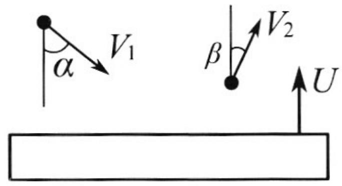
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-02** Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

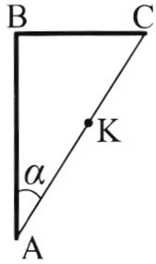
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

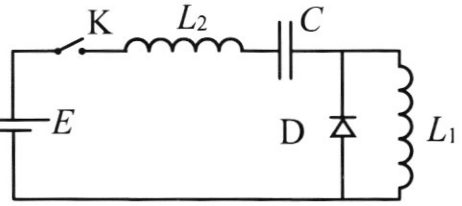
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями L_1 = 3L, L_2 = 2L, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

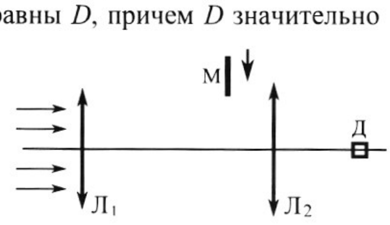


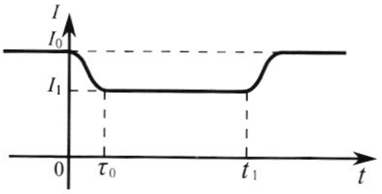
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами 1,5F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии 5F_0/4 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$V_1 = 6$ м/с

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

Найти: V_2 - ? U - ?

Решение.

1) ~~т.к. удар~~ горизонтальная скорость не изменилась, поэтому $V_1 \cdot \sin\alpha = V_2 \cdot \sin\beta \Rightarrow$

$$V_2 = \frac{V_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{V_1 \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2V_1 = 12 \text{ м/с}.$$

2) Т.к. удар был неупругий, но шарик всё же отскочил, то удар был между упругим и абсолютно неупругим, то есть вертикальная скорость после удара $V_2 \cdot \cos\beta > U$ и $V_2 \cos\beta < \cancel{2}(V_1 \cos\alpha + 2U)$;

$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, ~~$\sin$~~ $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$,

тогда
$$\begin{cases} \frac{12 \cdot 2\sqrt{2}}{3} > U; \\ \frac{12 \cdot 2\sqrt{2}}{3} < \cancel{2} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} + 2U; \end{cases}$$

$$\begin{cases} U < 8\sqrt{2} \text{ (м/с)} \\ U > 4\sqrt{2} - \cancel{2}\sqrt{5} \text{ (м/с)} \end{cases}$$

$U \in (4\sqrt{2} - \cancel{2}\sqrt{5}; 8\sqrt{2})$ м/с.

При упругом ударе конечная скорость равна $\cancel{2}(V_1 \cos\alpha + 2U)$ т.к. удар происходит в системе отсчёта плиты, ~~ЗСИ по вертикальной оси~~ ~~то~~ по вертикали шарик будет падать со скоростью по модулю равной $V_1 \cos\alpha + U$, Однако т.к. удар упругий, то после столкновения вверх скорость будет такая по модулю же $V_1 \cos\alpha + U$, и,

☐ черновик ☑ чистовик

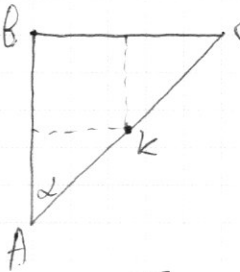
(Поставьте галочку в нужном поле)

переходя обратно в систему отсчёта связанную с землей скорость равна $(V_1\cos\alpha + U + U = V_1\cos\alpha + 2U)$

Ответ: 1) 12 м/с 2) $4\sqrt{2}-\sqrt{5} < U < 8\sqrt{2}$

№3

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$



т.к. $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, то

$\angle BCA = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{4}$.

Расстояния от точки K до BC и BA соответственно равны $CK \cdot \sin(BCA) = CK \cdot \sin\frac{\pi}{4}$ и $AK \cdot \sin\alpha = AK \cdot \sin\frac{\pi}{4}$, т.к. $CK = AK$ по усл, то соответсвенно и расстояния равны. Т.к. напряжённость, создаваемая бесконечной пластиной в некоторой точке зависит только от поверхностной плотности, то создаваемые пластинами в точке C напряжённости равны E_0, той, которая создавалась ~~был~~ из-за пластины BC сначала. Общая напряжённость, т.к. $\vec{E}_{BA} \perp \vec{E}_{BC}$ и $E_{BA} = E_{BC} = E_0$, ~~то~~ равна по т. пифагора ~~E_0~~

$E = \sqrt{E_{BA}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{2}E_0$, ~~от~~ отношение $\frac{E}{E_0} = \frac{\sqrt{2}E_0}{E_0} = \sqrt{2}$.

2) Угол α ни на что не влияет т.к. $\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{BA}$ независимо от α. $E_{BC} = \frac{4\sigma\varepsilon_0}{4\pi} = \frac{\varepsilon_0\sigma}{\pi}$, $E_{AB} = \frac{\sigma\varepsilon_0}{4\pi}$, тогда по т. Пифагора $E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{\left(\frac{4\varepsilon_0\sigma}{4\pi}\right)^2 + \left(\frac{\sigma\varepsilon_0}{4\pi}\right)^2} = \frac{\varepsilon_0\sigma}{4\pi}\sqrt{17}$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{\sqrt{17}\varepsilon_0\sigma}{4\pi}$.

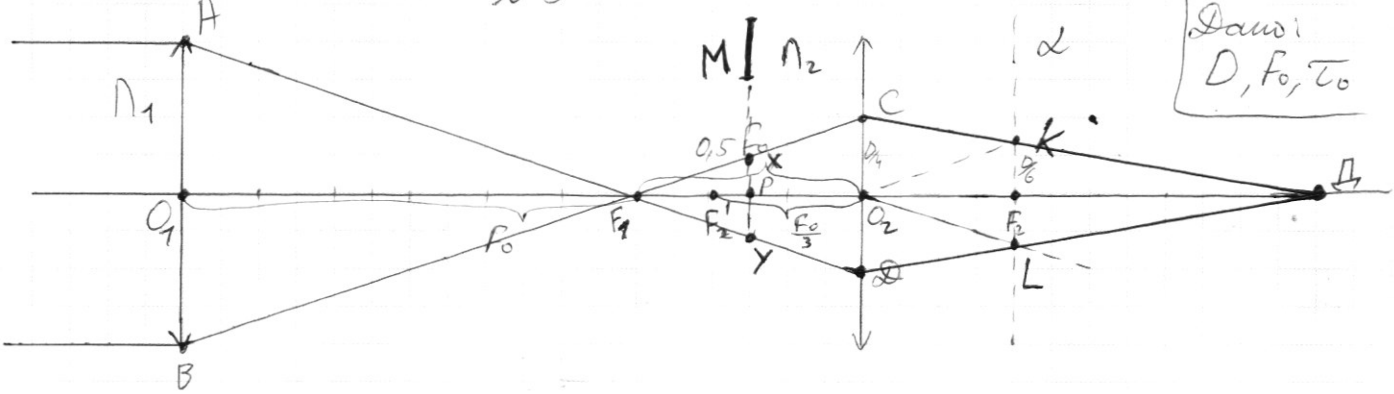
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Дано: D, F_0, τ_0



Введём точки как на рисунке F_1 - ~~фо~~ правый фокус $Л_1$; F_2' и F_2 - фокусы $Л_2$; O_1 и O_2 - центры $Л_1$ и $Л_2$; A и B - края линзы $Л_1$; ~~C и D~~ $C = BF_1 \cap Л_2$, $D = AF_1 \cap Л_2$; проведём через F_2 фокальную плоскость α линзы $Л_2$.

I. 1) $\triangle A_1O_1F_1 \sim \triangle F_1O_2D$ ($\angle AO_1F_1 = \angle F_1O_2D = 90°$; $\angle AF_1O_1 = \angle O_2F_1D$ - как вертикальные) $\Rightarrow \frac{AO_1}{O_2D} = \frac{O_1F_1}{F_1O_2}$; $\frac{D}{2\cdot O_2D} = \frac{F_0}{1,5F_0 - F_0}$;

$O_2D = \frac{D}{4}$.

2) аналогично из $\triangle O_1BF_1 \sim \triangle F_1O_2C \Rightarrow O_2C = \frac{D}{4}$.

3) Построение изображения: (луч BC, прошедший через линзу $Л_1$)

1. $O_2K \parallel BC$, $K \in \alpha$
2. $CK \cap O_1O_2 = Д$

4) т.к. $CF_1 \parallel KO_2$, то $\angle CF_1O_2 = \angle KO_2F_2$; $\angle CO_2F_1 = \angle KF_2O_2 = 90° \Rightarrow \triangle CF_1O_2 \sim \triangle KO_2F_2 \Rightarrow \frac{CO_2}{KF_2} = \frac{F_1O_2}{O_2F_2} \Rightarrow$

$KF_2 = \frac{CO_2 \cdot O_2F_2}{F_1O_2} = \frac{D\cdot F_0 \cdot 2}{4\cdot 3\cdot F_0} = \frac{D}{6}$

5) $\triangle CO_2Д \sim \triangle KF_2Д$, т.к. $\angle KДO_2$ - общий и $\angle CO_2Д =$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$= \angle KF_2Д = 90^\circ \Rightarrow \frac{CO_2}{KF_2} = \frac{O_2Д}{F_2Д}$;

$\frac{D \cdot 6}{4 \cdot D} = \frac{O_2F_2 + F_2Д}{F_2Д}$;

$\frac{3}{2} = \frac{\frac{F_0}{3} + F_2Д}{F_2Д}$;

$3F_2Д = \frac{2}{3}F_0 + 2F_2Д$;

$F_2Д = \frac{2}{3}F_0; \Rightarrow O_2Д = \frac{F_0}{3} + \frac{2F_0}{3} = F_0$.

~~тогда~~ - то есть расстояние между линзой ~~Д~~ $Л_2$ и фотодетектором Д равно F_0

II. 1) $I_1 = \frac{8}{9}I_0 \Rightarrow \Delta I = I_0 - I_1 = \frac{1}{9}I_0$, значит, когда мишень полностью освещается лучами, то есть находится между точками X и Y, полученные пересечением плоскости, проходящей через ~~$\frac{5}{4}F_0$~~ P (где $P \in O_1O_2$ и $O_1P = \frac{5}{4}F_0$) $\perp$ O_1O_2, и BC и AD, она закрывает ровно $\frac{1}{9}$ часть света которой идет через систему. Пусть диаметр мишени равен S, тогда $\frac{S}{XY} = \frac{1}{9}$

2) $XP = \frac{CO_2 \cdot F_1P}{F_1O_2} = \frac{D \cdot F_0 \cdot 2}{4 \cdot 4 \cdot F_0} = \frac{D}{8}$ из подобия $\triangle XPF_1 \sim \triangle CO_2F_1$ и $F_1P = O_1P - O_1F_1 = \frac{5F_0}{4} - F_0 = \frac{F_0}{4}$.

Аналогично $PY = \frac{D}{8}$ из $\triangle F_1PY \sim \triangle F_1O_2D$, значит,

$XY = XP + PY = \frac{D}{4} \Rightarrow S = \frac{XY}{9} = \frac{D}{36}$.

3) До момента τ_0 мишень ~~опус~~ ~~падал~~ была неполностью освещена (следует из графика), значит, за все время τ_0 мишень опустилась на S, т.е. $v = \frac{S}{\tau_0} = \frac{D}{36\tau_0}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

III. По графику, ~~может~~ т.к. от τ_0 до t_1 $I = const = I_1$, то всё это время мишень полностью находится между X и Y, ~~рас~~ тогда расстояние, которое пройдёт мишень равно ~~xy~~ $XY - S =$

$$= \frac{D}{4} - \frac{D}{36} = \frac{8D}{36}$$

тогда $t_1 - \tau_0 = \cancel{\frac{8D}{36\cdot D}} \frac{XY-S}{v}$;

$$t_1 = \tau_0 + \frac{8D\cdot 36\cdot \tau_0}{36\cdot D} = 9\tau_0.$$

~~$= 9\tau_0$~~

Ответ: 1) F_0; 2) $\frac{D}{36\tau_0}$; 3) $9\tau_0$.

№2

Дано:
$T_1 = 330K$
$T_2 = 440K$
$\nu = 6/25$ моль

Решение.

Пусть газ №1 – гелий, газ №2 – неон

1) т.к. поршень подвижной, то $P_{01} = P_{02} = P_0$, тогда согласно уравнению состояния идеально газа для двух газов)

$$\begin{cases} P_0 V_{01} = \nu R T_1, \\ P_0 V_{02} = \nu R T_2, \end{cases} \quad \frac{V_{01}}{V_{02}} = \frac{T_1}{T_2};$$

$$\frac{V_{01}}{V_{02}} = \frac{330K}{440K} = \frac{3}{4}; \quad \frac{V_{02}}{V_{01}} = \frac{4}{3}.$$

2) поршень также подвижный, поэтому $P_1 = P_2 = P$, температура выровнялась и стала равной, $T_1' = T_2' = T'$, тогда (~~если~~ темп. гелия увел ⇒ увеличился объём, темп. неона умен. ⇒ умен. объём)

$$\begin{cases} P(V_{01}+\Delta V)=\nu RT' \\ P(V_{02}-\Delta V)=\nu RT' \end{cases} \quad \left| \begin{matrix} (V_{01}+\Delta V)=V_1 \\ (V_{02}+\Delta V)=V_2 \end{matrix} \right. \text{ - пусть.}$$

$V_{01}+\Delta V=V_{02}-\Delta V$, то есть $V_1=V_2=V \Rightarrow$ конечные объёмы стали равны, тогда

$\Delta V = \frac{V_{02}-V_{01}}{2} = \frac{\frac{4}{3}V_{01}-V_{01}}{2} = \frac{V_{01}}{6}$. Пусть ΔT_1 - изменение темп. гелия, ΔT_2 - неона, тогда

$$\begin{cases} PV=\nu R(T_1+\Delta T_1), \\ PV=\nu R(T_2-\Delta T_2), \\ P_0V_{01}=\nu RT_1, \\ P_0V_{02}=\nu RT_2; \end{cases} \quad \begin{cases} P(V_{01}+\frac{V_{01}}{6})=\nu R(T_1+\Delta T_1), \\ P(\frac{4}{3}V_{01}-\frac{V_{01}}{6})=\nu R(T_2-\Delta T_2), \\ P_0V_{01}=\nu RT_1, \\ \frac{4}{3}P_0V_{01}=\nu RT_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{6}P\cdot V_{01}=\nu RT_1+\nu R\Delta T_1, \\ \frac{7}{6}PV_{01}=\nu RT_2-\nu R\Delta T_2, \\ P_0V_{01}=\nu RT_1, \\ \frac{4}{3}P_0V_{01}=\nu RT_2; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{7PV_{01}}{6}=\nu R\Delta T_1+\cancel{\frac{PV_{01}}{6}}, \\ \frac{7PV_{01}}{6}=\frac{4}{3}P_0V_{01}-\nu R\Delta T_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{PV_{01}}{6}=\nu R\Delta T_1, \\ \frac{PV_{01}}{6}=\nu R\Delta T_2; \end{cases}$$

Значит, $\Delta T_1=\Delta T_2$,

т.к. $\Delta T_1+\Delta T_2=T_2-T_1=440K-330K$, то $\Delta T_1=\Delta T_2=55K$,

тогда $T'=T_1+\Delta T_1=330K+55K=385K$.

3) $Q=A+\Delta U$ Q - количество теплоты полученное гелием или отданое неоном, A-работа, ΔU-изменение внутренней энергии гелия

$\Delta U=\frac{3\nu R\Delta T_1}{2}=\frac{3\cdot 6\cdot 8,31\cdot 55}{25\cdot 2}=\frac{33\cdot 6\cdot 8,31}{10}=198\cdot 0,831=$
$=164,538$ Дж.

$$\begin{array}{r} \times\, 198 \\ 0,831 \\ \hline 198 \\ +\, 594 \\ 1584 \\ \hline 164,538 \end{array}$$

$A=-\Delta U$, т.к. ~~ёмкость~~ сосуд теплоизолированный и фиксированного объёма, т.к. процессы, происходящие в нём, происходят без участия внешней среды, то все эти процессы адиабатические, то есть $Q=0$. Ответ: 1) $4/3$; 2) $385K$; 3) 0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

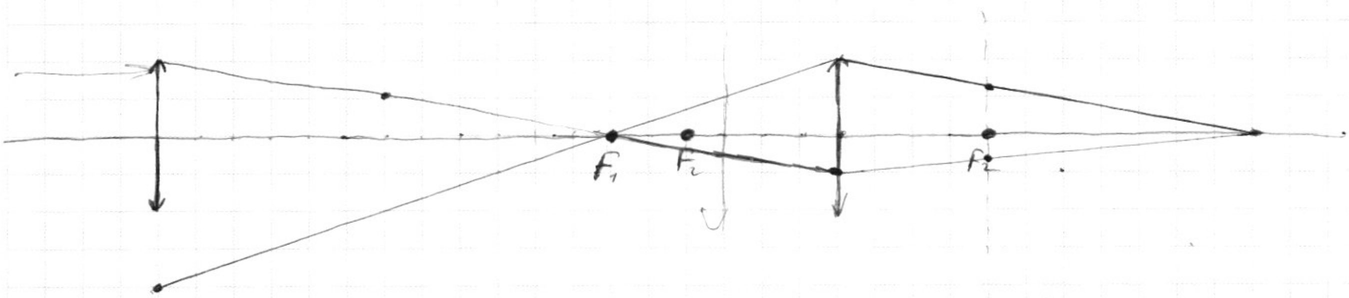
№4

Дано:
$\mathcal{E}$; $L_1=3L$; $L_2=2L$;
C;

Решение.

1) $T_x = 2\pi\sqrt{L_2 \cdot C} = 2\pi\sqrt{2LC}$, т.к. катушка имеет некоторое сопротивление, а диод в открытом состоянии при токе в сторону открытия сопротивления не имеет, а они L_1 и D соединены последовательно.

3) $I_{02} = \mathcal{E} \cdot \omega = \frac{\mathcal{E}}{T_x}$ T, найденное в пункте 1).



$E = \frac{\sigma \varepsilon_0}{4\pi}$

$E = 2k\sigma$

$E = \frac{\varepsilon_0 \sigma}{2\pi}$

$2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1$

$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\sqrt{2}+1$

$1 - 2\cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$2\cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}$

$\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$

$V_2 = \frac{V_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = 12$ м/с $\quad \cos\beta = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$V_{y} = V_2 \cos\beta = 8\sqrt{2}$

$V_1 \cos\alpha + u$ $\quad \cos\alpha$

$\begin{cases} 2(v_1 \cos\alpha + u) > 8\sqrt{2} \\ u < 8\sqrt{2} \end{cases}$

$u > 4\sqrt{2} - v_1 \cos\alpha$

$u < 8\sqrt{2}$

$N_a \cdot k = R \quad k = \frac{R}{N_a}$

$P = \frac{\nu N_a k T}{V}$

$P = 1$

$V = \frac{\nu R T}{P}$ $\quad \frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{3}{4} \quad \frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_{He}}{T_{Ne}} = \frac{3}{4}$.

$(V_{He} + \Delta V) P_2 = \nu R (T_{He} + \Delta T)$ $\quad \frac{V_{He} + \Delta V}{V_{Ne} - \Delta V} = \frac{T_{He} + \Delta T}{T_{He} - \Delta T}$

$(V_{Ne} - \Delta V) P_2 = \nu R (T_{Ne} - \Delta T)$

$\frac{\frac{3}{4} V_{Ne} + \Delta V}{V_{Ne} - \Delta V} = \frac{\frac{3}{4} T_{Ne} + \Delta T}{T_{Ne} - \Delta T}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)