

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

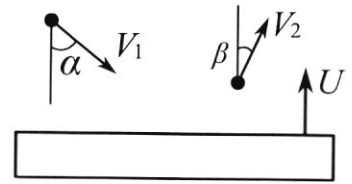
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

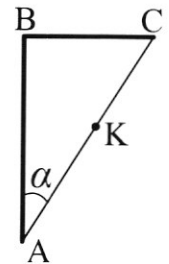
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

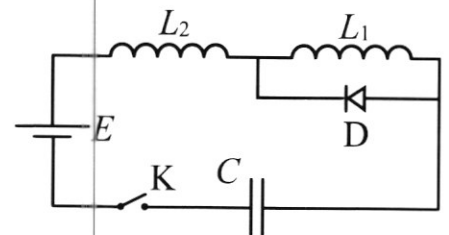
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

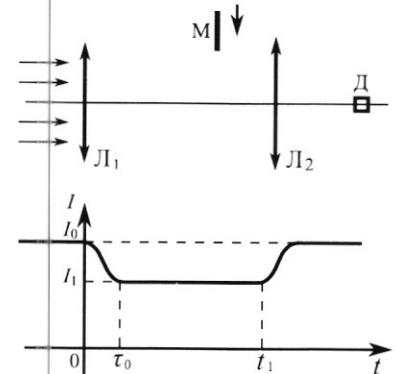


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

1) после удара тангенциальная составляющая скорости шарика сохраняется:

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} v_1 = 12 \text{ м/с}$$

2) для кулоновского удара в СО нити:

$$(v_1 \cos \alpha + u) \downarrow \quad \uparrow (v_2 \cos \beta - u) \quad (\text{перпендикулярные составляющие})$$

$$0 \leq v_2 \cos \beta - u < v_1 \cos \alpha + u$$

$$u \in \left(\frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}; v_2 \cos \beta \right] = ((3\sqrt{3} - \sqrt{7}); 6\sqrt{3}] \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $v_2 = 12 \text{ м/с}$; 2) $u \in ((3\sqrt{3} - \sqrt{7}); 6\sqrt{3}] \text{ м/с}$

Задача 2.

1) давленные газов равны, значит: (P - нат. давление, v_{N_2} и v_{O_2} - нат. скорости азота и кислорода)

$$P v_{N_2} = \nu R T_1$$

$$P v_{O_2} = \nu R T_2 \Rightarrow$$

$$\frac{v_{N_2}}{v_{O_2}} = \frac{T_1}{T_2} = 0,6$$

2) из-за теплопроводности суммарная внутренняя энергия сохраняется:

$$\frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2 = \frac{5}{2} \nu R T + \frac{5}{2} \nu R T \Rightarrow$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ К}$$

3) используя уравнения состояния для обоих газов получим:

$$P(V_{N_2}' + V_{O_2}') = \nu R(T_1' + T_2')$$

($T_1', T_2', V_{N_2}', V_{O_2}'$ - в произвольный момент)

$$V_{N_2}' + V_{O_2}' = \text{const}$$

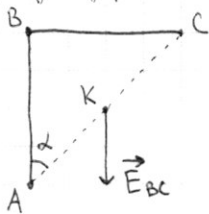
$T_1' + T_2' = \text{const} \Rightarrow P = \text{const}$, процесс изобарный \Rightarrow

$$Q = \frac{\gamma}{2} \nu R(T_2 - T_1) = 1246,5 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = 0,6$; 2) $T = 400 \text{ К}$; 3) $Q = 1246,5 \text{ Дж}$.

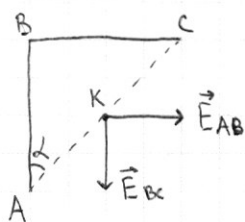
Задача 3.

1) по зарядке AB:



$$E_1 = E_{BC} \text{ (поле в K)}$$

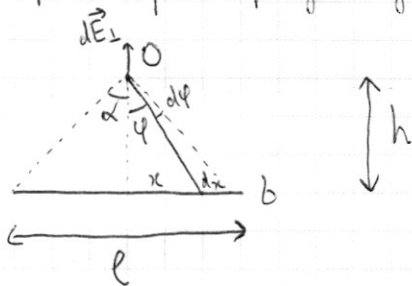
поле:



$$E_2 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} \text{ (поле в K)}$$

т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow E_{AB} = E_{BC} \Rightarrow E_2 = E_{BC} \sqrt{2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$

2) рассмотрим произвольную зарядку плоскости:



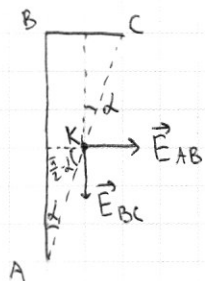
найдем поле в точке O: (рассматриваем поле бесконечно тонкого участка как поле бесконечной однородно заряженной нити)

$$dE_{\perp} = \frac{\delta dx}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{h^2 + x^2}} \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

$$E_0 = \frac{b}{2\pi\epsilon_0 h} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{dx}{1 + \frac{x^2}{h^2}} = \frac{b}{2\pi\epsilon_0} \left(\arctg \frac{b}{2h} - \arctg(-\frac{b}{2h}) \right) = \frac{b^2}{\pi\epsilon_0 h}$$

полученный результат применим для нахождения поля в точке K:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E_{BC} = \frac{2b \cdot \frac{\pi}{7}}{\pi \epsilon_0} = \frac{2b}{7\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{b \cdot (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7})}{\pi \epsilon_0} = \frac{5b}{14\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{b\sqrt{41}}{14\epsilon_0} \approx \frac{0,466b}{\epsilon_0}$$

Ответ: 1) $\frac{E_2}{E_1} = 2$; 2) $E = \frac{b\sqrt{41}}{14\epsilon_0} \approx \frac{0,466b}{\epsilon_0}$

Задача 4.

1) когда диод открыт, колебания тока возникают только в L_2 , а ток в L_1 равен нулю. Когда диод закрыт, колебания есть на обеих катушках.

если бы диод был всегда открыт:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{LC} \quad (T - \text{период колебаний})$$

если бы диод был всегда закрыт:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{3LC}$$

через половину периода в каждой из ситуаций диод открывается/закрывается, значит:

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \pi\sqrt{LC} (1 + \sqrt{3})$$

2) Э самоиндукции L_1 и L_2 равны нулю, $q = CE$ (на конденсаторе) (диод закрыт)

ЗСЭ:

$$\epsilon \cdot CE \cdot \frac{CE^2}{2} + \frac{3LI_m^2}{2} \quad I_{M1} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

3) ε самонагрузки на L_2 равна нулю, $q = C\varepsilon$ (диод открыт)

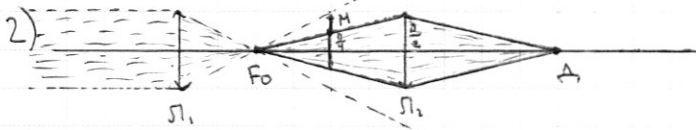
$$\varepsilon \cdot C\varepsilon = \frac{C\varepsilon^2}{2} + \frac{L I_{M2}^2}{2} \quad I_{M2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: 1) $T = \pi \sqrt{LC} (1 + \sqrt{3})$; 2) $I_{M1} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$; 3) $I_{M2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$.

Задача 5.

1) пройдя линзу Π_1 , лучок сходится в одной точке на расстоянии $2F_0$ до второй линзы. П.к. он сошелся на двойном фокусе линзы $\Pi_2 \Rightarrow$

$$l = 2F_0 \quad (\text{расстояние от } \Pi_2 \text{ до } \mathcal{D})$$



т.к. M находится на $2F_0$ от Π_1 , то как только она начинает перекрывать лучок света радиусом $\frac{D}{4}$, так начинает мыкать.

$I \sim$ мощности $\Rightarrow I \sim$ площади сечения лучка \Rightarrow

$$\frac{\frac{3}{4} I_0}{I_0} = \frac{\frac{\pi D^2}{16} - \pi R_M^2}{\frac{\pi D^2}{16}} \Rightarrow R_M = \frac{D}{8} \quad - \text{ радиус мышки}$$

исходя из графика, за время τ_0 мышь прошла $2R_M \Rightarrow$

$$v = \frac{2R_M}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$$

3) исходя из графика, за время $t_1 - \tau_0$ мышь прошла $\frac{D}{2} - 2R_M \Rightarrow$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{\frac{D}{2} - 2R_M}{v} = \tau_0$$

$$t_1 = 2\tau_0$$

Ответ: 1) $l = 2F_0$; 2) $v = \frac{D}{4\tau_0}$; 3) $t_1 = 2\tau_0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\downarrow U_1 \cos \alpha + U \quad \uparrow U_2 \cos \beta - U$$

$$\mathcal{E} = \frac{q}{c} + L \frac{dI}{dt} + 2L \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E} = \frac{q}{c} + 3L \frac{dI}{dt}$$

$$U_2 \cos \beta - U \leq U_1 \cos \alpha + U$$

$$U \geq \frac{U_2 \cos \beta - U_1 \cos \alpha}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

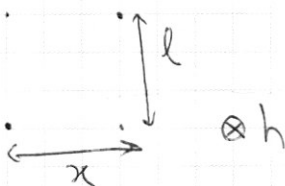
$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2}$$

$$0,46$$

$$2\sqrt{7} = U_1 \cos \alpha$$

$$\frac{2\sqrt{7} + 3\sqrt{3} - \sqrt{7}}{6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{7}}$$



$$\frac{64}{140}$$

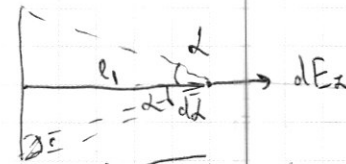
$$\frac{16}{35}$$

$$\begin{array}{r} 16000035 \\ 140 \quad | \quad 457 \\ \hline 200 \\ 175 \\ \hline 250 \end{array}$$

$$150 \cdot 8,31$$

$$\begin{array}{r} 83,1 \\ \times 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 1246,5 \end{array}$$

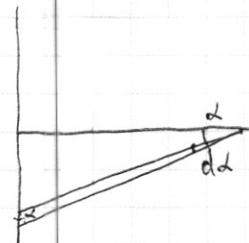
$$dE_x = T = 2\pi \sqrt{3LC}$$



$$\frac{\pi}{2} \sqrt{3LC} + (\psi + \frac{\pi}{2}) \sqrt{LC}$$

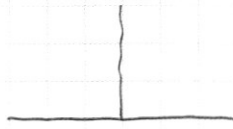
$$\frac{\pi}{2} \sqrt{3LC} + (\pi - \psi) \sqrt{LC}$$

$$dq = \frac{q}{h} \cdot \frac{l_1}{\cos \alpha}$$

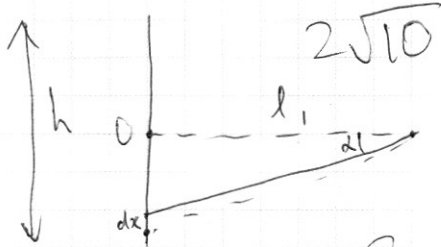


$$\frac{16}{196} + \frac{25}{196}$$

$$\sqrt{40} =$$



$$\frac{b dx}{\pi \epsilon_0}$$



$$\cos \alpha = \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + x^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\frac{h}{2}}{\sqrt{l_1^2 + \frac{h^2}{4}}} = \frac{h}{\sqrt{4l_1^2 + h^2}}$$

$$dq = \frac{q dx}{h}$$

2. 3, 2
6, 4

$$\frac{b}{2\pi \epsilon_0} \cdot dx$$

$$dE = \frac{q dx}{4\pi \epsilon_0 (l_1^2 + x^2)} \cdot \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + x^2}} = \frac{q l_1}{4\pi \epsilon_0 h} \cdot \frac{dx}{(l_1^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\frac{q}{4\pi \epsilon_0 h l_1^2} \cdot \frac{dx}{(1 + \frac{x^2}{l_1^2})^{3/2}}$$

$$\frac{x}{l_1} = \tan \alpha$$

$$\frac{7\pi}{14} - \frac{2\pi}{14}$$

$$\frac{h}{2} = h_0$$

$$\frac{b l}{2\pi \epsilon_0} \cdot \frac{dx}{l^2 + x^2}$$

$$\frac{b}{2\pi \epsilon_0 l} \cdot \frac{dx}{1 + \frac{x^2}{l^2}}$$

$$\frac{dx}{l_1} = \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{5\pi}{14}$$

$$\sin \alpha = \frac{h_0}{\sqrt{l_1^2 + h_0^2}}$$

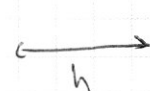
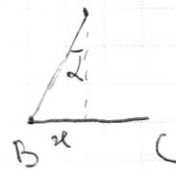
$$\frac{h_0}{\sqrt{l_1^2 + h_0^2}}$$

$$\frac{x}{l} = \tan \alpha$$

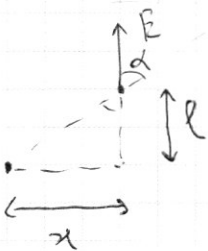
$$\frac{dx}{l} = \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{q}{4\pi \epsilon_0 h l_1} \cdot \cos \alpha d\alpha$$

$$E = 2 \cdot \frac{q}{4\pi \epsilon_0 h l_1} \cdot \frac{h}{\sqrt{4l_1^2 + h^2}} = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l_1 \sqrt{4l_1^2 + h^2}}$$

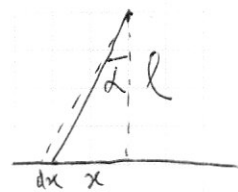


$$dE = \frac{b dx}{2\pi \epsilon_0 l^2 + x^2} \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + x^2}}$$



$$dq = b dx h$$

$$dE_y = \frac{l}{\sqrt{l^2 + x^2}} \cdot \frac{b dx h}{2\pi \epsilon_0 \sqrt{l^2 + x^2} \sqrt{4l^2 + 4x^2 + h^2}}$$



$$l = b dx$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

0 ~~150~~ 50

$$q = CE(1 - \cos \frac{t}{\sqrt{3LC}})$$

$$E = CE \cdot \frac{1}{\sqrt{3LC}} \sin \frac{t}{\sqrt{3LC}} = E \sqrt{\frac{C}{3L}} \sin \frac{t}{\sqrt{3LC}}$$

$$I' = \frac{E}{3L} \cos \frac{t}{\sqrt{3LC}}$$

I_{max}

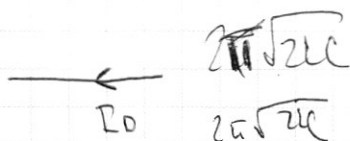
$$I_{M1} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$I_{M2} = E \sqrt{\frac{C}{2L}}$$

~~EE~~

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 100$$

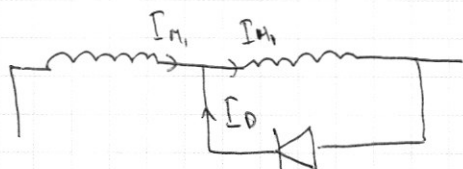
$$R_n = 150 \cdot 0,31$$



$$I \sqrt{2LC} + I \sqrt{3LC}$$

$$I_{M1} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$I_{M2} = E \sqrt{\frac{C}{2L}}$$



$$E = 2L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$$

83,1
x 15

4155

$$q = \frac{83,1}{2240} E (1 - \cos \frac{t}{\sqrt{2LC}})$$

$$E = U_D + 2L \frac{dI}{dt} +$$

$$q' = \frac{E}{2L} \cos \frac{t}{\sqrt{2LC}}$$

$$E = U_D + 2L q'' + \frac{q}{C}$$

$$U_D = E - 2L q'' - \frac{q}{C}$$





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)