

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

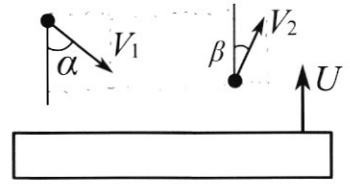
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

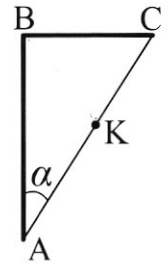


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

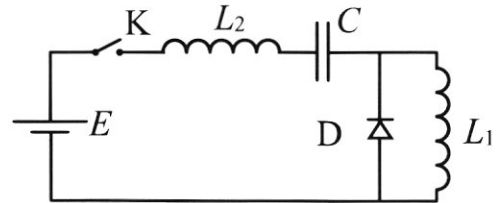
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



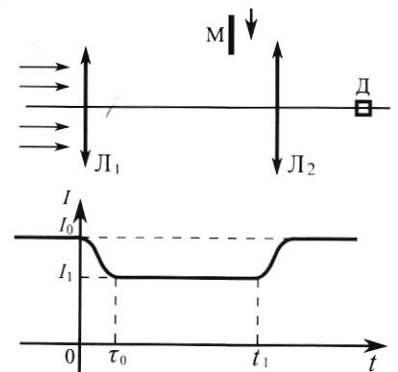
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.

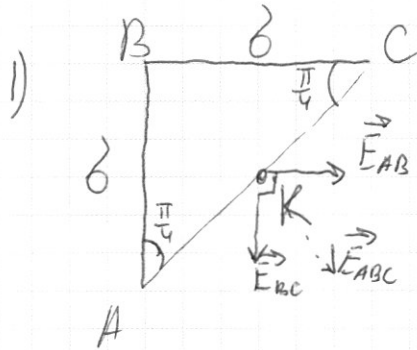


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 3



$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Omega = \frac{\pi}{2} \text{ (телесный угол)}$$

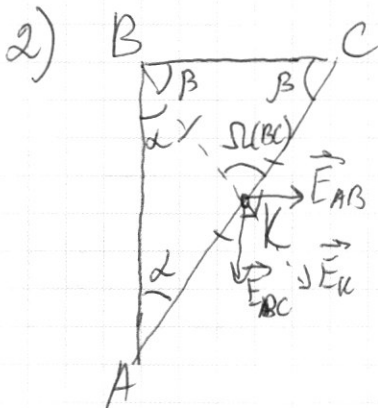
1) Случай: $\vec{E}(K)_1 = \vec{E}_{BC}$
 $E(K)_1 = k \cdot \delta \cdot \Omega(BC) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \delta \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\delta}{\epsilon_0 \cdot 8}$

2) Случай: $\vec{E}(K)_2 = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$

$$E_{AB} = k \cdot \delta \cdot \Omega(AB) = \frac{\delta}{\epsilon_0 \cdot 8} = E_{BC}$$

$$E(K)_2 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{2} \cdot \frac{\delta}{\epsilon_0 \cdot 8}$$

$$\frac{E(K)_2}{E(K)_1} = \frac{\frac{\sqrt{2} \delta}{\epsilon_0 \cdot 8}}{\frac{\delta}{\epsilon_0 \cdot 8}} = \sqrt{2} \approx 1,41$$



$$\vec{E}(K) = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$$

$$|\vec{E}_{BC}| = k \cdot \delta \cdot \Omega(BC)$$

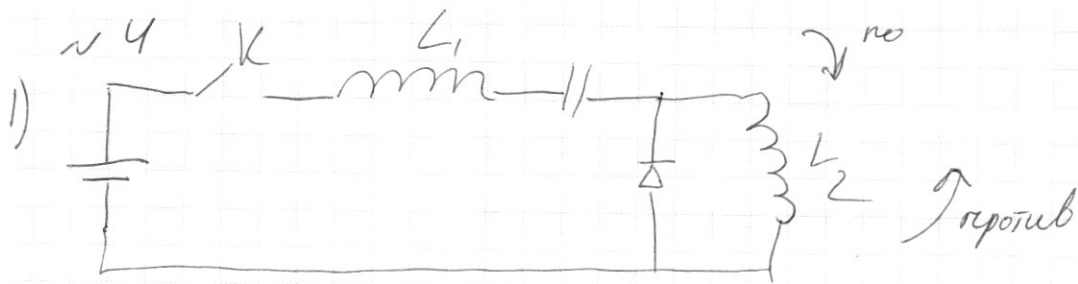
$$\angle \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \Omega(BC) = \frac{3\pi}{4}$$

$$|\vec{E}_{BC}| = \frac{4\delta \cdot \frac{3\pi}{4}}{4\epsilon_0 \cdot 4\pi} = \frac{3\delta}{16\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}_{AB}| = k \cdot \delta \cdot \Omega(AB) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \delta \cdot \frac{3\pi}{4} = \frac{3\delta}{16}$$

$$E(K) = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \frac{\delta}{16\epsilon_0} \cdot \sqrt{9 + 9} = \frac{5\delta}{16\epsilon_0}$$

Ответ: 1) увелич. в 1,41 раз; 2) $E(K) = \frac{5\delta}{16\epsilon_0}$



По правилу Кирхгофа: $E = I_1 L_1 + I_1 L_2 + \frac{q}{C}$

$$E = \ddot{q}(L_1 + L_2) + \frac{q}{C} \Rightarrow E = \ddot{q}L' + \frac{q}{C}$$

1) Если ток идет по часовой: $L' = L_1 + L_2$ (не идет по диоде)

2) Если ток идет против часовой: $L' = L_1$ (не идет по катушке)

Решение дифф. ур. - пусть $q(t) = e^{\lambda t}$; $q(t) = A$
в осн. в крив. и. разог.

$$\begin{cases} A\lambda' + \frac{A}{C} = E \\ (e^{\lambda t})'' \cdot L' + \frac{e^{\lambda t}}{C} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A/C = E \\ \lambda^2 \cdot L' + \frac{1}{C} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda^2 \cdot L' + \frac{1}{C} = 0 \Rightarrow \lambda = \pm i \sqrt{\frac{1}{L'C}} - \text{корни}$$

комплексно-сопряженные:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L'C}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{L'C}$$

$$q(t) = A + c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t$$

$$q(0) = 0 \Rightarrow 0 = A + c_1 \Rightarrow c_1 = -A$$

$T = 2\pi \sqrt{L'C}$
 (Узнал ток пошел против час.)

$$I(t) = -\omega c_1 \sin \omega t + \omega c_2 \cos \omega t; I(0) = 0$$

$$0 = \omega c_2 \Rightarrow c_2 = 0$$

$$q(t) = A(1 - \cos \omega t) = EC(1 - \cos \omega t)$$

$$I(t) = EC \sin \omega t \cdot \omega \Rightarrow$$

1) По часовой: $L' = 5L$; $I_{\max} = EC \cdot \omega =$

$$= E \cdot \sqrt{\frac{C}{5L}} \Rightarrow I_{01 \max}; \text{Против часовой: } L' = 2L$$

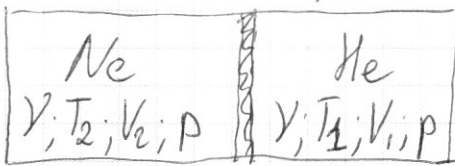
$$I_{\max} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{2L}} \Rightarrow I_{02 \max}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответк задаче № 4: $T = \frac{2H \sqrt{2LC}}{2\pi \sqrt{2LC}}$; $I_{01 \text{ max}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$;
 $I_{02 \text{ max}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{2L}}$

Задача № 2

1) $t=0$; V

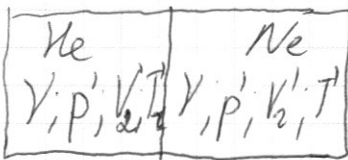


Т.к. поршень в $t=0$ не движется \Rightarrow

$$\Rightarrow p_1 = p_2$$

$$\begin{aligned} \text{Ne: } & \left\{ \begin{aligned} p \cdot V_2 &= \nu R \cdot T_2 \\ p \cdot V_1 &= \nu R \cdot T_1 \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{V_{1\text{Ne}}}{V_{2\text{Ne}}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} = \frac{330\text{K}}{340\text{K}} = \left(\frac{3}{4}\right)_{0,75} \\ & \Rightarrow V_{1\text{Ne}} = \frac{3}{4}V, V_{2\text{Ne}} = \frac{4}{4}V \end{aligned}$$

2)



$$\begin{cases} T_{\text{He}} = T_{\text{He}} = T \text{ по условию} \\ p_{\text{He}} = p_{\text{He}} = p \end{cases} \quad \begin{cases} p_2' \cdot V_1' = \nu R T \\ p_1' \cdot V_2' = \nu R T \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \text{He (1)} & \left\{ \begin{aligned} p \cdot V_{1\text{He}} &= \nu R \cdot T_{1\text{He}} \\ p \cdot V_{2\text{He}} &= \nu R \cdot (T_{1\text{He}} + \Delta T) \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} p \cdot \frac{3}{4}V = \nu R T_{1\text{He}} \\ p \cdot \frac{1}{2}V = \nu R \cdot (T_{1\text{He}} + \Delta T) \end{cases} \\ & \Rightarrow V_{2\text{He}} = V_{1\text{He}} = \frac{1}{2}V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ne (1)} & \left\{ \begin{aligned} p \cdot V_{1\text{Ne}} &= \nu R T_{1\text{Ne}} \\ p \cdot V_{2\text{Ne}} &= \nu R (T_{1\text{Ne}} - \Delta T) \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} p \cdot \frac{4}{7}V = \nu R T_{1\text{Ne}} \\ p \cdot \frac{1}{2}V = \nu R (T_{1\text{Ne}} - \Delta T) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{He: } \frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{4}{6} \cdot T_{1\text{He}}}{\frac{7}{8} \cdot (T_{1\text{He}} + \Delta T)}; \text{ Ne: } \frac{\frac{4}{8} \cdot T_{1\text{Ne}}}{\frac{7}{8} \cdot (T_{1\text{Ne}} - \Delta T)} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{6} \left(\frac{T_{1\text{He}}}{T_{1\text{He}} + \Delta T} \right) = \frac{4}{8} \left(\frac{T_{1\text{Ne}}}{T_{1\text{Ne}} - \Delta T} \right) \Rightarrow 8 T_{1\text{He}} (T_{1\text{Ne}} - \Delta T) = 6 T_{1\text{Ne}} \cdot (T_{1\text{He}} + \Delta T)$$

$$\Rightarrow T_{1\text{Ne}} - \Delta T = T_{1\text{He}} + \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{T_{1\text{Ne}} - T_{1\text{He}}}{2} = 55\text{K}$$

$$\Rightarrow T_{\text{уст}} = T_{1\text{He}} + \Delta T = 385\text{K}$$

$$3) Q_{\text{отб}} = \Delta U_{\text{не}} + A_{\text{не}}$$

$$\Delta U_{\text{не}} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$A = \int p dV = \frac{\Delta p}{2} \cdot \Delta V \Rightarrow ; \Delta V = V_{\text{не}} - V_{\text{не}} = \frac{4}{7} V - \frac{1}{2} V = \frac{1}{14} V$$

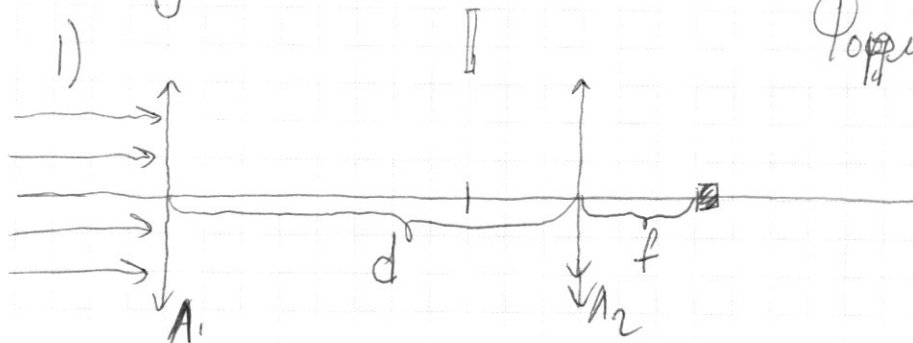
$$\Delta p = 14 \cdot \frac{\nu R \Delta T}{V} \Rightarrow A = \frac{14 \nu R \Delta T}{2V} \cdot \frac{1}{14} V = \frac{\nu R \Delta T}{2}$$

$$Q_{\text{отг}} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \frac{\nu R \Delta T}{2} = 2 \nu R \Delta T$$

$$Q = 2 \cdot \frac{6}{25} \cdot R \cdot 55 = 12 \cdot 2,2 \cdot 8,31 \approx 151,89 \text{ Дж}$$

Ответ: $\frac{V_{\text{не}}}{V_{\text{не}}} = 0,75$; $T_{\text{кон}} = 385 \text{ K}$, $Q = 151,89 \text{ Дж}$.

Задача ~ 5



Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3,3}{3F_0} - \frac{2}{3F_0} = \frac{1,3}{3F_0} \Rightarrow f = \frac{3}{7} F_0$$

Ответ: 1) $\frac{3}{7} F_0$

Задача ~ 1

m - масса шарика, $m \ll M$

По оси: Ox] $m \cdot \sin \alpha \cdot v_1 = m \cdot \sin \beta \cdot v_2$

Oy] $-m \cdot \cos \alpha \cdot v_1 + M u = m \cos \beta \cdot v_2 + M u$

ЗСЭ: $\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + E - \text{потери}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$~~

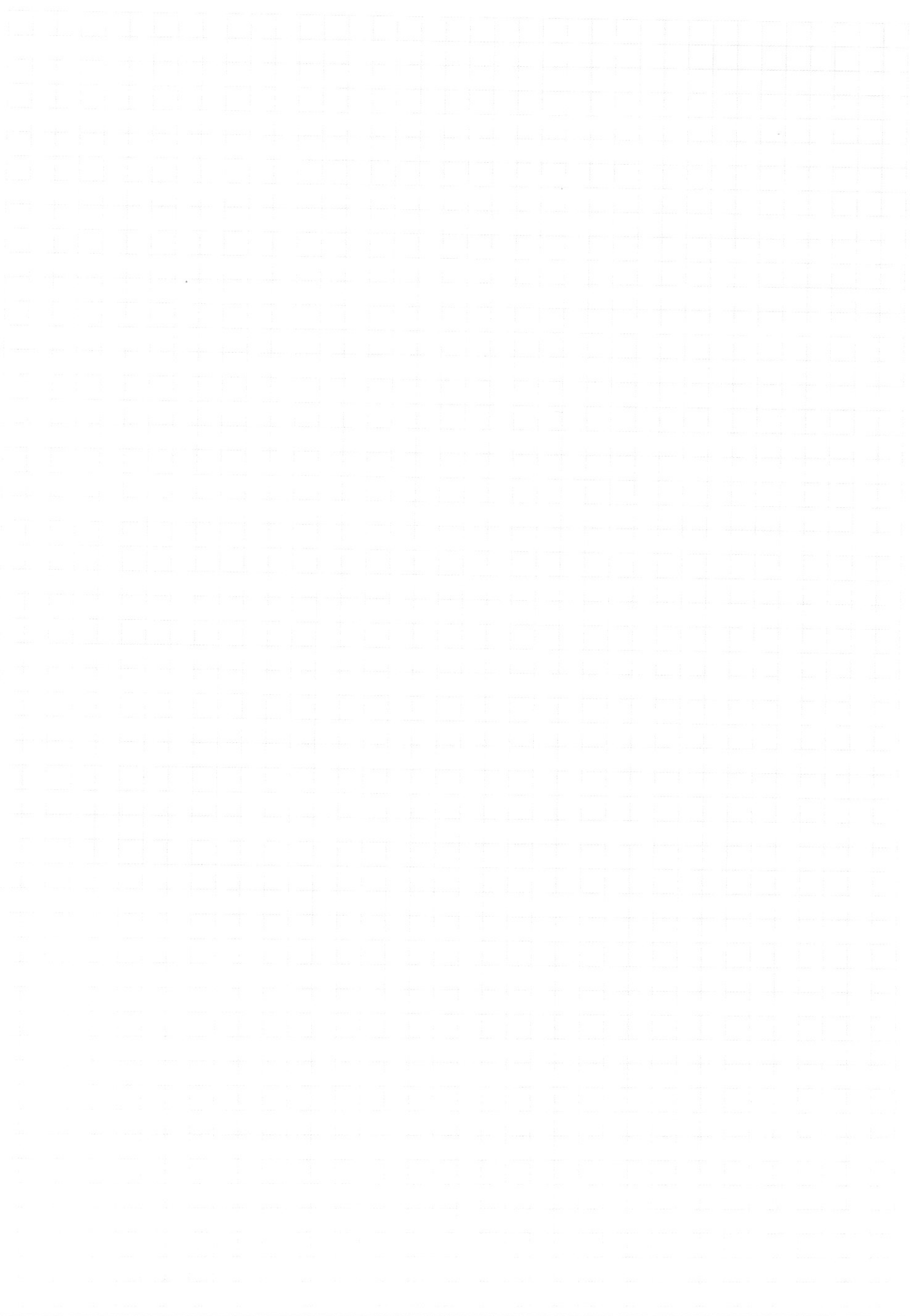
~~$$V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$~~

если $U \rightarrow \infty \rightarrow \hat{\beta} \rightarrow 0$; $U \rightarrow 0$; $\beta \rightarrow \alpha$

$$V_2 = V_1 \cdot \Delta V_x = 4 - V_2 \cos \beta$$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 2V_1 = 12 \text{ м/с}$$

Ответ: 12 м/с



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\mathcal{E} = \ddot{q}L_1 + \ddot{q}L_2 + \frac{q}{C} = \ddot{q}5L + \frac{q}{C}$$

$$\begin{cases} \ddot{q}5L + \frac{q}{C} = 0 \\ A \cdot 5L + \frac{A}{C} = \mathcal{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \mathcal{E}C \\ \cos'(t) = -\sin t \\ \sin'(t) = \cos \end{cases}$$

$$q(t) = A + c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$(e^{\lambda t}) \lambda^2 5L + \frac{1}{C} = 0$$

$$\lambda = \pm i \sqrt{\frac{1}{5LC}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{5LC}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{5LC}$$

$$q(t) = A + c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t \quad q(0) = 0$$

$$I(t) = -\omega c_1 \sin \omega t + \omega c_2 \cos \omega t$$

$$\begin{cases} 0 = 2 - \omega c_1 + A = 0 \\ c_1 = -A \end{cases}$$

$$c_1 = -A$$

$$q(t) = \mathcal{E}C(1 - \cos \omega t) = \mathcal{E}C(1 - \cos(\frac{t}{\sqrt{5LC}}))$$

$$I(t) = \omega \mathcal{E}C \sin \omega t \Rightarrow I_{\max}$$

$$\frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{5LC}} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{5L}}$$

$$I_{\max} = \mathcal{E} \cdot \sqrt{\frac{C}{5L}} \Rightarrow L_{\max}$$

$$t=0$$

$$\gamma = \frac{m}{M}$$

Исход	γ	γ
T_1	V_1	P
P	V_2	T_2

$$1) \begin{cases} P \cdot V_1 = \gamma R T_1 \\ P \cdot V_2 = \gamma R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p \cdot \frac{3}{4} V = \nu R T_1 \\ p' \cdot \frac{1}{2} V = \nu R (\Delta T + T) \end{array} \right.$$

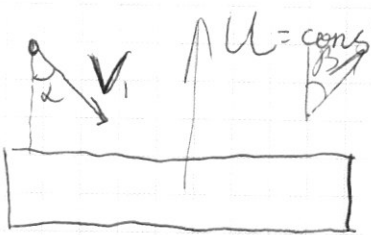
$$\left\{ \begin{array}{l} p \cdot \frac{4}{7} V = \nu R T_2 \\ p' \cdot \frac{1}{2} V = \nu R (T - \Delta T) \end{array} \right.$$

$$\frac{6}{7} = \frac{T}{\Delta T + T}, \quad \frac{p}{p'} = \frac{7}{6} \left(\frac{T_1}{\Delta T + T_1} \right) = \frac{7}{6} \left(\frac{T_1}{T} \right)$$

$$\frac{6 \Delta T + 6T = 7T}{6 \Delta T + 6T = 7T} \quad \frac{p}{p'} = \frac{7}{8} \left(\frac{T_2}{T_2 - \Delta T} \right) = \frac{7}{8} \left(\frac{T_2}{T} \right)$$

$$\frac{1}{6} \left(\frac{T_1}{T + \Delta T} \right) = \frac{1}{8} \left(\frac{T_2}{T_2 - \Delta T} \right) \cdot \frac{1}{6} \left(\frac{T_1}{T} \right) = \frac{1}{8} \left(\frac{T_2}{T} \right)$$

$$\frac{8T_1}{T + \Delta T} = \frac{6T_2}{T - \Delta T} \Rightarrow \Delta T = \frac{T_2 - T_1}{2} = 55 \text{ K}$$



$$Ox \quad V_x = V_1 \sin \alpha = 4 \text{ m/c}$$

$$M \rightarrow \infty$$

$$Ox: V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$

$$m V_1 \sin \alpha = M u \Rightarrow O_y: M u + V_1 \cos \alpha = M u + V_2 \cos \beta$$

$$V_x = 4 \text{ m/c}$$

$$V_{iy} = 2\sqrt{5} \text{ m/c}$$

$$\Rightarrow V_{2x} = V_2 \sin \beta$$

$$V_{2x} = \frac{V_2}{3}$$

$$\begin{cases} V_x \rightarrow u_x \\ u \rightarrow u_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_y \rightarrow u_y \\ 2\sqrt{5} \rightarrow \frac{2\sqrt{5}u}{3} \end{cases}$$

$$\frac{m V_1^2}{2} = \frac{m V_2^2}{2} + \frac{m (V_x - V_{2x})^2}{2}$$

$$36 = V^2 + \frac{16}{9} - \frac{16}{3} V + \frac{V^2}{9}$$

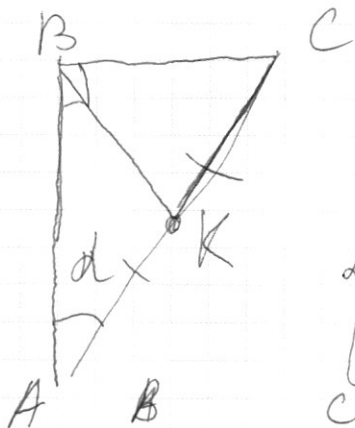
$$10V^2 - 24V - 180 = 0$$

$$5V^2 - 12V - 90 = 0$$

$$D = 144 + 2800$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ 32 \\ 104 \\ 260 \end{array}$$

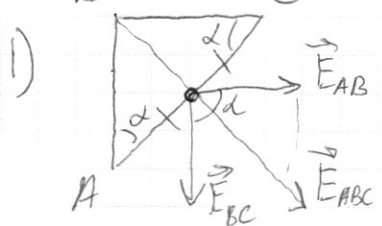
$$2844$$



$$E = k \cdot q \cdot \Omega(K) = \frac{2\pi q}{4\pi \epsilon_0} = \frac{q}{2\epsilon_0}$$

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{\delta S}{\epsilon_0}$$

$$\phi = ES$$



$$E_{ABC}^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2 = 2 E_{AB} E_{BC} \cos \alpha$$

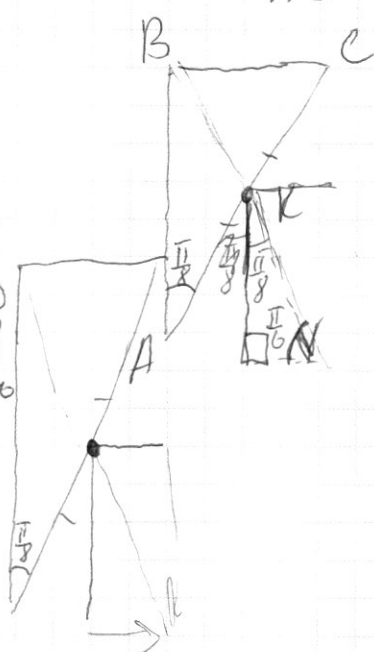
$$E_{ABC}^2 = \sqrt{2} E_{AB} = \frac{\sqrt{2} q}{2 \epsilon_0}$$

$$E(K)_1 = E_{AB} = \frac{q}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{E(K)_2}{E(K)_1} = \sqrt{2} \approx 1,41$$

$$E_{BC} = \frac{2q}{\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{q}{2\epsilon_0}$$



x 8,3
x 2,2
166
166
18,26
18,3
x 8,3
549
1464
151,89



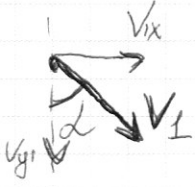
$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{3}{3F_0} - \frac{2}{3F_0} = \frac{1}{3F_0}; \quad f = \frac{3}{4}d$$

$$F = \frac{f}{d} = \frac{\frac{3}{4}d}{d} = \frac{3}{4}$$

u

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$V_{x1} = V_1 \cos \alpha$$

$$V_{y1} = V_1 \sin \alpha = 4 \text{ м/с}$$

$M \gg m$

$$\text{ог)} M u + m v_{x1} \sin \alpha = M u + m v_2 \sin \beta$$

$$v_{2y} = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \text{ м/с}$$

OX]

~ 2

$$A_{\text{max}} = 0$$

V_1	V_2
$T_1 = 440 \text{ K}$	$T_2 = 330 \text{ K}$

1) $p_1 = p_2$

$$\begin{cases} p \cdot V_1 = \nu_1 R T_1 & (1) \\ p \cdot V_2 = \nu_2 R T_2 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{V_{\text{He}}}{V_{\text{Ne}}} = \left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow V_{\text{He}} = 14 \text{ V}$$

2) $p = \text{const}$
 $T = \text{const}$

$$\begin{cases} p \cdot V_1' = \nu R T \\ p \cdot V_2' = \nu R T \end{cases}$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385 \text{ K}$$

$$\begin{cases} p_1 \cdot 14 \text{ V} = \nu R T_1 \\ p_2 \cdot 14 \text{ V} = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$Q =$

$$A = \int p dV = \frac{\Delta p}{2} \cdot \Delta V \quad \frac{1}{14} (p_1 - p_2) = \nu R T \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{14 \nu R \Delta T}{V}$$

$$Q = -\Delta U = A = -\left(\frac{3}{2} \nu R \Delta T + \frac{\nu R T}{2}\right) (p_1 - p_2) = 14 \nu R \Delta T p_2$$

$$= -2 \nu R \Delta T = 12 \cdot R \cdot \frac{55}{25}$$

$$\Delta p = \frac{14 \nu R \Delta T}{V} \cdot \frac{\Delta V}{2} = \frac{14 \nu R \Delta T}{2 V} \cdot \frac{V}{14} =$$