



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

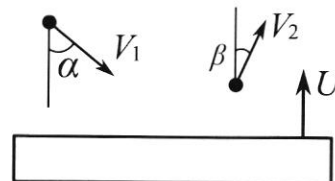
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 12$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

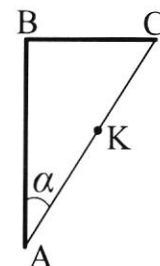


- 1) Найти скорость  $V_2$ .
  - 2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве  $\nu = 6/7$  моль. Начальная температура водорода  $T_1 = 350$  К, а азота  $T_2 = 550$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

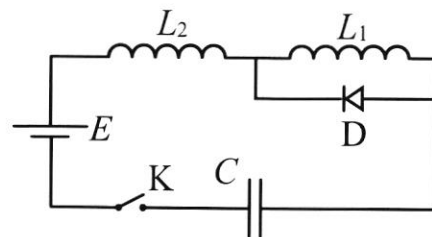
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



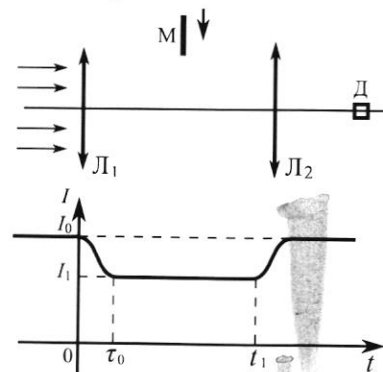
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 3\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/5$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .



- 1) Найти период  $T$  этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
- 3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $3F_0$  и  $F_0$ , соответственно. Расстояние между линзами  $2F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 5I_0/9$ .

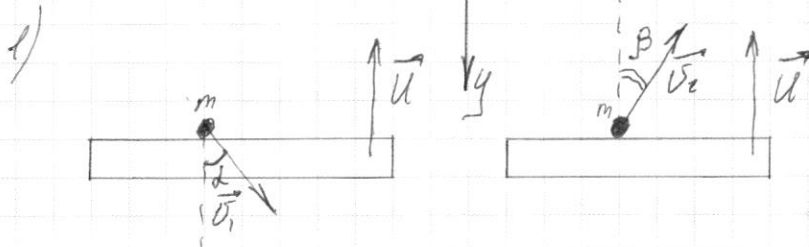


- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
- 2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.



момента падения

момента отскока

По оси  $Ox$  равнодейств. сил на тело равна  $0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  импульс тела (шарика) вдоль этой оси не изменится.

$$m v_{1x} = m v_{2x}; \quad v_{1x} = v_1 \sin \alpha$$

$$v_{2x} = v_2 \sin \beta$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$v_2 = 12 \cdot \frac{1/2}{1/3} = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18 \text{ м/с}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}; \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}; \quad \cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

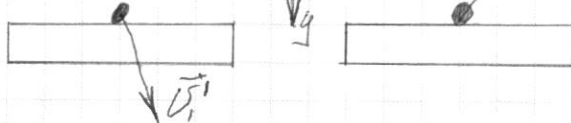
2) Перейдем в ПСО, связ с плитой

момента падения

момента отскока

$\vec{v}_1'$  и  $\vec{v}_2'$  - скорости

шарика от-но плиты.



По закону сложения скоростей  $\vec{v}_{обс} = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_{пер}$

$$v_1'x = v_{1x}; \quad v_1'y = v_{1y} + U \quad \forall \neq 0$$

$$v_2'x = v_{2x}; \quad v_2'y = v_{2y} - U$$

Т.к. удар не упругий, то часть энергии шарика в процессе взаимодействия перейдет в тепло, и деформацию.

Запишем закон сохр. энергии.

$$\frac{m v_1'^2}{2} = \frac{m v_2'^2}{2} + E_n, \text{ где } E_n - \text{энергия потерь.}$$

$$E_n = \frac{m}{2} (v_1' - v_2') (v_1' + v_2'); \quad E_n > 0' \Rightarrow \text{т.к. потери энергии в любой}\br/>
\text{случае будут при}\br/>
\text{не упругом ударе.}$$

$$\Rightarrow v_1' - v_2' > 0$$

$$\sqrt{v_{1x}^2 + (v_{1y} + u)^2} > \sqrt{v_{2x}^2 + (v_{2y} - u)^2}$$

$$v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + 2v_{1y}u + u^2 > v_{2x}^2 + v_{2y}^2 - 2uv_{2y} + u^2$$

$$2u(v_{1y} + v_{2y}) > (v_{2y}^2 - v_{1y}^2)$$

$$2u > v_{2y} - v_{1y}$$

$$u > \frac{v_{2y} - v_{1y}}{2}; \quad v_{1y} = v_1 \cos \alpha; \quad v_{2y} = v_2 \cos \beta = \frac{3}{2} v_1 \cos \beta$$

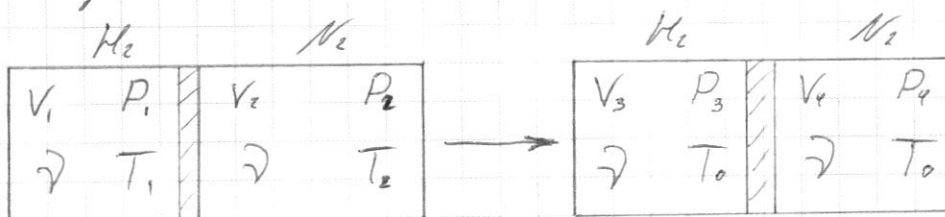
$$u > \frac{v_1 \left( \frac{3}{2} \cos \beta - \cos \alpha \right)}{2}$$

$$u > \frac{12 \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}'}{3} - \frac{\sqrt{3}'}{2} \right)}{2} = 6 \left( \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ м/с}$$

Ответ: 1)  $v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \text{ м/с}$

2)  $u > \frac{v_1 \left( \frac{3}{2} \cos \beta - \cos \alpha \right)}{2}; \quad u > 6 \left( \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ м/с}$

Задача 2



т.к. процесс изобарный, то давление в первой части  
 всегда равно давлению во второй  $P_1 = P_2$   
 $P_3 = P_4$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. сосуд теплоизолированный, то теплота отданная II частью сосуда, равна теплоте, которую получила ~~вторая~~ <sup>первая</sup> часть.

$$C_{\mu 1} \nu (T_2 - T_0) = C_{\mu 2} \nu (T_0 - T_1)$$

$$\text{и } |dV_1(t)| = |dV_2(t)|$$

$C_{\mu 1}(t) = C_{\mu 2}(t)$  всегда т.к.  $P_1(t) = P_2(t)$  и  $dP_1(t) = -dP_2(t)$ ,

где  $P_1(t); P_2(t); V_1(t); V_2(t)$  - ф-ции давления и объема от времени

$$T_2 - T_0 = T_0 - T_1 \Rightarrow T_0 = \frac{T_2 + T_1}{2} = 450 \text{ K}$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для обеих частей в нач. момент.

$$\begin{cases} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ P_1 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11}$$

Т.к. кол-во вещества равно как-бы количеству кристаллов

$$dQ_1 = -dQ_2; \quad dQ_1 = d(C_{\mu 1} \nu T_1) = C_{\mu 1} \nu dT_1$$

$$dQ_2 = d(C_{\mu 2} \nu T_2) = C_{\mu 2} \nu dT_2 \quad \text{и } C_{\mu 1} = C_{\mu 2}$$

$$\Rightarrow dT_1 = -dT_2; \quad dT_1 = d\left(\frac{P_1 V_1}{\nu R}\right) = \frac{1}{\nu R} d(P_1 V_1)$$

$$dT_2 = d\left(\frac{P_2 V_2}{\nu R}\right) = \frac{1}{\nu R} d(P_2 V_2)$$

$$d(P_1 V_1) = -d(P_2 V_2)$$

$$\Rightarrow dP_1 = dP_2 \text{ всегда.}$$

$$dP_1 V_1 + P_1 dV_1 = -(dP_2 V_2 + P_2 dV_2); \quad P_1 = P_2 \text{ всегда, и } dV_1 = -dV_2$$

$$dP_1 V_1 = -dP_2 V_2; \quad V_1 \neq -V_2 \quad \text{т.к. сосуд не меняет объема}$$

$$\Rightarrow dP_1 = dP_2 = 0$$

никогда  $\Rightarrow$  объема.

т.е.  $P_1 = P_2 = \text{const}$ , процесс изобарный.

$$C_{\text{уп}} = C_{\text{ув}} + R \Rightarrow C_{\text{уп}} = \frac{\gamma}{2} R$$

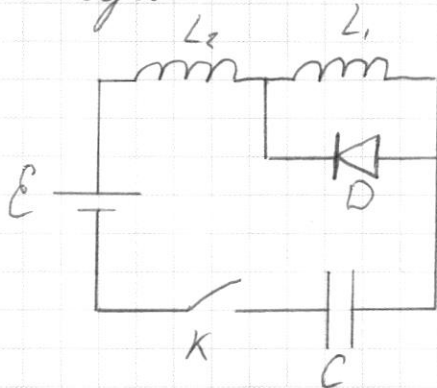
$$\Delta Q_{\text{из}} = C_{\text{уп}} \nu (T_2 - T_0) = \frac{\gamma}{2} \nu R \cdot (T_2 - T_0) = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 = 3 \cdot 831 = 2493 \text{ Дж}$$

Ответ: 1)  $\frac{V_{\text{из}}}{V_{\text{из}}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\gamma}{11}$

2)  $T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450 \text{ K}$

3)  $\Delta Q_{\text{из}} = \frac{\gamma}{2} \nu R (T_2 - T_0) = 2493 \text{ Дж}$

### Задача 4



$q$  - заряд на конденсаторе.

Запишем II 3-х Киргофа, когда ток идет по часовой стрелке (диод закрыт)

$$(L_1 + L_2) \frac{dI_1}{dt} + \frac{q_1}{C} = \mathcal{E}; \quad \frac{dq_1}{dt} = \frac{dI_1}{dt}$$

$$\frac{d^2 q_1}{dt^2} (L_1 + L_2) + \frac{1}{C} q_1 = \mathcal{E}$$

$$\frac{d^2 q_1}{dt^2} + \frac{1}{C(L_1 + L_2)} q_1 = \frac{\mathcal{E}}{L_1 + L_2} \quad \text{— дифференциальное уравнение}$$

ур-ние гармонич. колебаний (используем метод)

$$q_1(t) = \frac{\mathcal{E}C}{1} - A \cos(\omega_1 t + \varphi_0), \quad \text{где } \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}} \quad \text{— его решение}$$

(несложно убедиться подстановкой).  $A = \text{const}$

Период этих колеб.  $T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C}$

2) Запишем II 3-х Киргофа, когда ток идет против часовой стрелки (диод открыт). (Однако ток все равно положительное направление по часовой стрелке.)

$$L_2 \frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{q_2}{C} = \mathcal{E}$$

$$L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{q_2}{C} = \mathcal{E}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$L_2$~~   $\star$

$\frac{d^2 q_2}{dt^2} + \frac{1}{L_2 C} q_2 = \mathcal{E}$  - дифференциальное уравнение гармонических колебаний со смещением равновесия.

$q_2(t) = \frac{\mathcal{E}C}{1} - A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_0)$ , где  $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$  - его решение.

$T_2 = 2\pi \sqrt{L_2 C}$  - период этих колебаний.

В системе будут происходить сложнейшие колебательные процессы, каждый из которых при движении тока по час. стрелке ведёт себя как  $q_1(t)$ , а при движении против как  $q_2(t)$ .

Период этих колебаний равен  $T_3 = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$  (очевидно)

$$T_3 = \pi (\sqrt{(L_1 + L_2)C} + \sqrt{L_2 C})$$

Ток через катушку  $L_1$  течёт только в процессах  $q_1(t)$ , рассмотрим его.

$$q_1(t) = \mathcal{E}C - A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_0) \quad \left\{ \begin{array}{l} q_1(0) = 0 \\ I_1(0) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

$$I_1(t) = \frac{dq_1}{dt} = A_1 \omega_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_0) \quad \left\{ \begin{array}{l} q_1(0) = 0 \\ I_1(0) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow A_1 = \mathcal{E}C$$

$$\Rightarrow I_{1, \max} = A_1 \omega_1 = \mathcal{E}C \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

Чтобы найти  $I_{\max}$  через  $L_2$  рассмотрим процесс  $q_2(t)$  и сравним  $I_{2, \max}$  и  $I_{1, \max}$

$$q_2(t) = \mathcal{E}C - A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_0) \quad \left. \begin{array}{l} \text{когда начнется процесс} \\ q_2(t) \text{ условия будут какими-} \\ \text{то (в момент } t_i \text{)}. \text{ Этому несомненно} \\ \text{убедитесь подставив.} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_2(t_i) = 2\mathcal{E}C \\ I_2(t_i) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \varphi_0 = \pi; A_2 = \mathcal{E}C \quad t_i = \frac{T_1}{2} \text{ в } q_1(t)$$

$$I_{2 \max} = A_2 \omega = \epsilon C \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

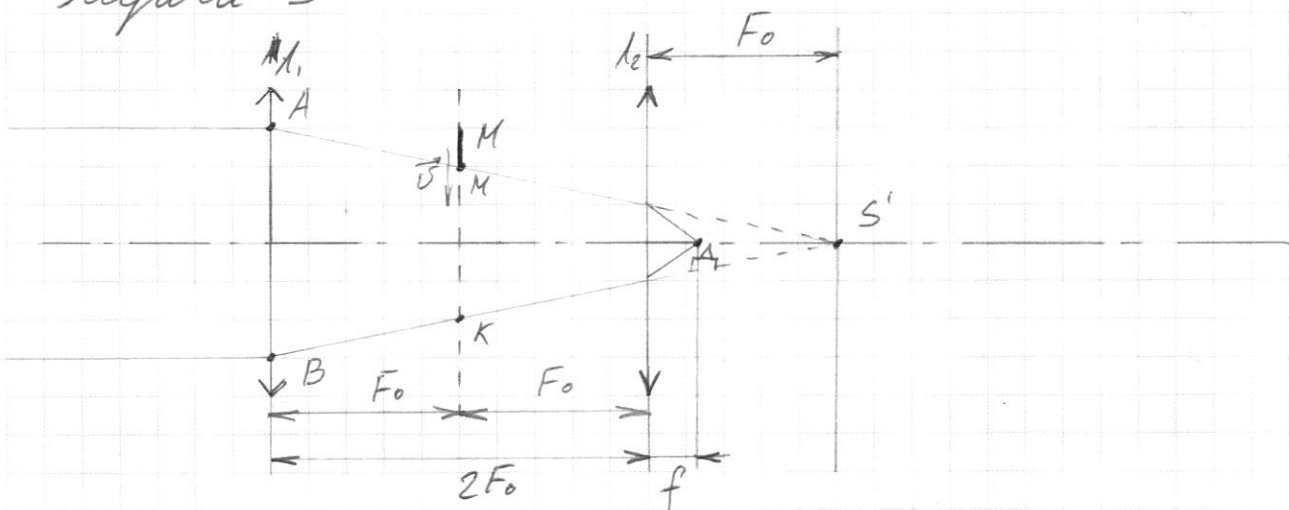
$$I_{2 \max} > I_{1 \max} \Rightarrow I_{L_2 \max} = I_{2 \max}$$

Ответ: 1)  $T = \sqrt{L} \left( \sqrt{(L_1 + L_2) C} + \sqrt{L_2 C} \right)$

2)  $I_{L_1 \max} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$

3)  $I_{L_2 \max} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{L_2}}$

### Задача 5



Т.к. лучок, падающий на  $L_1$  парал., то его изобр. сфокусируется в т.  $S'$  на расстоянии фокуса  $L_1$  от  $L_1$ . Фокусное расстояние  $L_1 = 3F_0 \Rightarrow$  расстояние между  $L_1$  и  $S' = 3F_0$   
 $\Rightarrow$  расстояние между  $S'$  и  $L_2 = 3F_0 - 2F_0 = F_0$

Для  $L_2$  т.  $A$  является изобраз., а  $S'$  — «мнимым телом». Запишем формулу тонкой линзы.

$$-\frac{1}{F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{F_0} \Rightarrow f = \frac{F_0}{2}$$

$AB = D$  — диаметр линзы

$$\Delta MKS' \sim \Delta ABS'; \frac{MK}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow MK = \frac{2}{3} AB = \frac{2}{3} D$$

Т.к. сила тока прямо пропорц. мощности падающему свету, то ~~она~~ ~~прямо пропорц.~~ уменьш. тока прямо пропорц. площади, которую захватывает линза.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

пусть ~~радиус~~ <sup>радиус</sup> мишенки  $r$ , тогда

$$\frac{I_0}{\pi \cdot MK} = \frac{I_1}{\pi \cdot MK - \pi \cdot d} \quad \frac{I_0}{\pi \cdot \frac{1}{9} D^2} = \frac{I_1}{\pi \cdot \frac{1}{9} D^2 - \pi \cdot \frac{d^2}{4}}$$

$$\frac{9}{D^2} = \frac{9}{\frac{1}{9} D^2 - \frac{d^2}{4}}$$

$$\frac{9}{D^2} = \frac{81}{D^2 - \frac{4}{9} d^2}$$

$$9D^2 - \frac{81}{4} d^2 = 5D^2 \Rightarrow \frac{81}{4} d^2 = \frac{4}{9} D^2 \Rightarrow \frac{9}{2} d = \frac{2}{3} D \Rightarrow d = \frac{4}{9} D$$

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{\pi \cdot \frac{1}{9} D^2}{\pi \cdot \frac{1}{9} D^2 - \pi r^2}$$

$$\frac{9}{5} = \frac{D^2}{D^2 - 9r^2} \Rightarrow 9D^2 - 81r^2 = 5D^2 \Rightarrow 81r^2 = 4D^2 \Rightarrow 9r = 2D$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{9} D$$

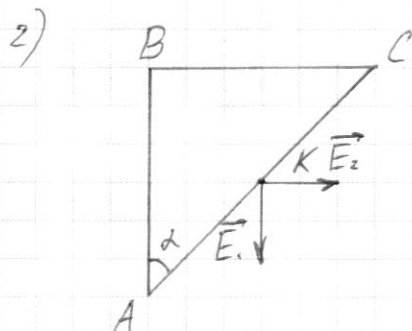
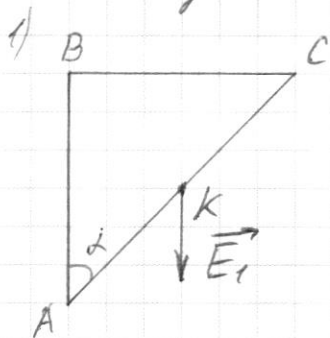
тогда диаметр ~~мишенки~~ мишенки  $d = 2r = \frac{4}{9} D$

за время  $T_0$  мишень полностью зашла в область света  $\Rightarrow v = \frac{4}{9} D / T_0 = \frac{4D}{9T_0}$

за время  $t$ , нижний край мишенки полностью прошёл область света  $MK = \frac{2}{3} D \Rightarrow t = \frac{2}{3} D / v =$   
 $= \frac{2D}{3} \cdot \frac{9T_0}{4D} = \frac{3T_0}{2}$

- Ответ: 1)  $f = \frac{F_0}{2}$   
 2)  $v = \frac{4D}{9J_0}$   
 3)  $t_1 = \frac{3}{2} J_0$

### Задача 3



в первом случае

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1$$

во втором случае

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \text{ где } \vec{E}_p \text{ - результирующее поле.}$$

т.к.  $\angle ABC = 90^\circ$ ;

$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = E$  т.к. пластинки заряжены одинаковой плотностью заряда и  $AB = BC$

т.к.  $\triangle ABC$  - р/б т.к.  $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{E}_p|}{|\vec{E}_1|} = \frac{E}{\sqrt{2}E} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \text{ поле увеличится в } \sqrt{2} \text{ раз.}$$

2) Напряж. поля от бесконеч. заряженной пл-сти равна  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  в обе стороны, но у нас не пл-ть, а плоская отрез. шириней.

$$\frac{BC}{AB} = \tan \alpha; \rho(k; BA) = \frac{1}{2} BC; \rho(k; BC) = \frac{1}{2} AB$$

Ответ: 1)  $\sqrt{2}$  раз.

№ <sub>1</sub>		№ <sub>2</sub>	
$P_1$	$\nearrow$	$P_2$	$\nearrow$
$V_1$	$T_1$	$V_2$	$T_2$

$$P_1 V_1 = \gamma R T_1$$

$$P_2 V_2 = \gamma R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{\gamma R T_1}{V_1} = \frac{\gamma R T_2}{V_2}$$

$$P = nkT$$

$$C_{p, \gamma} (T_2 - T_0) = C_{p, \gamma} (T_0 - T_1)$$

$$T_2 = \frac{T_1 + T_0}{2}$$

$$\frac{P_1 V_1}{\gamma R}$$

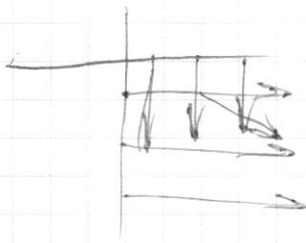


$$dT_1 = \frac{1}{\gamma R} d(P_1 V_1) = \frac{1}{\gamma R} (dP_1 V_1 + P_1 dV_1) = \frac{1}{\gamma R} (dP_2 V_2 + P_2 dV_2)$$

$$P(dV_1 - dV_2) = dP_1 V_1 - dP_2 V_2$$

$$\sim q \cdot (L_1 + L_2) \frac{dT}{dt} + \frac{q}{c} = \mathcal{E}$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{(L_1 + L_2)C} q = \mathcal{E} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}$$



$$q(t) = \frac{\mathcal{E}C}{L_1 + L_2} - A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$q''(t) = A \frac{1}{(L_1 + L_2)C} \cos(\omega t)$$

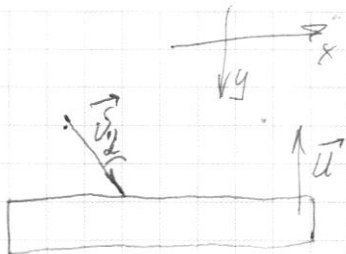
$$\frac{\mathcal{E}(L_1 + L_2)C}{L_1 + L_2} \quad u_c = \frac{q}{C}$$

$$A \frac{1}{L_1 + L_2 C} + \frac{1}{(L_1 + L_2)C} (K - A) = \mathcal{E} \quad K = \mathcal{E}(L_1 + L_2)C$$

$$\frac{q}{D^2} = \frac{5}{D^2} \frac{I_0}{D^2} = \frac{5}{D^2} \frac{I_0}{D^2 - \frac{4}{27} D^2} = \frac{q}{D^2} = \frac{5}{D^2 - \frac{4}{27} D^2} =$$

$$= q = \frac{5}{1 - \frac{4}{27}} =$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_{1x} = v_1 \sin \alpha$$

$$v_{1y} = v_1 \cos \alpha$$

В. П. С. О

$$v_{1x} = v_1 \sin \alpha$$

$$v_{1y} = v_1 \cos \alpha + u$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = v_1 \frac{1/2}{1/3} = \frac{3}{2} v_1$$

$$v_2 \cos \beta - u = v_1 \cos \alpha + u - v_n$$

$$\frac{3}{2} v_1 \frac{\sqrt{3}}{2} - u = v_1 \frac{\sqrt{3}}{2} + u - v_n$$

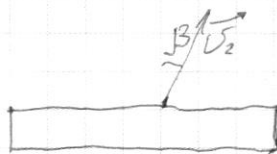
$$v_1 \left( \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2u - v_n$$

$$v_n = 2u - v_1 \left( \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$(v_2 \cos \beta - u)^2 = (v_1 \cos \alpha + u)^2 - \sqrt{\frac{2E}{m}} \cos \beta$$

$$\frac{m v_1'^2}{2} = \frac{m v_2'^2}{2} + E_n$$

$$E_n = \frac{m}{2} (v_1' - v_2') (v_1' + v_2')$$



$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$v_{2x} = v_2 \sin \beta$$

$$v_{2y} = v_2 \cos \beta$$

$$v_{2x} = v_2 \sin \beta$$

$$v_{2y} = v_2 \cos \beta - u$$

$$v_1' = \sqrt{v_{1x}'^2 + (v_{1y}' + u)^2}$$

$$v_2' = \sqrt{v_{2x}'^2 + (v_{2y}' - u)^2}$$

$$\sqrt{v_{1x}'^2 + (v_{1y}' + u)^2} - \sqrt{v_{2x}'^2 + (v_{2y}' - u)^2} > 0$$

$$v_{1x}'^2 + (v_{1y}' + u)^2 > v_{2x}'^2 + (v_{2y}' - u)^2$$

$$E_{\text{non}} = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
------

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--	--

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)