Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

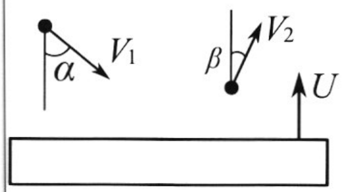
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



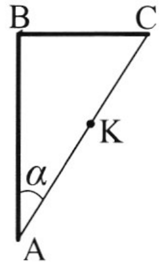
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu=3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.
R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

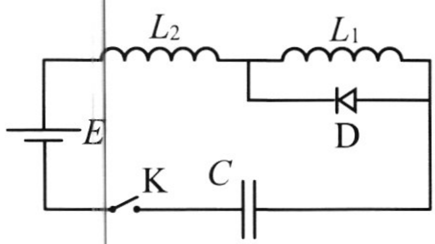
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha=\pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

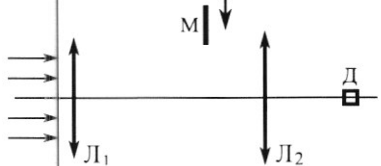
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1=2\sigma, \sigma_2=\sigma$, соответственно. Угол $\alpha=\pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

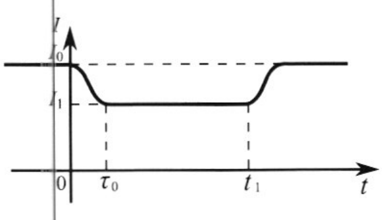
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

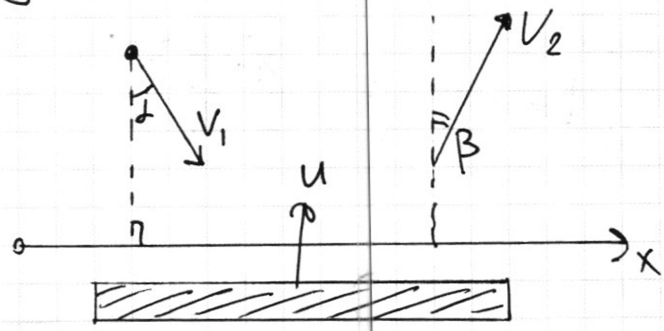
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1. (начало)

$V_1 = 8$ м/с
$\sin\alpha = \frac{3}{4}$
$\sin\beta = \frac{1}{2}$

Найти:
V_2 - ?
u - ?

Сила, действующая на шарик со стороны плиты, всегда вертикальна, а значит можно записать закон сохр. импульса в проекции на горизонтальную ось (OX).



m - масса шарика

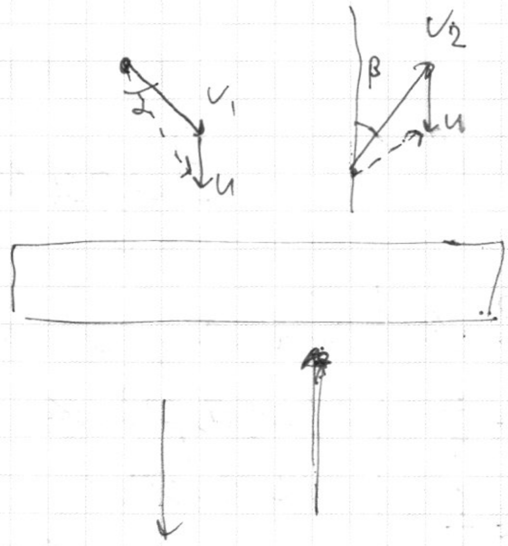
$$mV_1\sin\alpha = mV_2\sin\beta \quad - \text{ЗСИ (на Ox)}$$

$$V_1\sin\alpha = V_2\sin\beta$$

$$\boxed{V_2 = V_1\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}} \quad V_2 = 8\,\text{м/с}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{1} = 12\,\text{м/с}$$

№1

$$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$$



$$8 \cdot \frac{3}{4} = x \cdot \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot 3 = x \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = 4 \cdot 3 = 12.$$

$$\sqrt{1\cancel{4} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{4-1\cancel{8}}{4}}$$

$$16 - 9 = 7$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{16-9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{17\,|\,20} \quad 1,5$$

$$\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{3\,\cancel{6}}{\cancel{12}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} \quad 3$$

$$2\sqrt{7} \quad \cancel{x^2}$$

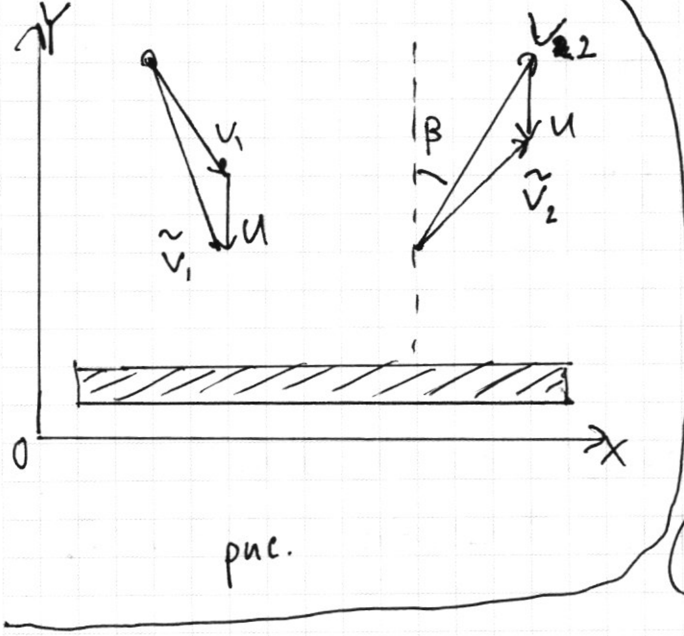
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1 (продолжение 1)

Перейдем в СО плиты.

$\tilde{V}_1$ – скорость шарика до удара в этой СО.

$\tilde{V}_2$ – скорость шарика после удара в этой СО.

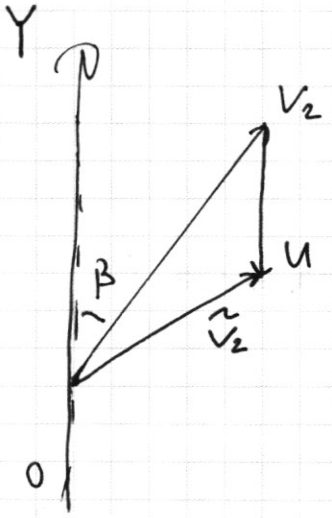


При разных значениях u, вектор $\tilde{V}_2$ может быть направлен вверх или вниз. (Проекция $\tilde{V}_2$ на вертикальную ось OY может быть положительной или отрицательной)

Нас устраивает только тот случай, когда $\tilde{V}_{2(OY)}$ (проекция на OY) положительна, ~~$\tilde{V}_2$ напра~~ иначе шарик не отскочит.

Вге

Задача 1 (продолжение 2).



$\tilde{V}_{2(y)}$ - проекция $\tilde{V}_2$ на ось OY

Для этого должно ~~выполняться~~ выполнятся следующее неравенство:

$$\begin{cases} \tilde{V}_{2(y)} \geqslant 0 \\ \tilde{V}_{2(y)} = V_2 \cos\beta - U \end{cases}$$

$$V_2 \cos\beta - U \geqslant 0$$

$$V_2 \cos\beta \geqslant U$$

$$U \leq V_2 \cos\beta$$

Случай $\tilde{V}_{2(y)} = 0$ тоже имеет место, т.к. тогда шарик полетит вместе с плитой.

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$U \leq 12\,\text{м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$U \leq 6\sqrt{3}\ \text{м/с}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

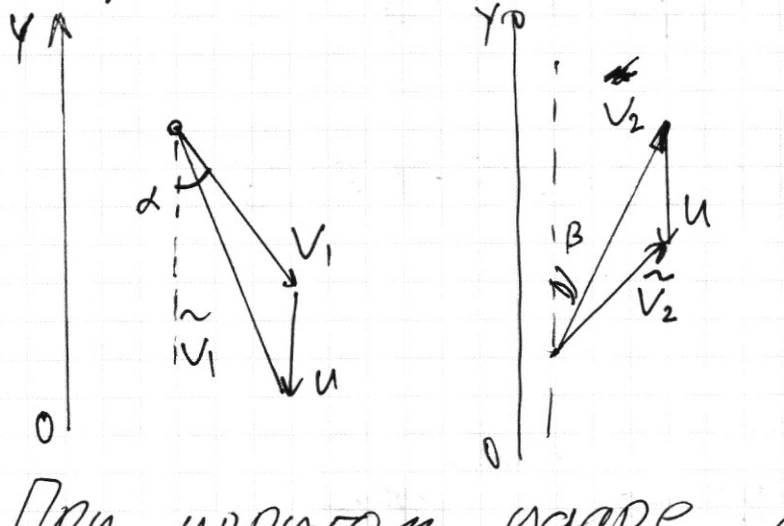
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1 (продолжение 3)

Также найдем нижнюю границу для u. Она будет определяться значением u при упругом ударе, т.к. если шарик смог ~~отлед~~ отскачить данным образом при упругом ударе, то он сможет также отскачить при неупругом если u будет больше.

Найдем u при упругом ударе:

Перейдем в СО плиты.



$\tilde{V}_{1(y)}$ – проекция $\tilde{V}_1$ на ось OY

При упругом ударе о неподвижную (в данно СО) плиту выполняется:

$$\tilde{V}_{1(y)} = -\tilde{V}_{2(y)}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 1 (продолжение 4)
(конец).

$$\begin{cases} \tilde{V}_{1(y)} = -V_1\cos\alpha - u \\ \tilde{V}_{2(y)} = V_2\cos\beta - u \\ \tilde{V}_{1(y)} = -\tilde{V}_{2(y)} \end{cases}$$

$$V_1\cos\alpha + u = V_2\cos\beta - u$$

$$2u = V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha$$

$$u_{min} = \frac{V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha}{2}$$

$$\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$u_{min} = \frac{1}{2}\left(12\,м/с \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8\,м/с \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}\right) = (3\sqrt{3} - \sqrt{7})\,м/с$$

$$u > u_{мин}$$

$$u > (3\sqrt{3} - \sqrt{7})\,м/с \rightarrow$$ Итого

Итого: $(3\sqrt{3}-\sqrt{7})\,м/с < u \leq 6\sqrt{3}\,м/с$

Ответ: $V_2 = 12\,м/с$; $u \in \left((3\sqrt{3}-\sqrt{7})\,м/с;\ 6\sqrt{3}\,м/с\right]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2 (начало).

$\nu = \frac{3}{7}$ моль

$T_1 = 300K$

$T_2 = 500K$

$R = 8{,}31$ Дж/моль·К

$C_V = \frac{5}{2}R$

$\alpha = \frac{V_1}{V_2}$ - ?

T - ?

ΔQ - ?

V_1 - начальный объем азота

V_2 - начальный объем кислорода

P_0 - начальное давление в системе

T - установившаяся температура

$\alpha = \frac{V_1}{V_2}$ - искомое отношение

ΔQ - кол-во теплоты, переданное азоту от кислорода.

В начальный момент поршень был на месте, значит давления кислорода и азота были равны.

$$\begin{cases} P_0 V_1 = \nu R T_1 \\ P_0 V_2 = \nu R T_2 \\ \alpha = \frac{V_1}{V_2} \end{cases}$$

Задача 2 (продолжение 1.)

$$\frac{P_0 V_1}{P_0 V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\alpha = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300K}{500K} = \frac{3}{5} = \underline{\underline{0{,}6}}.$$

Т.к. сосуд теплоизолирован и в нем нет трения, можно применить закон сохранения энергии.

$$C_V = \frac{i}{2} R \rightarrow i = \frac{2C_V}{R} = \frac{2}{R} \cdot \frac{5}{2} R = 5$$

i - кол-во степеней свободы газа.

U_1 - начальная энергия азота

U_2 - начальная энергия кислорода.

U_3 - энергия азота в конце опыта

U_4 - энергия кислорода в конце опыта.

~~Qr=~~

$$U_1 + U_2 = U_3 + U_4$$

В конечном состоянии температуры будут равны T.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2 (продолжение 2.)

$$\begin{cases} U_1 = \frac{i}{2}\nu RT_1 = \frac{5}{2}\nu RT_1 \\ U_2 = \frac{i}{2}\nu RT_2 = \frac{5}{2}\nu RT_2 \\ U_3 = \frac{i}{2}\nu RT = \frac{5}{2}\nu RT \\ U_4 = \frac{i}{2}\nu RT = \frac{5}{2}\nu RT \\ U_1 + U_2 = U_3 + U_4 \end{cases}$$

$$\frac{5}{2}\nu RT_1 + \frac{5}{2}\nu RT_2 = \frac{5}{2}\nu RT + \frac{5}{2}\nu RT$$

$$T_1 + T_2 = 2T$$

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(300K + 500K) = \underline{\underline{400K}}$$

Кол-во теплоты ΔQ равно изменению внутренней энергии азота.

$$\Delta Q = U_3 - U_1 = \frac{5}{2}\nu RT - \frac{5}{2}\nu RT_1$$

$$\Delta Q = \frac{5}{2}\nu R(T - T_1)$$

$$\Delta Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7}\text{моль} \cdot R \cdot (400K - 300K) = \left(\frac{15}{14} \cdot 100R\right) Дж$$

$$\Delta Q = \frac{1500}{14} R \text{ Дж}$$

Задача 2 (конец).

Ответ:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$T = 400 K$$

$$\cancel{\Delta Q = \frac{1500}{14} R}$$

$$\Delta Q = \frac{1500}{14} R$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

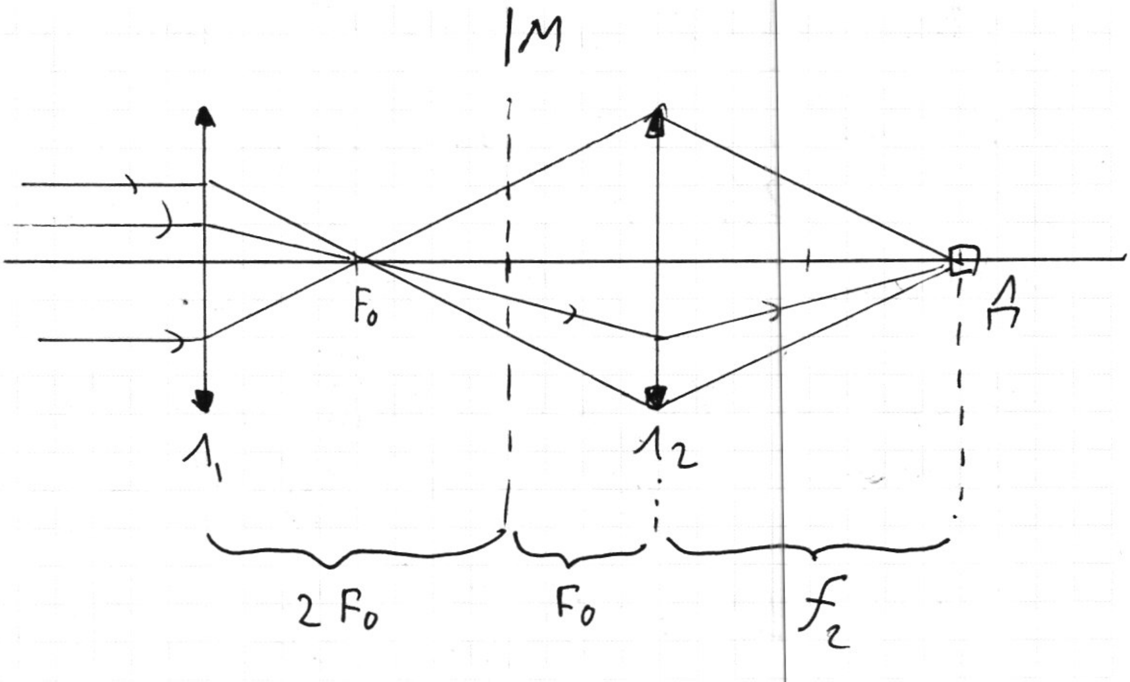
Задача 5 (начало)

$3F_0$
F_0
D
τ
$I_1 = \frac{3}{4} I_0$

---

f_2 – ?
V – ?
t_1 – ?

f_2 – расстояние между $Л_2$ и $Д$.
d – диаметр мишени.



Изображение от первой линзы будет в ее фокусе и на расстоянии $2F_0$ от второй линзы.
Для второй линзы:

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f_2}$$

Отсюда $f_2 = \left(\frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0}\right)^{-1} = 2F_0$

Задача 5 (продолжение 1.)

~~Мишень~~

В) На детектор попадают только те лучи, которые попали на линзу 2.

Эти лучи идут как-будто из правого фокуса линзы $Л_1$.

Лучи идут „Конусом". (см. рис.)

„Источник" лучей находится на расстоянии $2F_0$ от $Л_2$, а траектория мешени на F_0 от $Л_2$.

Сечение конуса лучей траекторией мишени образует круг с диаметром D_1.

$$D_1 = D\frac{F_0}{2F_0} = \frac{1}{2}D \quad \text{(из подобия } \Delta\text{)}$$

Ток равен I_1 тогда, когда вся мешен находится в этом сечении.

S_1 - площадь сечения

S - площадв мишени

$$S_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \qquad S = \frac{\pi d^2}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5 (продолжение 2.)

Ток в детекторе пропорционален мощности света, а мощность света пропорциональна площади светлой части в сечении.

При токе I_0 эта площадь равна S_1

При токе I_1 эта площадь равна $S_1 - S$

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1 - S}{S_1}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{D_1^2 - d^2}{D_1^2} \rightarrow \frac{3}{4} = 1 - \frac{d^2}{D_1^2}$$

$$\frac{d^2}{D_1^2} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{d}{D_1} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{D_1 = 2d}$$

$$D_1 = \frac{1}{2} D \rightarrow d = \frac{1}{4} D$$

За время τ_0 мишень проходит расстояние d, т.к. за это время она заезжает в сечение.

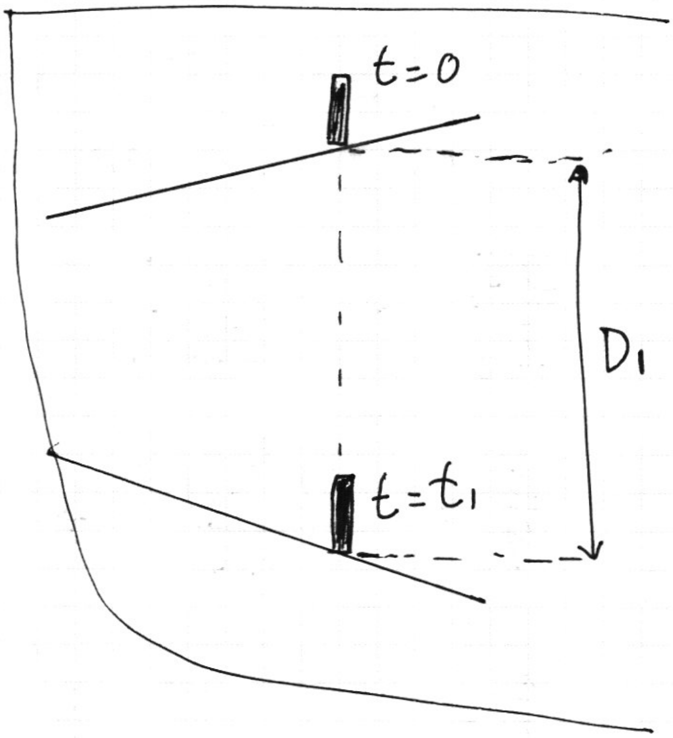
Задача 5 (продолжение 3.)
(конец.)

Отсюда $d = v\tau_0$

$$V = \frac{d}{\tau_0} = \frac{1}{4}\frac{D}{\tau_0}$$ $$\boxed{V = \frac{1}{4}\frac{D}{\tau_0}}$$

За время t_1 мишень пройдет от касания сечения до касания сечения изнутри (см рис.)

За время t_1 мишень пройдет расстояние D_1



$$t_1 = \frac{D_1}{V} = \frac{1}{2}\frac{D}{V}$$

$$t_1 = \frac{1}{2}D \cdot \frac{4\tau_0}{D} = 2\tau_0$$

$$\boxed{t_1 = 2\tau_0}$$

Ответ: $f_2 = 2F_0$

$$V = \frac{1}{4}\frac{D}{\tau_0}$$

$$t_1 = 2\tau_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4 (начало).

$L_1 = 2L$

$L_2 = L$

C

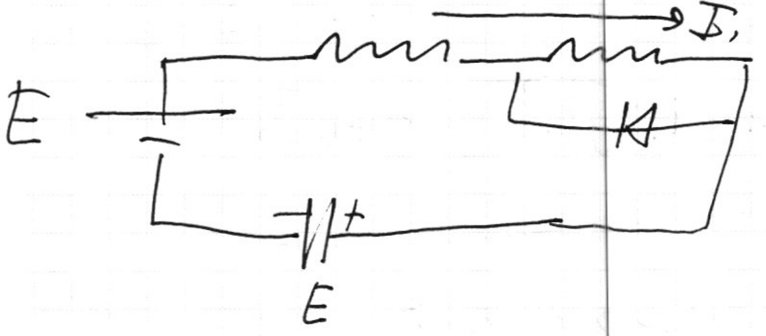
E

T

I_{m1}

I_{m2}

Вначале ток будет увеличиваться до I_1



Это ~~д~~ будет происходить $t_1 = \frac{2\pi\sqrt{C(L_1+L_2)}}{4}$ времени (четверть полного периода)

$t_1 = \frac{1}{2}\pi\sqrt{3LC}$ Далее ток в ~~системе~~ ~~конденсаторе L~~ катушке L_1 „заморозится", а в катушке L_2 продолжит расти в течение времени

$t_2 = \frac{2\pi\sqrt{CL_2}}{4}$ (четверть другого периода)

Задача 4 (продолж.)

$t_2 = \frac{1}{2}\pi\sqrt{LC}$

Далее весь процесс пойдет в обратную сторону.

$T = 2(t_1+t_2) = 2\left(\frac{1}{2}\pi\sqrt{3LC} + \frac{1}{2}\pi\sqrt{LC}\right) =$

$$\boxed{T = \pi\sqrt{LC}(1+\sqrt{3})}$$

Максимальный ток в L_1 будет $\cancel{I_{m1}}$

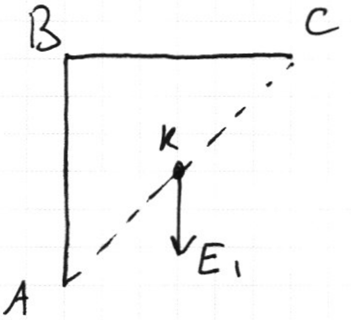
$I_{m1} = I_1$

$\varepsilon^2 C = \frac{\varepsilon^2 C}{2} + \frac{(L_1+L_2)I_1^2}{2}$

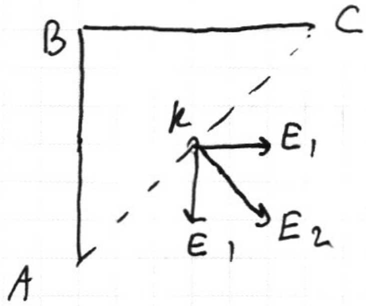
$I_1^2 = \frac{\varepsilon^2 C}{(L_1+L_2)} \rightarrow I_1^2 = \frac{\varepsilon^2 C}{3L}$

$I_{m1} = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{3L}}$

Задача 3 (продолж. 1).



– Заряжена только BC



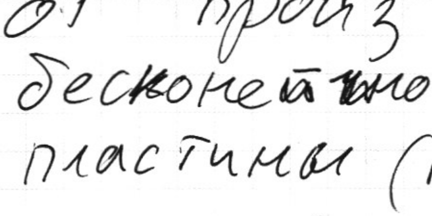
– Заряжены AB и BC.

$$E_2 = \sqrt{2}\, E_1$$

$$\boxed{n = \frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}}$$

2) Второй случай

Рассмотрим напряженность от произ ~~вольной про~~ ~~во~~ бесконечной проводящей пластины (прямоугольной) с заданными β, σ_0 (см. рисунок). (Напряженность в точке M).



Если передвинуть точку на dx потенциал изменится на $d\varphi$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3 (начало).

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$n = \frac{E_2}{E_1}$ - ?

2) $\sigma_1 = 2\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

$\alpha = \frac{\pi}{7}$

E_K - ?

1) ~~Первый~~ случай

~~BC~~ E_1 - напряженность, когда заряжена только BC

E_2 - напряженность, когда заряжены BC и AB.

n - искомое отношение.

$$\frac{BC}{BA} = tg\,\alpha = tg\,\frac{\pi}{4} = 1$$

$$BC = BA$$

Пластины одинакогово размера и ~~нах~~ находятся на одинаковом расстоянии от точки K.

Значит ~~оник~~ они дают одинаковую напряженность

В первом случае дает только BC. Пусть она дает напряженность E_1, направленную вниз (в силу симметрии).

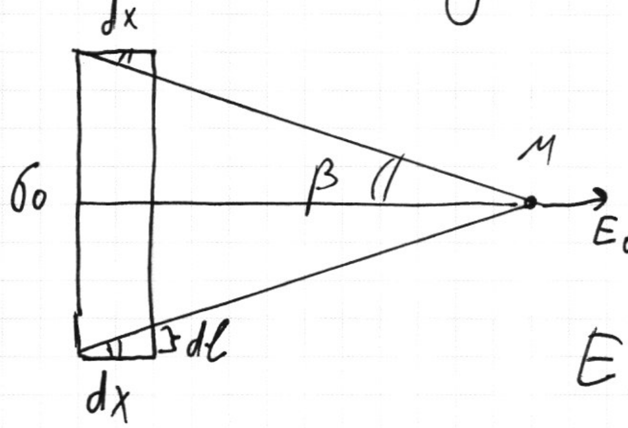
Тогда AB дает E_1, направленную вправо.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3 (продолж. 2).



Передвинем пластину на dx (это равносильно)

$$E_0 = \frac{d\varphi}{dx}$$

Кусочки пластины, попадающие в треугольник дают одинаковый потенциал (из подобия).
А $d\varphi$ дают полосочки dl (см. рис.)

$dl = dx\, tg\beta$. Это будут тонкие заряженные линии с зарядом единицы длины $\rho = \frac{q}{l} = \sigma_0 dl$

$$\rho = \sigma_0 dl = \underline{\sigma_0 dx\, tg\beta}$$

Найдем какой $d\varphi$ дают две такие полоски

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Черновик.

№2.

$\frac{3}{5} = 0,6$

$300 + 500 = 800K$

$\frac{800}{2} = 400$

$\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 100R = \frac{15}{14} \cdot 100R = \frac{1500}{14} R$

$\frac{15}{14} \cdot 831 =$

№4.

$\mathcal{E}$ E

2L

L

C

$S = \pi R^2 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 =$

$\cancel{\frac{D^2}{4}}$

$\frac{\pi D^2}{4}$

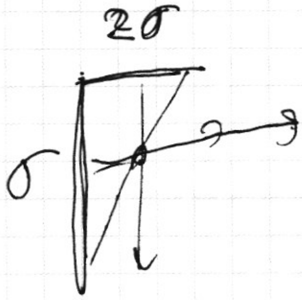
$V_2 \cos\beta = U$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

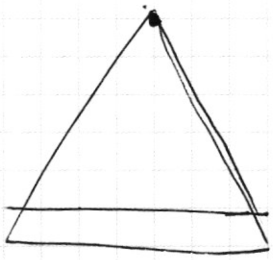


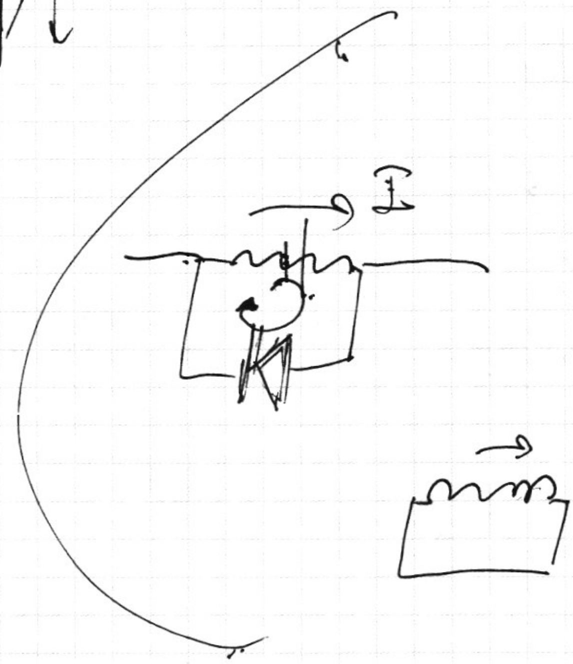
O

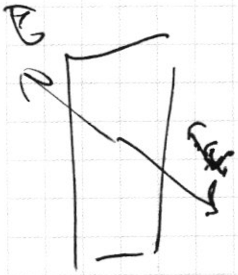
ρ

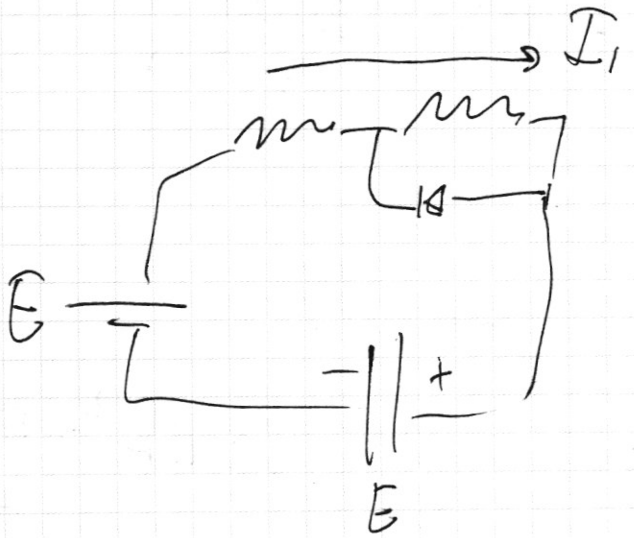
$E(r) =$

$$\frac{\cancel{\ell}\rho}{\varepsilon_0} = 2\pi R \cancel{\ell} E \to E = \frac{\rho}{2\pi R \varepsilon_0}$$



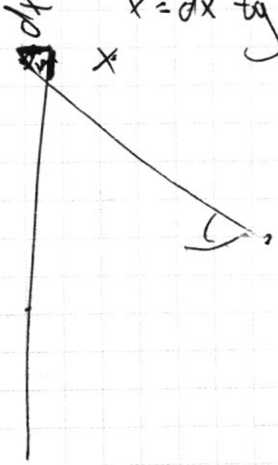






$$E = \frac{d\varphi}{dx}$$

$x = dx\,tg\,\alpha$



$$\frac{q}{\ell} = \frac{\sigma \ell d\ell}{\ell}$$