Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

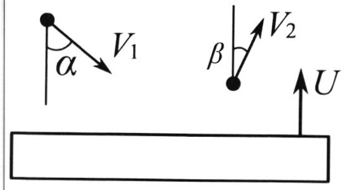
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

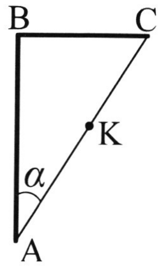
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

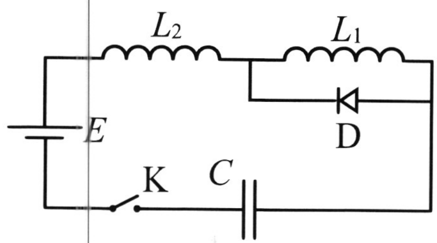
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

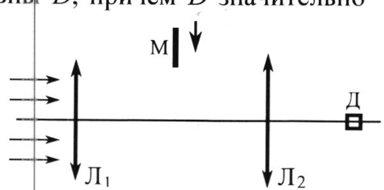


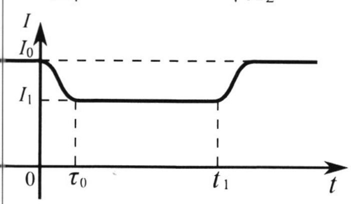
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

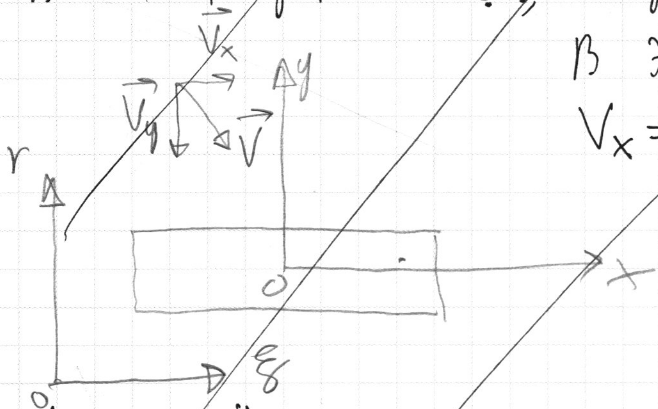
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Перейдём в с.о., связ. с плитой (xOy)



В этой с.о. до удара

$V_x = V_1 \sin\alpha$; $V_y = [V_1\cos\alpha + u]$

после удара

$V'_x = V_x = V_1 \sin\alpha$; $V'_y = -V_y = +[V_1\cos\alpha + u]$

Перейдём обратно в с.о., связ. с землёй (где плита двит. вверх с $\vec u$), это $\xi O_1 r$

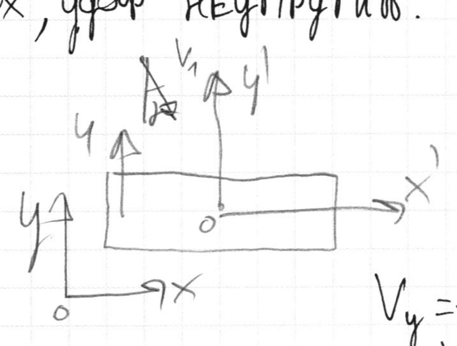
$V_\xi = V'_x = V_x = V_1\sin\alpha$; $V_r = V'_y + u = V_1\cos\alpha + 2u$

$V_\xi = V_2 \sin\beta = V_x = V_1 \sin\alpha$; $V_2\sin\beta = V_1\sin\alpha$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = V_1 \cdot \frac{\frac12}{\frac13} = \frac32 V_1 = 18\ \frac{м}{с}$$

1) Ответ: $V_2 = 18\ \frac{м}{с}$

ох, удар неупругий.



V_1 — в с.о. xOy; $x'Oy'$ ~~едет~~ прикреплена к плите

~~перейдём?~~

перейдём в СО $x'Oy'$

$V_y = -V_1\cos\alpha$; $V_x = V_1 \sin\alpha$

$V'_y = -V_1\cos\alpha - u$; $V'_x = V_1\sin\alpha$

после удара $|V'_y|$ уменьшится, $|V'_{y1}| = |V'_y|\cdot k$

k — коэфф. неупругого удара

$V'_{y1} = k(V_1\cos\alpha + u)$

перейдём обратно в xOy

$V_{y1} = kV_1\cos\alpha + ku + u = kV_1\cos\alpha + u(1+k)$

$$V'_{x\,1} = V_x = V_{x1} = V_1 \sin\alpha = V_2 \cancel{\cos}\overset{\sin}{}\beta;\quad V_2 = \frac{V_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = 18\,\frac{м}{с}$$

$$V_{y\,1} = \underset{k}{\cancel{\beta}} V_1 \cos\alpha + u(1 + \underset{k}{\cancel{\beta}}) = V_2 \cos\beta$$

$$u = \frac{V_2 \cos\beta - k V_1 \cos\alpha}{1 + k}$$

$k \in [0; 1]$

при ~~только~~ таких k ~~та~~ только при его увеличении u уменьшается, а значит

$$u \in [u(k=0);\ u(k=1)]$$

$$u \in \left[\frac{V_2 \cos\beta}{1};\ \frac{V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha}{2}\right];\quad V_2 \cos\beta = \ldots$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

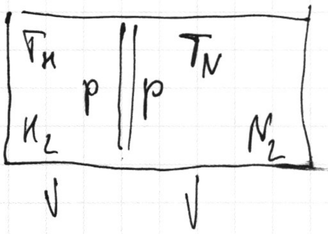
~~$V_2 = 18\frac{м}{с}$~~ $V_2 \cos\beta = \frac{18 \cdot 2}{3}\sqrt{2}\,\frac{м}{с} = 12\sqrt{2}\,\frac{м}{с}$

$$\frac{V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha}{2} = \frac{18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = 3(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

1) Ответ: $V_2 = 18\,\frac{м}{с}$; 2) Ответ: $u \in \left[(6\sqrt{2} - 3\sqrt{3})\frac{м}{с};\ 12\sqrt{2}\,\frac{м}{с}\right]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2



давления газов равны, и равны p т.к. процессы медленные

$T_H(t=0)=T_1$; $T_N(t=0)=T_2$

$pV_H = \nu R T_H$; $pV_N = \nu R T_N$

1) $\frac{V_H(0)}{V_N(0)} = \frac{T_H(0)}{T_N(0)} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$ 1) Ответ: $\frac{V_H(0)}{V_N(0)} = \frac{7}{11}$

2) пусть установилась T_0

$A_H = -A_N$, т.к. $p_H = p_N$, $dV_H = -dV_N$, $dA = p\,dV$

$Q = 0 = A_H + A_N + \Delta U_H + \Delta U_N = \Delta U_H + \Delta U_N = C_v\nu(T_0 - T_H(0)) +$
$+ C_v\nu(T_0 - T_N(0)) = C_v\nu(T_0 - T_1) + C_v\nu(T_0 - T_2)$

$2T_0 - T_1 - T_2 = 0$; $T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350K + 550K}{2} = 450\ K$ 2) Ответ: 450 K

3) Q_1 – искомое ~~кол~~ количество теплоты, $Q_1 = -Q_N = +Q_H$

$Q_1 = A_H + \Delta U_H$; $\Delta U_H = C_v\nu(T_0 - T_1)$

$dA_H = p_H\,dV_H = +p\,dV_H = \frac{\nu R T_H}{V_H}\,dV_H$

$pV_H + pV_N = \nu R T_H + \nu R T_N$ из ЗСЭ $T_H + T_N = const = 2T_0$

$p(V_H + V_N) = \nu R(T_H + T_N)$ $V_H + V_N = const = V_0 = V_H(0) + V_N(0)$

$p = \frac{2\nu R T_0}{V_0}$ $pV_0 = \nu R 2T_0$

$V_{Hk} = V_{Nk} = \frac{V_0}{2}$

$dA_H = \frac{2\nu R T_0}{V_0}\cdot dV_H$; $A_H = \frac{2\nu R T_0}{V_0}\cdot\left(\frac{V_0}{2} - \frac{7}{18}V_0\right) =$

$V_H(0) = \frac{7}{7+11}V_0 = \frac{7}{18}V_0$ $= 2\nu R T_0\cdot\frac{1}{9} = \frac{2}{9}\nu R T_0$

$$Q_1 = C_V \nu (T_0 - T_1) + \frac{2}{9}\nu R T_0 = \nu R\left[\frac{5}{2}(T_0 - T_1) + \frac{2}{9} T_0\right] =$$

$$= \frac{6}{7}\text{моль}\cdot 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{K}}\cdot\left[2{,}5\cdot 100\,\text{K} + \frac{2}{9}\cdot 450\,\text{K}\right] =$$

$$= \frac{6}{7}\text{Дж}\ 8{,}31\cdot\left[250 + 100\right] = \frac{350\cdot 6}{7}\cdot 8{,}31\,\text{Дж} = 300\cdot 8{,}31\,\text{Дж} =$$

$$= 100\cdot(24 + 0{,}93)\,\text{Дж}\ 2493\,\text{Дж}$$

3) Ответ: 2493 Дж

1) ответ: $\frac{v_H(t=0)}{v_N(t=0)} = \frac{7}{11}$

2) ответ: $T_0 = 450^\circ K$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

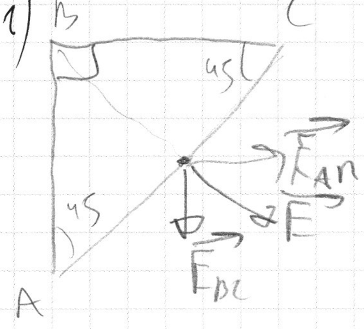
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

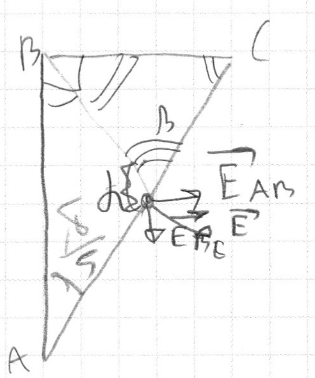
3 1)



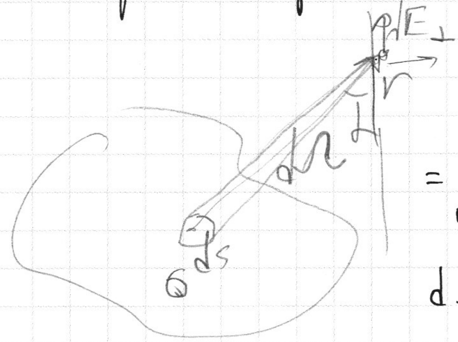
$E_{BC} = E_{AB}$ из симметрии

$E = E_{BC}\sqrt{2}$ 1) ответ: в $\sqrt{2}$ раз

2)



рассмотрим плоскость



$dE_\perp = dE \cdot \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma\, dS}{r^2}$

$d\Omega = \frac{dS\cos\alpha}{\cancel{4\pi} r^2}$

$dE_\perp = \frac{\sigma\, d\Omega}{4\pi\varepsilon_0}$ $\qquad E_\perp = \frac{\sigma\Omega}{4\pi\varepsilon_0}$

$\cancel{\Omega_{BC}=}$ $\alpha = \pi - \frac{2\cdot\pi}{9} = \frac{3}{5}\pi$; $\beta = \pi - 2\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right] =$

$= \frac{2\pi}{5}$; $\Omega_{BC} = 4\pi \cdot \frac{\beta}{2\pi} = 4\pi \cdot \frac{3}{10} = 1{,}2\pi$

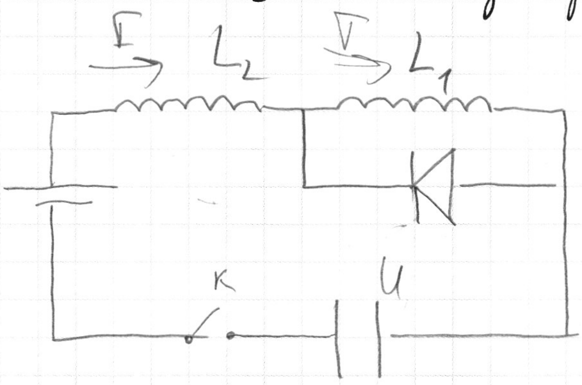
$\Omega_{AB} = 2\pi - \Omega_{BC} = 0{,}8\pi$

$E_{AB} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 0{,}8\pi = \frac{2\sigma}{10\varepsilon_0}$; $E_{BC} = \frac{3\sigma}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 1{,}2\pi = \frac{3\cdot 3\sigma}{10\varepsilon_0} = \frac{9\sigma}{10\varepsilon_0}$

$E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{10\varepsilon_0} \cdot \sqrt{4+81} = \frac{\sqrt{85}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

1) ответ: в $\sqrt{2}$ раз $\qquad$ 2) ответ: $E = \frac{\sqrt{85}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

4. T состоит из двух половинок разных колебаний



для $I>0$, $T_1 = \pi\sqrt{(L_1+L_2)\cdot C}$

$I<0$, $T_2 = \pi\sqrt{L_2\cdot C}$

где T_1, T_2 - ~~времена р~~ промежутки, на которых направления тока не меняется

$T = T_1 + T_2 = \pi\sqrt{C}\left(\sqrt{L_1+L_2} + \sqrt{L_2}\right)$

$\mathcal{E}_{si1} + \mathcal{E}_{si2} = -(L_1+L_2)\dot{I} = -L_{экв.}\dot{I}$

1) Ответ: $T = \pi\sqrt{C}\left(\sqrt{L_2} + \sqrt{L_1+L_2}\right)$

для $I<0$ ток через L_1 не течёт

для $I>0$, $w_1^2 = \frac{1}{(L_1+L_2)C}$; $w_2^2 = \frac{1}{L_2 C}$

$q_m = 2\mathcal{E}C$; $I_1 = I_{max}$, $\dot{I} = 0$ $U = U_1 = \mathcal{E}$ $\Rightarrow$ $\mathcal{E} = U$

$(L_1+L_2)\cdot\frac{I_{1max}^2}{2} + \frac{CU_1^2}{2} = CU_1\mathcal{E}$

$q_{max} = 2\mathcal{E}C$

$(L_1+L_2)I_{1max}^2 = C\mathcal{E}^2$

$I_{1max} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$

для $I = I_{2max}$, $I<0$ (предполагаю, что $I_2 = I_{2max}$ при $I<0$) иначе $I_{2max} = I_{1max}$

$U = U_2$; $\dot{I} = 0$; $\mathcal{E} = U = U_2$

~~$L_2\frac{I_{2max}^2}{2} + \frac{CU_2^2}{2} =$~~

$\frac{4\mathcal{E}^2 C}{2} = \frac{L_2 I_{2max}^2}{2} + \frac{CU_2^2}{2} + \mathcal{E}\left[C2\mathcal{E} - CU_2\right]$

$\frac{L_2 I_{2max}^2}{2} = 2\mathcal{E}^2 C - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$I_{2max}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{L_2}; \quad I_{2max} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$I_{1max} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{7L}}$$

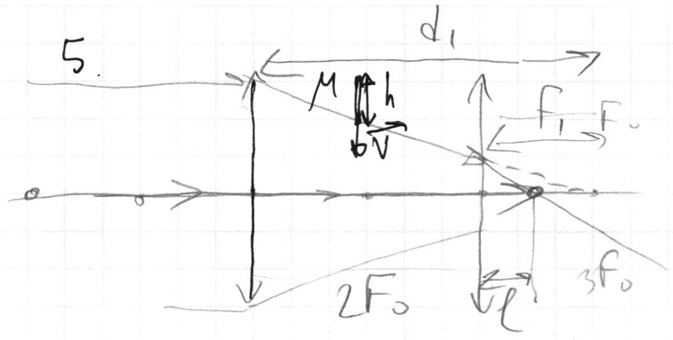
1) ~~Ответ:~~ $\cancel{T = \pi\sqrt{C}(\sqrt{L_2}+\sqrt{L_1}}$

$$T = \pi\sqrt{C}(\sqrt{3L}+\sqrt{7L}) = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+\sqrt{7})$$

1) Ответ: $T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+\sqrt{7})$

2) Ответ: $I_{1max} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{7L}}$; 3) $I_{2max} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

5.



$\frac{1}{\infty}+\frac{1}{d_1}=\frac{1}{3F_0}$; $d_1=3F_0$

$-\frac{1}{F_1}+\frac{1}{l}=\frac{1}{F_0}$ $\cancel{\neq -\frac{1}{F_0}}$; $\frac{1}{l}=\frac{2}{F_0}$; $l=\frac{F_0}{2}$

пусть γ_0 – интенсивность

когда М полностью зайдёт в пучок, P уменьшится

* где P – мощность света, падающая на детектор

$P=\gamma_0 S$ $\qquad$ $\frac{I_1}{I_0}=\frac{S_1}{S_0}=\frac{S_0-S_M}{S_0}$; $\frac{S_M}{S_0}=\frac{4}{9}$

$I=\alpha P=\alpha\gamma_0 S$

h – диаметр мишени; $\cancel{\frac{h}{D}=\sqrt{\frac{S_M}{S_0}}=\frac{2}{3}}$

~~$V\cdot\tau_0=h=\frac{2}{3}D$; то есть как только~~

где S_0 – площадь пучка в месте пересечения мишенью; пусть D_1 – диаметр пучка в этом месте

из подобия треугольников $D_1=\frac{2}{3}D$; $\frac{h}{D_1}=\sqrt{\frac{S_M}{S_0}}=\frac{2}{3}$; $h=\frac{4}{9}D$

$D_1=\frac{6}{9}D$; $V\tau_0=h$ (время вхождения – τ_0)

$V=\frac{h}{\tau_0}=\frac{4D}{9\tau_0}$; $V\cdot(\tau_1-\tau_0)=(D_1-h)$

$\tau_1=\tau_0+\frac{2D}{9V}=\tau_0+\frac{2D}{9}\cdot\frac{9\tau_0}{4D}=\frac{3}{2}\tau_0$

1) Ответ: $V=\frac{4D}{9\tau_0}$; 2) ответ: $\tau_1=\frac{3}{2}\tau_0$

$p\cancel{V_1}$ $pV_1 = \nu R T_1$

$pV_2 = \nu R T_2$

$A = \int p\,dV =$

$\cancel{V_2}$ $V_1 + V_2 = V_0$

$A_1 = p\,dV = p_1\,dV_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1} dV_1$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$; $T_1 =$

$pV_1 = \nu R T_1$ $\quad dV_1 = -dV_2$

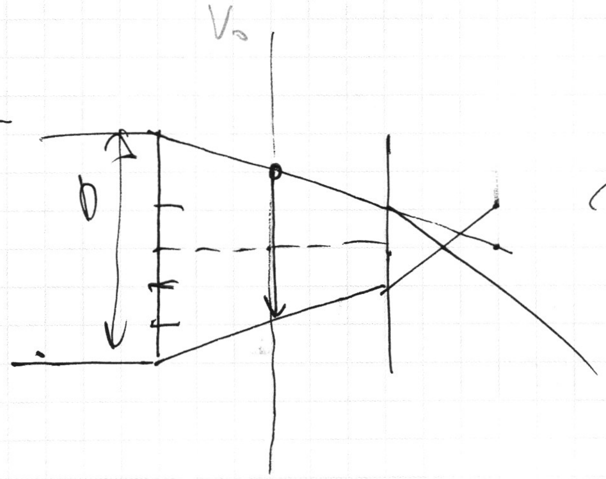
$pV_2 = \nu R T_2$ $\quad 0 = T_1 + T_2 - T_{10} - T_{20}$

$V_1 + V_2 = V_0$ $\quad T_2 = T_{10} + T_{20} - T_1$

$pV_0 = \nu R (T_1 + T_2)$

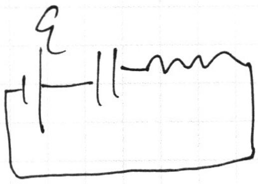
$p = \frac{\nu R}{V_0}(T_1 + T_2)$

$\frac{11}{18}$



$\frac{\cancel{2D}}{V} =$

$I = L$



$U \quad 0 - 2\mathcal{E}$

$\mathcal{E} = U$

$C U_{max} \mathcal{E} = \frac{C U_{max}^2}{2}$

$U_m = 2\mathcal{E}$

$\cancel{A}$ $C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L I^2}{2}$

$\frac{4\mathcal{E}^2 C}{2} - C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L I_m^2}{2}$;

$\frac{V_n}{V_n + V_n} = \frac{\frac{7}{11}}{\frac{7}{11} + 1} = \frac{7}{11+2}$

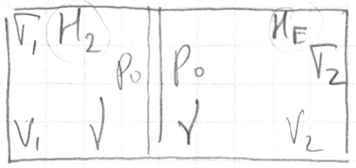
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.

По условию в начале $p_{H_2} = p_{He}$ (т.к. начинает медленно)



$V_{10} \cdot p_{10} = \nu_1 R T_1$;

$V_{20} \, p_{20} = \nu_2 R T_2$; $p_{10} = p_{20} = p_0$; $\nu_1 = \nu_2 = \nu$

$V_{10} \, p_0 = \nu R T_{1}$;

$V_{20} \, p_0 = \nu R T_{2}$;

$\frac{V_{20}}{V_{10}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{550}{350} = \frac{11}{7}$

1) Ответ: $\frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{7}{11}$, где $V_{10} = V(H_2, t=0)$; $V_{20} = V(He, t=0)$

для системы $\begin{cases} Q = 0 \text{ (сосуд изолирован)} \\ 0 = \Delta U + A \end{cases}$; $A = -\Delta U$; пусть в конце установилась T_0, $V_{1к}$ и $V_{2к}$ – конечные объёмы H_2 и He

$\cancel{V_1 p_1 = \nu R}$

(~~по каким-то причинам~~ $c_v(He) = \frac{5R}{2}$, ~~хотя гелий – одноатомный~~)

(буду считать как в условии)

$0 = \Delta U_1 + \Delta U_2 + A_1 + V_2$

рассмотрим промежуточный случай

H_2 – T_H, V_H, p_H

He – T_{He}, V_{He}, p_{He} $p_H = p_{He} = p$

$V_H \, p = \nu R T_H$

$V_{He} \, p = \nu R T_{He}$