0}{2}$ от второй линзы.

По формуле тонкой ~~линзы~~ линзы для $Л_2$:

$\frac{1}{\frac{F_0}{2}} + \frac{1}{\ell} = \frac{1}{\frac{F_0}{3}}$, где ℓ – расст. от $Л_2$ до детектора.

$\ell = F_0$

2.) Т.к. за τ_0 интенсивность меняется, то за это время мишень „входит" в область, где есть преломлённые лучи, т.е. $v \cdot \tau_0 = d$, где d – диаметр мишени.

Т.к. интенсивность пучка пропорциональна телесному углу $\Rightarrow \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{F_0^2} = kI_0$. (1)

k – константа.

Когда мишень внутри пучка:

$$\frac{\frac{\pi D^2}{4}}{F_0^2} - \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\left(\frac{F_0}{4}\right)^2} = kI_1 = k\,\frac{8I_0}{9} \quad (2)$$

Делим (1) на (2): $\frac{D^2}{D^2 - 16d^2} = \frac{9}{8}$; $8D^2 = 9D^2 - 144d^2$

$144d^2 = D^2$; $d = \frac{D}{12} \Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{\tau_0}{d} = \frac{12\tau_0}{D} \Rightarrow v = \frac{D}{12\tau_0}$

3.) t_1 – это время, когда мишень целиком лежит в

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

области лучей. Диаметр этой области можно найти из подобия треугольников, помня, что мишень находится на $\frac{F_0}{4}$ от фокуса $Л_1$.

Тогда $v \cdot t = \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{2} - d = \frac{D}{4} - \frac{D}{12} = \frac{2D}{12} = \frac{D}{6}$

$t = \frac{D}{6v} = \frac{D}{6} \cdot \frac{12\tau_0}{D} = 2\tau_0$

При этом $t_1 = t + \tau_0 = 2\tau_0 + \tau_0 = 3\tau_0$

Ответ: 1.) F_0

2.) $v = \frac{D}{12\tau_0}$

3.) $3\tau_0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

x ~~$(v_1\cos\alpha+u)$~~

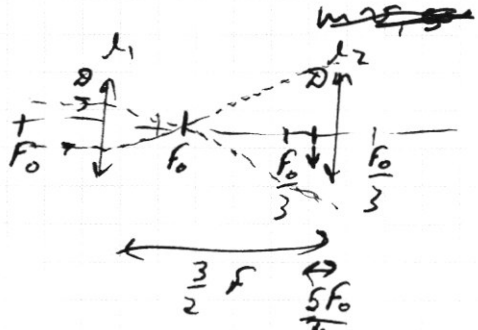
$v_1\cos\alpha+u = v_2\cos\beta-u$

$v_2 = \frac{2u}{\cos\beta}+v_1\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$.

$pV=\nu RT$

$p\left(\frac{7}{3}V_1-V\right)=\nu RT$

$p=$

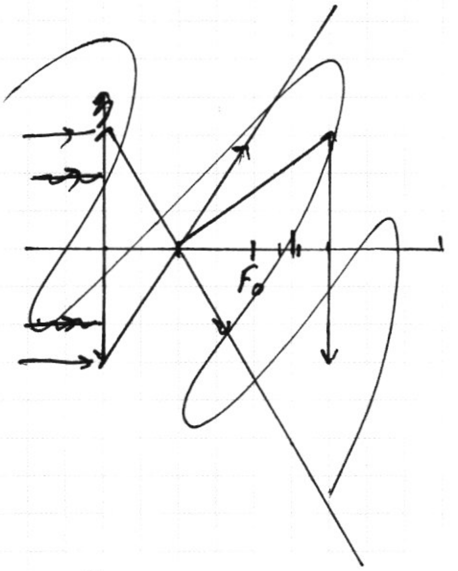


$D<<F_0$

$\frac{1}{\frac{F_0}{2}}+\frac{1}{l}=\frac{1}{\frac{F_0}{3}}$

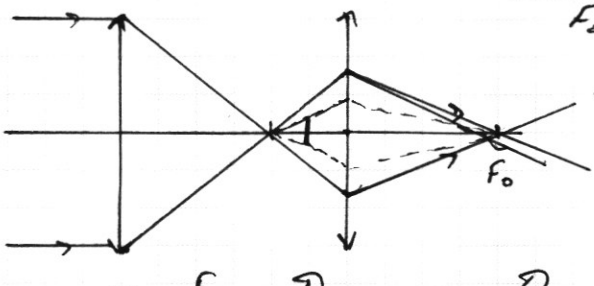
$\frac{2}{F_0}+\frac{1}{l}=\frac{3}{F_0}$

$\frac{1}{l}=\frac{1}{F_0}$; $l=F_0$



$\tau_0=d\nu$

$\frac{\frac{\pi D^2}{4}}{F_0^2}=k\tau_0$



$\frac{F_0}{\frac{F_0}{2}}=\frac{D}{D_1} \Rightarrow D_1=\frac{D}{2}$

$p\cdot\frac{7}{6}V_1=\nu R\cdot T$

$p=\frac{6\nu RT}{7V_1}$;

~~$pV^\gamma=const$~~;

$(v_1\cos\alpha+u)+(v_2\cos\beta-u)=N\Delta t$

$\frac{\frac{\pi D^2}{4}}{F_0^2}-\frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\left(\frac{F_0}{4}\right)^2}=k$

$p_1=\frac{\nu RT_1}{V_1}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$p = \frac{\nu R T_1}{V_1} + \frac{\frac{6}{7}-1}{6\frac{7}{6}-1} \cdot (V - V_1) \cdot \frac{\nu R T_1}{V_1^2}$$

pV

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)