

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

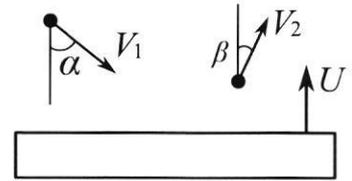
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

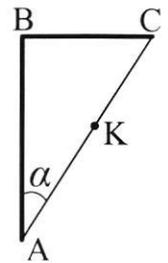
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

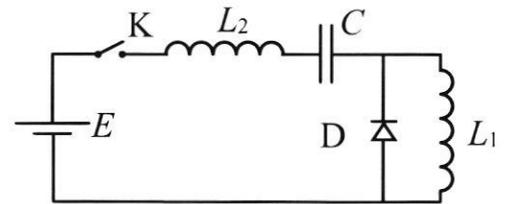
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L, L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .

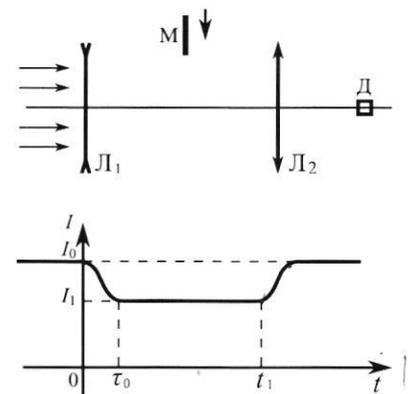


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

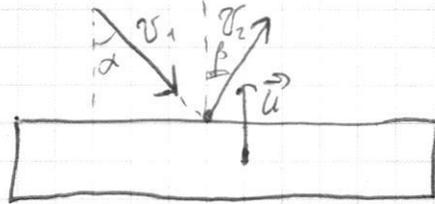
$$v_1 = 18 \text{ м/с}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5}$$

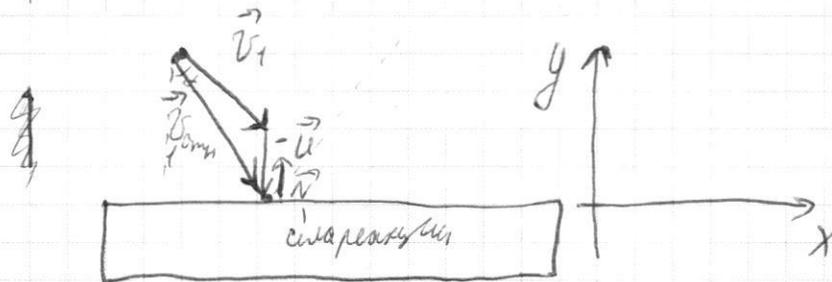
Найти: v_2
и

Решение:



Перейдем в С.О. доски, тогда

$$\vec{v}_{1\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{u}$$



В этой системе отсчета после отскока шарик изменит вертикальную составляющую скорости на противоположную, а горизонтальная останется неизменной (или меньше)

т.к. удар неупругий

$$0 \leq v_{2y\text{отн}} \leq -v_{1y\text{отн}} = v_1 \cos \alpha + u$$

$$v_{2x\text{отн}} = v_{1x\text{отн}} = v_1 \sin \alpha$$

перейдем в лаб. С.О. \Rightarrow

$$\Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_{2\text{отн}} + \vec{u} \Rightarrow u \leq v_{2y} \leq v_{2y\text{отн}} + u = v_1 \cos \alpha + 2u$$

$$v_{2x} = v_{2x\text{отн}} = v_1 \sin \alpha \Rightarrow$$

⇒ Проекция скорости на ось X не изменилась ⇒

$$\Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \text{ м/с} \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} =$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$= 20 \text{ м/с}$$

$$v_2 \cos \beta \leq v_1 \cos \alpha + u \Rightarrow u \geq \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} =$$

$$= \frac{20 \text{ м/с} \cdot \frac{4}{5} - 18 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = 8 \text{ м/с} - 3\sqrt{5} \text{ м/с} = (8 - 3\sqrt{5}) \text{ м/с}$$

Ответ: ~~18 м/с~~ $v_2 \cos \beta \geq u \Rightarrow$
 $u \leq (8 - 3\sqrt{5}) \text{ м/с}$ $u \leq \frac{4}{5} \cdot 20 \text{ м/с} = 16 \text{ м/с} \Rightarrow$

⇒ Ответ: $v_2 = 20 \text{ м/с}$; $(8 - 3\sqrt{5}) \text{ м/с} \leq u \leq 16 \text{ м/с}$

№ 2

Дано:

$$T_1 = 320 \text{ К}$$

$$T_2 = 400 \text{ К}$$

$$V = \frac{3}{5} \text{ м/с}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Найти: $\frac{V_1}{V_2}$

T_K ; Q

Решение:

В нач. момент времени поршень в равновесии ⇒

$$\Rightarrow P_1 = P_2$$

из-за соств:

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320 \text{ К}}{400 \text{ К}} = \frac{4}{5}$$

т.к. система теплоизолирована, то полная энергия

системы = const ⇒

$$\Rightarrow U_{10} + U_{20} = U_{1K} + U_{2K}$$

$$\frac{i}{2} \nu R T_1 + \frac{i}{2} \nu R T_2 = \frac{i}{2} \nu R T_K + \frac{i}{2} \nu R T_K = i \nu R T_K$$

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{320 \text{ К} + 400 \text{ К}}{2} = 360 \text{ К}$$

В нач. момент времени $P_1' = P_2'$ (поршень в равновесии) ⇒

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\rightarrow \frac{\partial R T_1'}{V_1'} = \frac{\partial R T_2'}{V_2'} \Rightarrow \frac{T_1'}{V_1'} = \frac{T_2'}{V_2'} \Rightarrow T_1' = T_2' \frac{V_1'}{V_2'}$$

при этом м.р. $u_1' + u_2' = \text{const}$, то

$$\frac{i}{2} \partial R T_1' + \frac{i}{2} \partial R T_2' = \text{const}$$

$$V_1' + V_2' = \text{const} = V_{\text{полн}} \quad \Downarrow$$

$$T_1' + T_2' = \text{const}$$

$$\frac{4}{9} P_1 V_{\text{полн}} = P_1 V_1 = \partial R T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1 V_{\text{полн}} = \frac{9}{4} \partial R T_1$$

$$T_2' + T_2' \frac{V_1'}{V_2'} = \text{const}$$

$$\frac{(V_1' + V_2') T_2'}{V_2'} = \text{const} \Rightarrow \frac{T_2'}{V_2'} = (\text{const})$$

$$\Rightarrow P_2' = P_1' = \text{const} \Rightarrow \text{процессы изобарные}$$

$$Q = \Delta U_1 + A_1' = \frac{i}{2} \partial R (T_K - T_1) + P \Delta V = \frac{i}{2} \partial R (T_K - T_1) + P \left(\frac{4}{9} V_{\text{полн}} - \frac{1}{2} V_{\text{полн}} \right)$$

$$= \frac{i}{2} \partial R (T_K - T_1) - P \left(\frac{1}{4} \frac{1}{18} V_{\text{полн}} \right) = \frac{3}{2} \partial R (T_K - T_0) - \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{18} \partial R T_1 =$$

$$= \frac{3}{2} \partial R T_K - \frac{1}{8} \partial R T_1 - \frac{3}{2} \partial R T_0 = \partial R \left(\frac{3}{2} T_K - \frac{13}{8} T_1 \right) =$$

$$= \frac{3}{5} \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot 360 \text{ К} - \frac{13}{8} \cdot 320 \text{ К} \right) = \frac{3}{5} \cdot 8,31 (540 - 520) \text{ Дж} =$$

$$= 12 \cdot 8,31 \text{ Дж} = 100 \text{ Дж}$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$; $T_K = 360 \text{ К}$; $Q = 100 \text{ Дж}$

~ 3

Дано:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\sigma_1 = 0$$

$$\sigma_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma$$

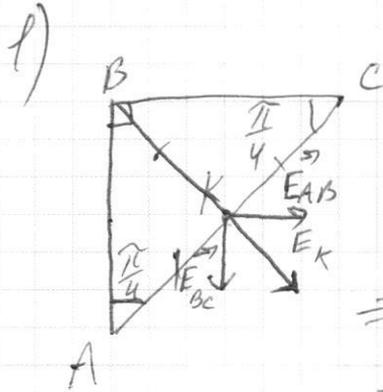
$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

Найти:

$$\vec{E}_K$$

$$\vec{E}_{BC}; E_2$$

Решение:



$$\text{П/ур} \Rightarrow \angle A + \angle C = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \angle C = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} = \angle A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ABC - \text{равноб} \Rightarrow AB = BC$$

$$BK - \text{медiana в п/ур} \triangle \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BK = AK = KC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K - \text{т пересек сер. перов к АВ и ВС} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{из симметрии } \vec{E}_{AB} \perp AB$$

$$\vec{E}_{BC} \perp BC$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{BC}, \text{ но т. к. } AB = BC$$

и
плотности заряд

также равны, то

$$|\vec{E}_{BC}| = |\vec{E}_{AB}|$$

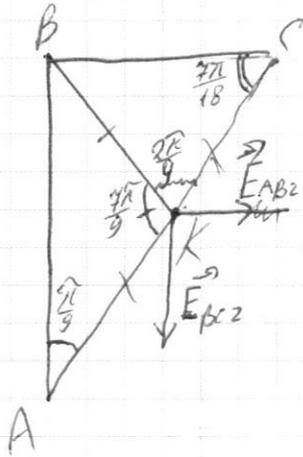
$$\vec{E}_K = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB} = \sqrt{2} \vec{E}_{BC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\vec{E}_K| = \sqrt{2} |\vec{E}_{BC}| \Rightarrow \frac{E_K}{E_{BC}} = \sqrt{2} = 1,41$$

2) нормальная составляющая поля от равной зарядной плоской пов-ти пропорциональна телесному углу под которым видна пов-ть в точке

$$E_n = k \sigma \Omega, \text{ где } \Omega - \text{телесный угол } k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\triangle ABC$ - правильный $\Rightarrow BK = AK = KC \Rightarrow$
 $\Rightarrow K$ - Т.О. сев. перов K AB и $BC \Rightarrow$

\Rightarrow из симметрии $\vec{E}_{AB_2} \perp AB$
 $\vec{E}_{BC_2} \perp BC \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{E}_{AB_2} \perp \vec{E}_{BC_2}$

$\angle BKC = 2\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$ (так как K - центр опис. окруж.)

$$\Downarrow$$

$$\angle ABK = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

т.к. пл. пл. бесконечно тонкие, то телесный угол равен
 углу под которым видна поверхность \Rightarrow

$$\Rightarrow \Omega_{BC_2} = 2 \frac{2\pi}{9\pi} = \frac{4}{9}\pi$$

$$\Omega_{AB_2} = 2 \frac{4\pi}{9} = \frac{8}{9}\pi$$

умножить на 2 \Rightarrow
 (пл. пл. π - 2π
 вое пространство - 4π)

$$E_{BC_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Omega_{BC_2} \sigma = \frac{\sigma}{9\epsilon_0} \quad (\text{т.к. } \vec{E}_{BC_2} \perp BC)$$

$$E_{AB_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Omega_{AB_2} \frac{2}{7}\sigma = \frac{\sigma}{9\epsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

$$E_2 = \sqrt{E_{BC_2}^2 + E_{AB_2}^2} = \frac{\sigma}{9\epsilon_0} \sqrt{2}$$

Ответ: $\frac{E_K}{E_{BC}} = \sqrt{2}$; $E_2 = \frac{\sqrt{2}}{9} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

Задача 24

Дано:

$$L_1 = 5L$$

$$L_2 = 4L$$

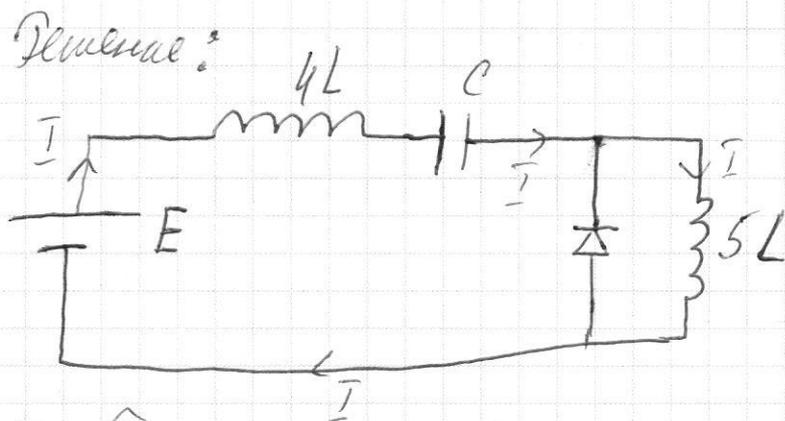
C, E

Найти:

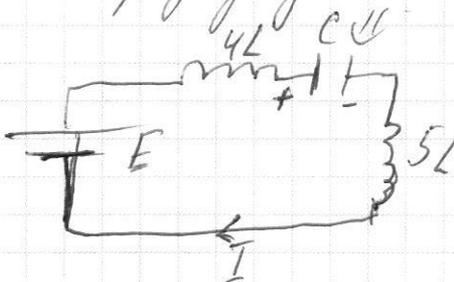
T_* ; I_{01} ;

I_{02}

Решение:



В тока ток течет в направлении, показан на рисунке, ток через диод не течет



$$E = U_C + U_{L1} + U_{L2}$$

$$E = \frac{q_c}{c} + L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\ddot{q} (L_1 + L_2) + \frac{q_c}{c} = E$$

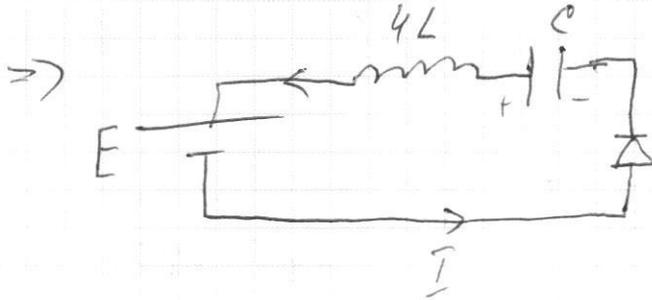
$$\ddot{q} + \frac{q_c}{(L_1 + L_2)c} = E - \text{Ур-ие колебания} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Частота } \omega_0^2 = \frac{1}{(L_1 + L_2)c} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)c} = 6\pi \sqrt{LC}$$

Когда конденсатор зарядится и ток начнет течь в обратном направлении (через $\frac{L_1}{2}$), ток потечет через диод \Rightarrow

$$\Rightarrow U_{L1} = 0 \Rightarrow L_1 \frac{dI_{L2}}{dt} = 0 \Rightarrow \text{ток все время будет течь к диоду}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E = U_C + U_{L2}$$

$$E = \frac{q}{C} + \frac{\dot{q}}{L_2} \Rightarrow \dot{q} + \frac{q}{L_2 C} = E$$

$$\omega_{02}^2 = \frac{1}{L_2 C} \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\omega_{02}} = 2\pi\sqrt{L_2 C} = 4\pi\sqrt{LC}$$

через время $\frac{T_2}{2}$ ток снова начинает колеблется \Rightarrow

$$\Rightarrow T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{6\pi\sqrt{LC} + 4\pi\sqrt{LC}}{2} = 5\pi\sqrt{LC}$$

т.к. во время второй части колебания ток через первую катушку не течет, то I_{01} достигается во время 1-ой части.

$$I_{L1} = I_{01} = I_{L1\max} \Rightarrow \frac{dI_{L1}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_C = E \Rightarrow q_C = EC \Rightarrow \text{заряд через аст} = q_C$$

$$A_{\text{аст}} = \Delta W = \frac{1}{2} q_C^2$$

$$E^2 C = \frac{E^2 C}{2} + \frac{L_1 I_{01}^2}{2} + \frac{L_2 I_{01}^2}{2} \Rightarrow \frac{E^2 C}{2} = \frac{q}{2} L I_{01}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{01} = \frac{1}{3} E \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Рассмотрим максимальный ток во второй части цепи

$$I_{L2} = I_{2max} = \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow U_c = E \Rightarrow q_c = EC$$

$$A_{ист} = \Delta W$$

$$E^2 C = \frac{CE^2}{2} - 0 + \frac{L_2 I_{max}^2}{2} - 0 \Rightarrow I_{max} = \frac{CE^2}{4L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{2max} = \frac{1}{2} E \sqrt{\frac{C}{L}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{2max} > I_{01} \Rightarrow$$

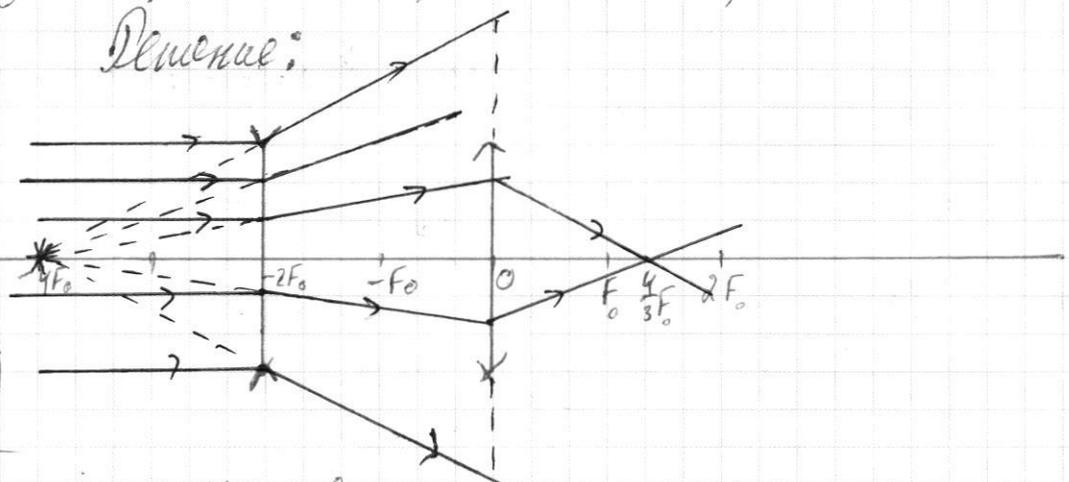
$$\Rightarrow I_{02} = I_{2max} = \frac{1}{2} E \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: $5\sqrt{3} \sqrt{CL} = T$; $I_{01} = \frac{1}{3} E \sqrt{\frac{C}{L}}$; $I_{02} = \frac{1}{2} E \sqrt{\frac{C}{L}}$

Дано:
 F_0, D, \uparrow
 $I_1 = \frac{4}{16} I_0$
 $F_1 = -2F_0$
 $F_2 = F_0$
 $l = 2F_0$

Найти:
 $v_2; v_1$
 t_1

Решение:



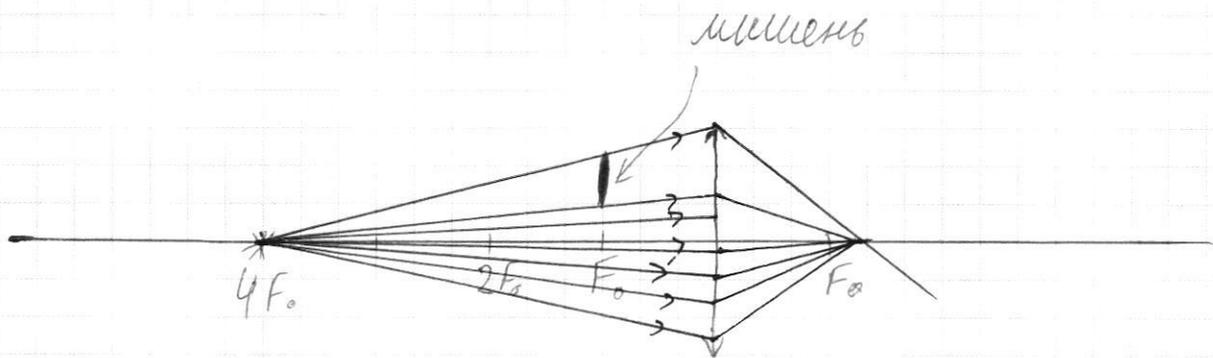
т.к. луч света \parallel ГОС \Rightarrow то его можно заменить источником на расстоянии $2F$ от L_1 (слева)

по ср. ге тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} \Rightarrow f = \frac{Fd}{d-F} = \frac{F_0 \cdot 4F_0}{4F_0 - F_0} = \frac{4}{3} F_0$$

$$\Rightarrow l_2 = f = \frac{4}{3} F_0$$

Пусть излучается на L_2 (соответственно и на датчик) попадает свет мощностью P_0



Пусть диаметр мишени d_m , тогда из подобия $\Delta \Rightarrow$ ~~длина волны~~ площадь ~~мишени~~ в $\frac{16}{9}$ раз больше \Rightarrow чем у мишени

$$\Rightarrow P_1 = P_0 - \frac{16}{9} \frac{d_m^2 \pi}{4} P_0 \Rightarrow P_1 = P_0 - P_0 \frac{16}{9} \frac{d_m^2}{D^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{16} P_0 = P_0 - P_0 \frac{16}{9} \frac{d_m^2}{D^2} \Rightarrow \frac{16}{9} \frac{d_m^2}{D^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow d_m = \frac{9}{16} D \Rightarrow$$

\Rightarrow за время T_0 мишень преодолела расстояние $d_m \Rightarrow$

$$\Rightarrow v = \frac{d_m}{T_0} = \frac{9}{16} \frac{D}{T_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P_1 = \gamma R \frac{T_1}{V_1} = \gamma R \frac{32T_0}{8V_0} = 4\gamma R \frac{T_0}{V_0}$$

$$P_K = \gamma R \frac{32T_0}{9V_0} = 4\gamma R \frac{T_0}{V_0}$$

$$P_1' = \gamma R \frac{T_1'}{V_1'}$$

$$P_1' = \gamma R \frac{T_1'}{V_1'}$$

$$C = \frac{q}{u} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = \frac{q}{C}$$

$$T_1 + T_2 = \text{const}$$

$$V_1 + V_2 = \text{const}$$

$$\frac{T_1'}{V_1'} = \frac{T_2'}{V_2'}$$

$$T_1 = \frac{V_1'}{V_2'} T_2$$

$$\left(\frac{V_1'}{V_2'} + 1\right) T_2 = \text{const}$$

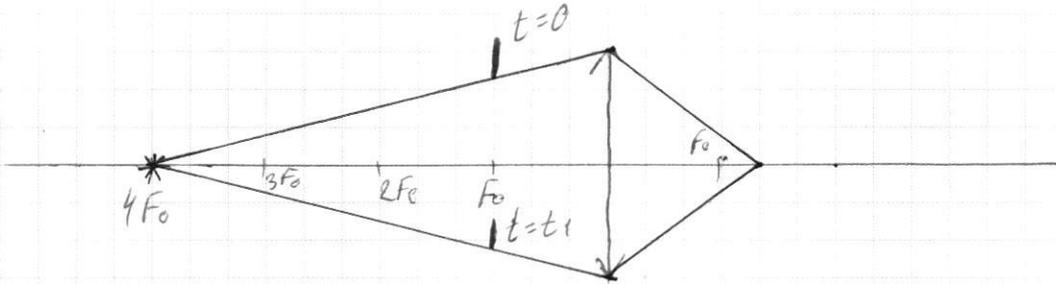
$$\begin{array}{r} \times 8,31 \\ \quad 12 \\ \hline 1,662 \\ + 8,31 \\ \hline 9,972 \end{array}$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{2\pi}{4\pi} \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{2\pi}{4\pi} \frac{\sigma}{\epsilon_0} = k \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$d_m = \frac{9}{16} D$$

$$S = \frac{3}{4} D \Rightarrow \frac{42}{16} D = \frac{4}{3} d_m$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



⇓
за время t_1 мячик проходит расстояние

$$\frac{3}{4} D \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{3}{4} D}{v} = \frac{163 D T_0}{4 \cdot 9 \tau_0} = \frac{4 D}{3 \tau_0}$$

Ответ: $l_2 = \frac{4}{3} F_0$; $\sigma = \frac{9 D}{16 T_0}$; $t_1 = \frac{4 D}{3 \tau_0}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)