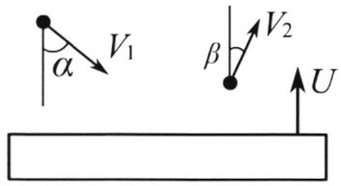
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-02** Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

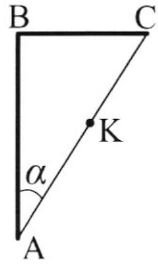
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu=6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

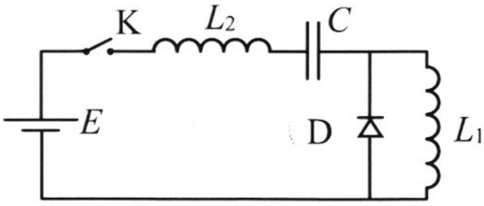
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha=\pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1=4\sigma, \sigma_2=\sigma$, соответственно. Угол $\alpha=\pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями L_1 = 3L, L_2 = 2L, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

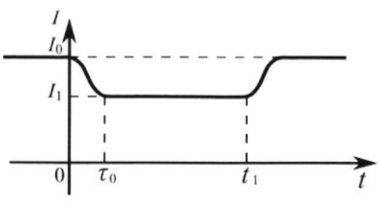


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами 1,5F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии 5F_0/4 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1=8I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

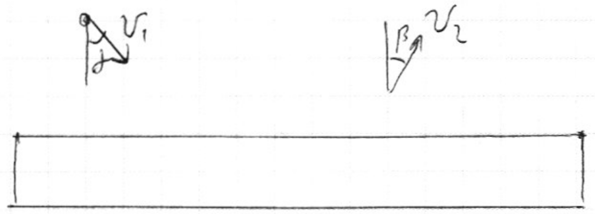
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

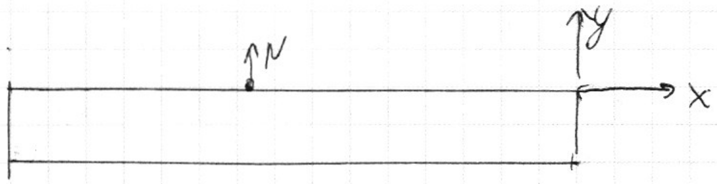
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1





ЗСИ по оси x:

$mv_1 \cdot \sin\alpha = mv_2 \sin\beta$

Т.к поскольку доска гладкая сила взаимодействия доски и шарика по оси x равна 0 всё время удара.

$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} v_1 = 2v_1$

$v_2 = 12$ м/с

~~ЗСЭ~~:

$\cancel{\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + Q}$

~~Рассмотрим крайний случай неупругого удара т.е. полностью упругий удар. Тогда~~

$\cancel{y: v_2\cos\beta + 2u_{упр} = v_1\cos\alpha}$

$\cancel{u_{упр} = \frac{v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha}{2} = 12\cdot\sqrt{1-\frac{4}{9}} - 6\cdot\sqrt{}}$

Рассмотрим крайний случай неупругого удара т.е. полностью упругий удар

$\cancel{уд} + mV_1\cos\alpha = -2U_{упр} + mV_2\cos\beta$

$$U_{упр} = \frac{V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha}{2} = \frac{12\cdot\sqrt{1-\frac{1}{9}} - 6\cdot\sqrt{1-\frac{4}{9}}}{2} =$$

$$= 6\cdot\frac{\sqrt{8}}{3} - 3\cdot\frac{\sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{8} - \sqrt{5} \text{ м/с}$$

$U_{упр}$ - это скорость плиты, если вся энергия системы сохраняется. Если же удар будет неупругим с коэф. η потерь, то понадобится большая скорость плиты для передачи Δp ~~шар~~ системе шарик. Плита не может двигаться в одну сторону с шариком по оси y т.к $|V_2\cos\beta| > |V_1\cos\alpha|$.

Исходя из рассуждений $U_{упр}$ это минимальная скорость плиты, при которой шарик может получить скорость V_2. $\Rightarrow U > U_{упр}$. Но если $U > V_2\cos\beta$, то шарик будет иметь ли скорость U ли больше U, что невозможно $\Rightarrow V_2\cos\beta \geq U > U_{упр}$

т.к. при полностью неупругом ударе

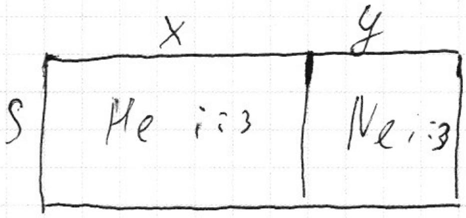
Ответ: $V_2 = 12$ м/с

$4\sqrt{2} \geq U > 2\sqrt{8} - \sqrt{5}$ [м/с]

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$\nu = \frac{6}{25}$ моль



$$\begin{cases} P \cdot S \cdot x = \nu R T_1 & \text{для гелия} \\ P \cdot S \cdot y = \nu R T_2 & \text{для неона} \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{S \cdot x}{S \cdot y} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$$

$A_{He} = -A_{Ne}$ в процессе остывания

$$Q_{He} = -Q_{Ne}$$

$$\Delta U_{He} + A_{He} = -(\Delta U_{Ne} + A_{Ne})$$

$$\Delta U_{He} = -\Delta U_{Ne}$$

$$\frac{3}{2} \nu R \Delta T_1 = -\frac{3}{2} \nu R \Delta T_2 \Rightarrow \Delta T_1 = -\Delta T_2 = \frac{\Delta T}{2}$$

$$T_{\text{конечная}} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{2} = 385 \text{ K}$$

№2

Пусть P_2 – конечное давление в сосуде

$$\begin{cases} P_2 S \cdot \frac{x+y}{2} = \nu R T_{кон} \\ P S x = \nu R T_1 \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{T_1}{T_2}$$

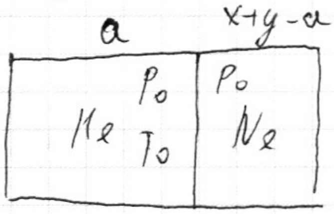
$$x = \frac{3}{4} y$$

$$\frac{P_2}{P} \cdot \frac{\frac{x+\frac{4}{3}x}{2}}{x} = \frac{T_{кон}}{T_1}$$

$$P_2 = \frac{6}{7} \cdot \frac{T_{кон}}{T_1} p = \frac{385}{330} \cdot \frac{6}{7} p = \frac{55}{55} p = p$$

Т.е. конечное давление равно начальному

Рассмотрим переходный процесс. Пусть поршень на расстоянии a от левой стенки сосуда.



P_0 – давление в сосуде

T_0 – ~~давление~~ температура He

Для любого момента справедливо:

$\Delta U_{He} = -\Delta U_{Ne} \Rightarrow \Delta T_{He} = -\Delta T_{Ne}$ т.к. $i = 3$ у He и Ne

$$P_0 \cdot a \cdot S = \nu R T_0$$

$$P_0 \cdot (x+y-a) S = \nu R (T_2 - (T_0 - T_1))$$

$$P_0 (x+y) \cdot S - \cancel{P_0 a S} = \nu R T_2 - \cancel{\nu R T_0} + \nu R T_1$$

$$P_0 = \frac{\nu R T_2 + \nu R T_1}{(x+y) S} = const \Rightarrow$$ этот процесс изобарический

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 продолжение:

т.к процесс изобарический

$Q_{Ne} = C_p \nu \Delta T = \frac{5}{2} R \cdot \frac{6}{25} \cdot (385 - 440) = \frac{+6}{2 \cdot 5} R \cdot 55 = +3 \cdot 11 \cdot R = +33R$

$Q_{Ne} = +33 \cdot 8{,}31 = \cancel{+274{,}23} = \cancel{+274{,}23}$

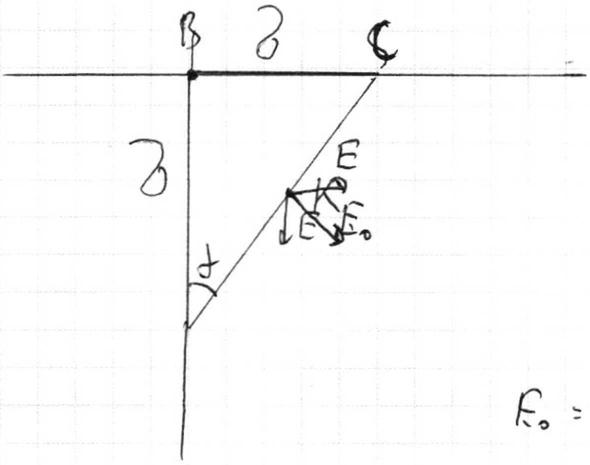
$= +274{,}23$ Дж т.к он нагрел He $Q>0$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times\ 831 \\ \hline 2493 \\ +\ 2493\ \\ \hline 274{,}23 \end{array}$$

Ответ: $\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{3}{4}$; $T_{конечная} = 385K$

$Q_{Ne} = 274{,}23$ (Дж)

№3

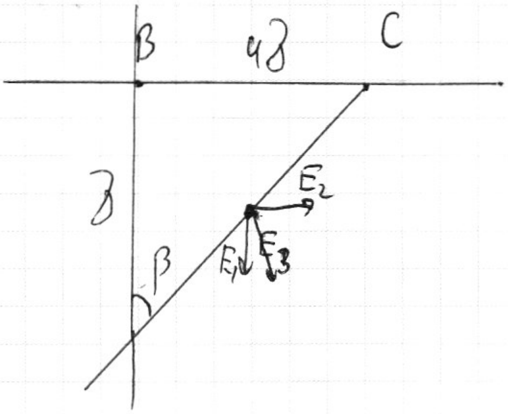


$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ – напряжённость от плоскости

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

$E_0 = \sqrt{2} E$

Воспользовавшись принципом суперпозиции сложим взаимно перпендикулярные составляющие



$\beta = \frac{\pi}{8}$

$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$

$E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$E_3 = \sqrt{\frac{4\sigma^2}{\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} =$

$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{17}{4}} =$

$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \sqrt{17}$

Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раза

2) $E_3 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \sqrt{17}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

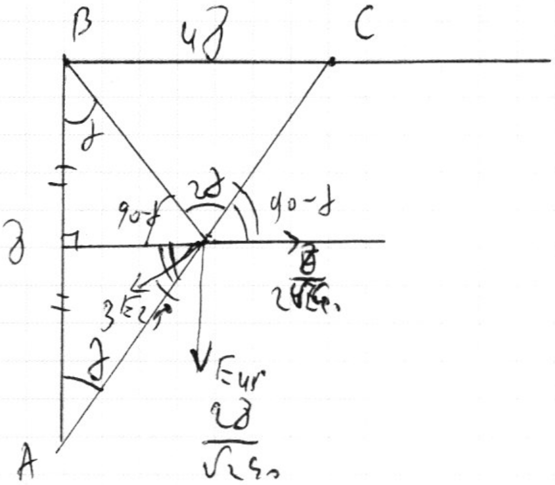
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

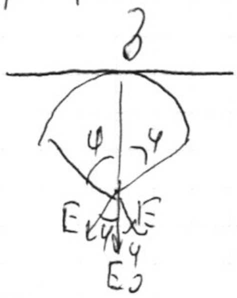
№3

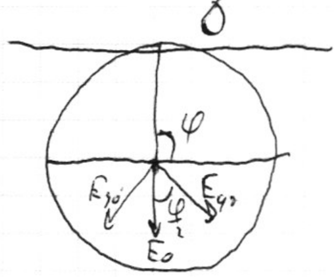


$\gamma = \frac{\pi}{8}$

Пользуясь теоремой о плоскости и сфере

E от $\varphi = 45°$





$E_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 2E_{90°}\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = E_{90°}\sqrt{2}$

$E_{90°} = \frac{\sigma}{2\sqrt{2}\varepsilon_0}$

$2E_{45°}\cdot\cos(22{,}5°) = E_{90°}$

$\cos(22{,}5°) = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}+1}{2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}}{2}$

$E_{45} = \frac{\sigma}{2\sqrt{\sqrt{2}+1}\,\sqrt{2}\,\varepsilon_0}$

$E_K = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{\frac{4}{2}+\frac{1}{8}} = \frac{\sigma\sqrt{17}}{4\varepsilon_0}$

$E_0 = 2\cos\frac{\varphi}{2} E$

$E = \frac{E_0}{2\cos\varphi} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$

$E_0 = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

$\varphi' = 22{,}5° = \frac{\pi}{8}$

~~$F_\sigma =$~~

$2\gamma + 90° - \gamma = 90° + \gamma = \frac{5}{8}\pi$

$90 - \gamma + 90° = \frac{7}{8}\pi$

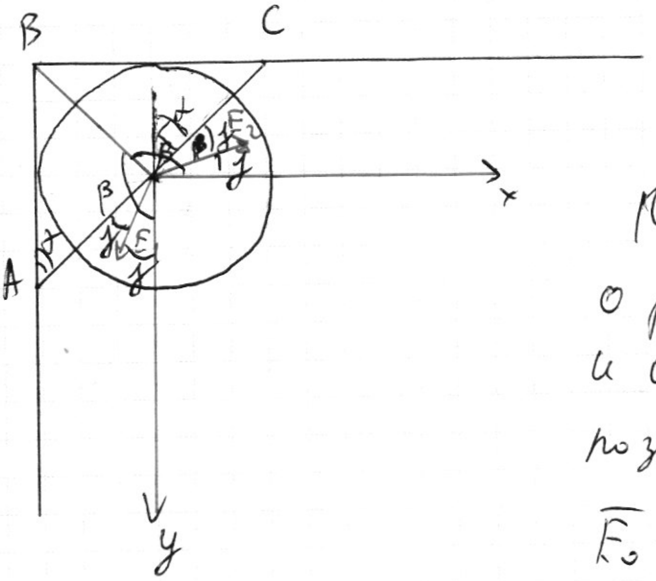
Ответ: 2) $\frac{\sigma\sqrt{17}}{4\varepsilon_0}$

1) в $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ раза

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№3



$\beta = 180° - 45 = 135°$

Пользуясь теоремой о равносильности плоскости и сферы и принципом суперпозиции Найдём E_0

$\overline{E_0} = \overline{E_1} + \overline{E_2}$

$E_1 = E_2 = E$ в силу симметрии

$\gamma = \frac{\beta}{2} - \alpha = 67,5° - 45° = 22,5°$

$x: E_2 \cos\gamma + E_1 \sin\gamma$

$y: E_1 \cos\gamma - E_2 \sin\gamma$

$E_0 = \sqrt{2(E_1 \cos\gamma - E_2 \sin\gamma)^2} = \sqrt{2} E (\cos\gamma - \sin\gamma)$

$E_0^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2\cos(180 - 2\gamma) E_1 E_2 =$

$= 2E^2 + 2\cos\alpha E^2$

$E_0 = E\sqrt{2 + 2\cos\alpha} = E\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

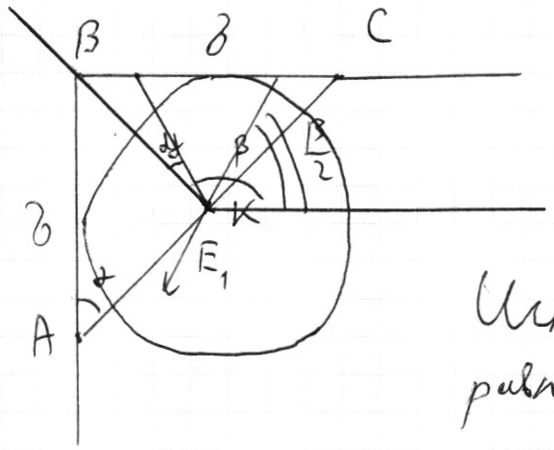
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



$\alpha = \frac{\pi}{4} = 45°$

$\beta = 180° - \alpha = 135°$

Используя теорему о равносильности плоскости и сферы найдём направление напряжённости от BC и т.к пластина AB может быть образована поворотом BC на 90°, то и все прямые и отрезки станут взаимоперпендикулярны =>

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$\cos^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2}$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{\cos 2\alpha + 1}{2}}$

$\sin 2\alpha = 2\cos\alpha \sin\alpha$

$\sin^2 2\alpha = 4\cos^2\alpha \sin^2\alpha = 4\cos^2\alpha(1 - \cos^2\alpha) =$

$= 4\cos^2\alpha - 4\cos^4\alpha$

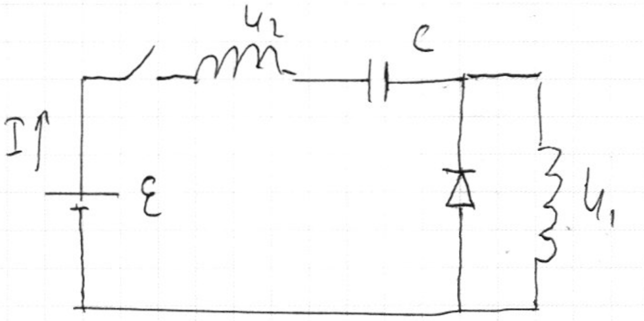
$\sin 2\alpha = 2\cos\alpha(1 - \cos^2\alpha)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$L_2 = 2L$

$L_3 = 3L$

2-ой Закон Кирхгофа

$\mathcal{E} = L_2 \dot{I} + \frac{q}{C} + L_1 \dot{I}$ если $\dot{I} > 0$

$\mathcal{E} = L_2 \dot{I} + \frac{q}{C}$ если $\dot{I} < 0$

$\mathcal{E} = 5L\ddot{q} + \frac{q}{C}$

$\ddot{q} + \frac{q}{5LC} = \frac{\mathcal{E}}{5L}$ $\quad w^2 = \frac{1}{5LC}$

$Q = q + C\mathcal{E}$ $\quad w_1^2 = \frac{1}{2LC}$

$\ddot{Q} + \frac{Q}{5LC} = 0$

$Q = q_0 \cos(wt + \varphi_0) + C\mathcal{E}$ $\quad q_0 = C\mathcal{E}$ при $I = \max$

$\mathcal{E} = \frac{q}{C}$

$\dot{Q} = -wq_0 \sin(wt + \varphi_0)$

$\ddot{Q} = -w^2 q_0 \cos(wt + \varphi_0) = \dot{I}$ т.е. половина периода будет проходить с частотой w.

А вторая половина с частотой w_1.

$$T = \frac{\pi}{\omega} + \frac{\pi}{\omega_1} = \pi\left(\sqrt{5LC} + \sqrt{2LC}\right)$$

$$I_{01} = \omega q_0 = \frac{1}{\sqrt{5LC}} \cdot C\mathcal{E} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}$$

$$\begin{cases} I'_{02} = \omega q_0 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}} \\ I''_{02} = \omega_1 q_0 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{2L}} \end{cases}$$

$$I''_{02} > I'_{02} \Rightarrow I_{02} = I''_{02} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{2L}}$$

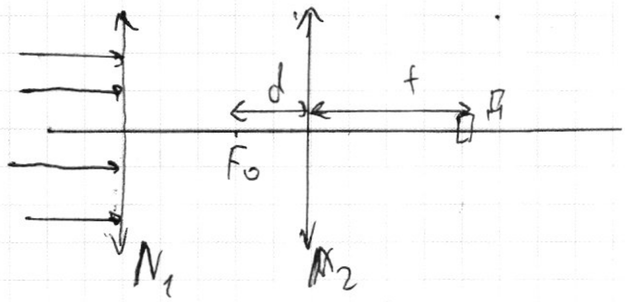
Ответ: $T = \pi\left(\sqrt{5LC} + \sqrt{2LC}\right)$

$I_{01} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}$

$I_{02} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{2L}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



Для линзы $Л_2$ источник находится в точке F_0

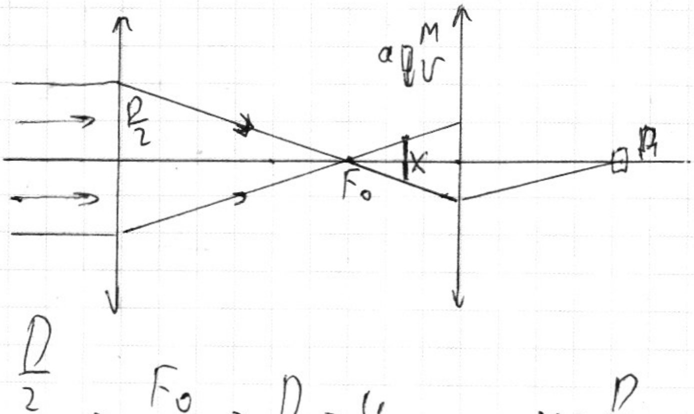
$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{3}{F_0}$$

$$d=\frac{1}{2}F_0=\frac{3}{2}F_0-F_0$$

$$\frac{1}{f}=\frac{3}{F_0}-\frac{2}{F_0}=\frac{1}{F_0}$$

$$f=F_0$$

$F_0 >> D$



Пусть мишень длины a, т.к у нас параксиальные оптика лучи идут параллельно друг другу, а угол

$$\frac{\frac{D}{2}}{\frac{x}{2}}=\frac{F_0}{\frac{F_0}{4}}=\frac{D}{x}=4 \qquad x=\frac{D}{4}$$

$$\begin{cases} v \cdot t_1 = x \\ v \cdot \tau_0 = a \end{cases}$$

т.к $I_1 = \frac{8}{9} I_0$ и интенсивность

$I^2 \sim E$ ~~$\cancel{\ }$~~ $I \sim S \Rightarrow S^2 \sim E$

интенсивность

$$\begin{cases} S_M = \pi \frac{a^2}{2^2} = \frac{\pi a^2}{4} \\ S_x = \pi \frac{x^2}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\pi x^2}{4}\right)^2 = \gamma I_0 \\ \left(\frac{\pi (x^2 - a^2)}{4}\right)^2 = \gamma \frac{8}{9} I_0 \end{cases}$$

γ - коэф. пропорциональности

$$\left(\frac{x^2}{x^2 - a^2}\right)^2 = \frac{9}{8}$$

$$x^2 = \frac{3}{\sqrt{8}} (x^2 - a^2)$$

$$\frac{\sqrt{8} - 3}{\sqrt{8}} x^2 = -\frac{3}{\sqrt{8}} a^2$$

$$(3 - \sqrt{8}) x^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{3 - \sqrt{8}}\, x$$

$$\frac{t_1}{\tau_0} = \frac{x}{a} = \frac{1}{\sqrt{3 - \sqrt{8}}}$$

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{3 - \sqrt{8}}} \tau_0$$

$$v \cdot \frac{\tau_0}{\sqrt{3 - \sqrt{8}}} = x = \frac{D}{4}$$

$$v = \frac{D}{\tau_0} \cdot \frac{\sqrt{3 - \sqrt{8}}}{4}$$

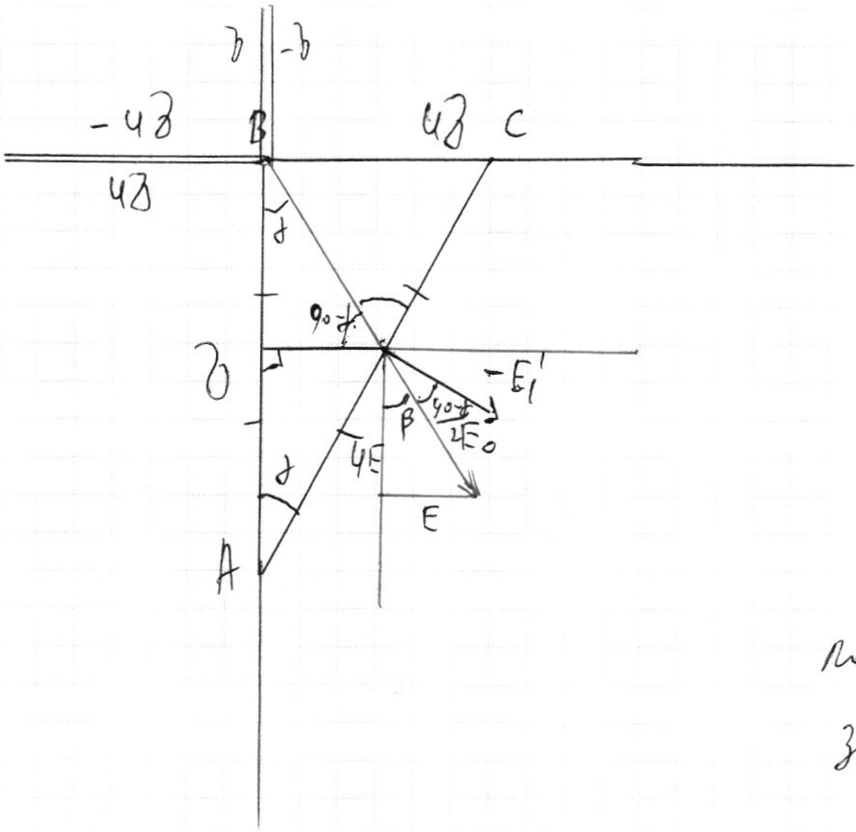
Ответ: $f = F_0$ - расстояние до детектора

$$v = \frac{D}{\tau_0} \frac{\sqrt{3 - \sqrt{8}}}{4}$$

$$t_1 = \frac{\tau_0}{\sqrt{3 - \sqrt{8}}}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



Используя принцип суперпозиции достроим плоскости BC и AB

Получим E_0 от них, а потом продолжение BC и AB заменим на $-4σ$ и $-σ$ соот.

$$E_0 = \sqrt{16E^2 + E^2} = \sqrt{17}E$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

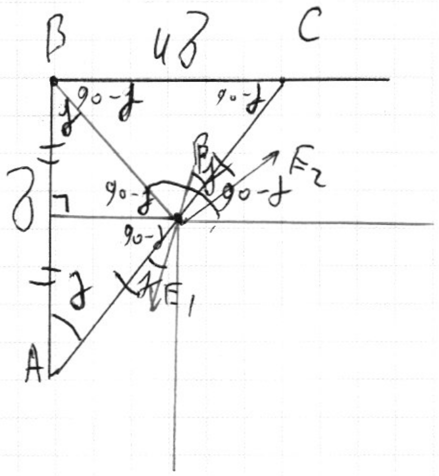
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\gamma = \frac{\pi}{8}$

$\beta = \pi - \gamma = \frac{7}{8}\pi$

$\frac{\beta}{2} = \frac{7}{16}\pi$

$\gamma = \frac{\beta}{2} - (90 - \gamma) = \frac{7}{16}\pi - \frac{3}{8}\pi = \frac{1}{16}\pi$

$E_1 = 4E_2$ т.к. $E \sim \sigma$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)