

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

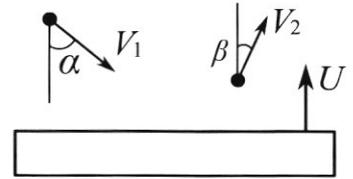
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



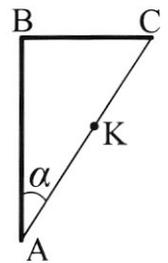
- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

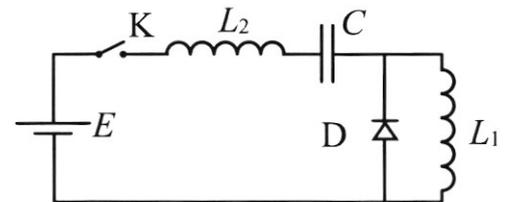
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

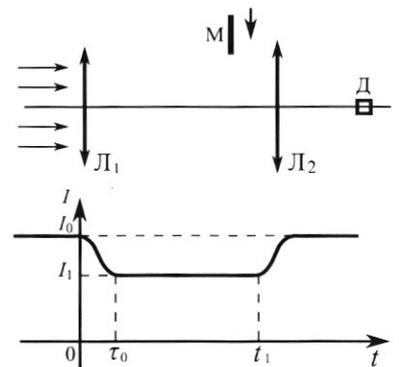
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



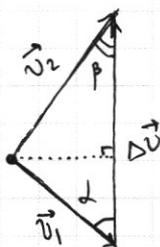
- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. 1) пов-ть плиты гладкая \rightarrow сила реакции вертикальна;

$$m\vec{v}_1 + \Delta\vec{p} = m\vec{v}_2; \quad \Delta\vec{p} = \vec{N}\Delta t \quad (\Delta t \text{ мало} \Rightarrow \vec{N} \approx \text{const}) \Rightarrow \Delta\vec{v} \text{ вертик.}$$

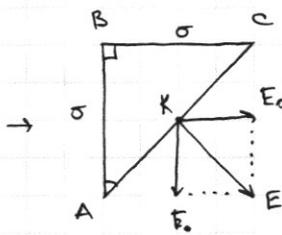
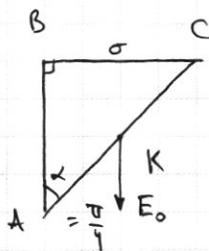


$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 6 \text{ м/с} \cdot \frac{2/3}{1/3} = \underline{12 \text{ м/с}}$$

Ответ 1: 12 м/с.

3. 1)



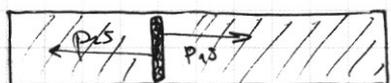
из симметрии ~~тоже~~ $\vec{E}_0 \perp BC$;
~~тоже~~ поле DC и AB
одинаковы (по симметрии)

\rightarrow точность до поворота симметрии; тригонометрия суперпозиции

$$\Rightarrow E = \sqrt{2} E_0. \quad \text{Ответ 1: } \sqrt{2} \text{ раз.}$$

~~по симметрии K посередине, преобразовать в равносторонний~~

2.)


 $\text{He}, T_1, \text{He}$
 $\text{Ne}, T_2, \text{Ne}$
 p_1, V_1
 p_2, V_2
 S - площадь сечения цилиндра

 $p_1 S = p_2 S$, т.к. а поршня = 0; II y. II.

 $\Rightarrow p_1 = p_2$;

$$\begin{cases} p_1 V_1 = JRT_1 \\ p_2 V_2 = JRT_2 \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330\text{K}}{440\text{K}} = 0,75 \text{ - ответ (1).}$$

2) соотношение $p_1 = p_2$ сохраняется; (объемы давление p);

через некоторое время T установится; J одинаковое \Rightarrow

JRT одинаковые; p одинаковые $\Rightarrow V = \frac{JRT}{p}$ тоже одинаковые.

$$V_1 + V_2 = 2V.$$

p одинак., ΔV ~~одинак. по воз~~ ^{противоположно} $\Rightarrow A_{\text{He}} + A_{\text{Ne}} = 0$;

цилиндр тепло упор. $\Rightarrow \Delta U_{\text{He}} + \Delta U_{\text{Ne}} = 0$; $\Rightarrow Q_{\text{He}} + Q_{\text{Ne}} = 0$.

3)

$$\Delta U_{\text{He}} + \Delta U_{\text{Ne}} = 0$$

$$\frac{3}{2}JR(T-T_1) + \frac{3}{2}JR(T-T_2) = 0$$

$$2T = T_1 + T_2$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330\text{K} + 440\text{K}}{2} = 385\text{K} \text{ - ответ (2)}$$

4)

$$\begin{cases} p_1 V_1 = JRT_1 \\ p_1 V_2 = JRT_2 \end{cases}$$

$$p_1 (V_1 + V_2) = JR(T_1 + T_2)$$

$$p_1 \cdot 2V = JR \cdot 2T$$

$$p_1 = \frac{JRT}{V} = p$$

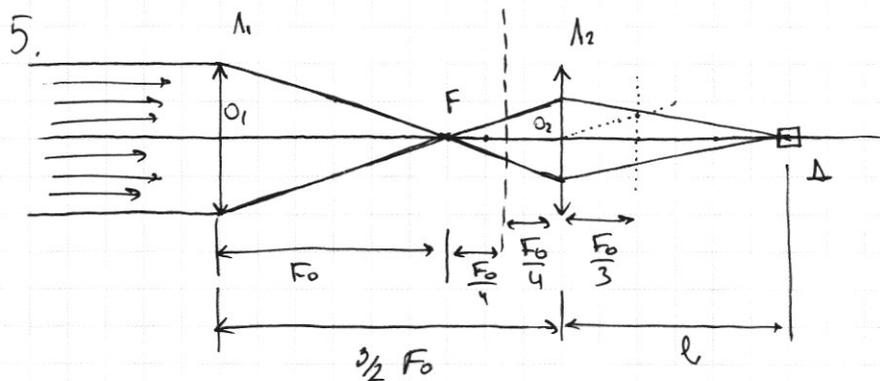
$p = \text{const} \Rightarrow$ ~~$p_1 = p_2 = p$~~

$$A_{\text{He}} = p \Delta V_{\text{He}} = -A_{\text{Ne}}$$

$$\begin{aligned} 5) A_{\text{Ne}} &= p \Delta V_{\text{Ne}} = p \cdot \left(V - \frac{3}{4} \cdot 2V \right) = p \cdot \frac{1}{4} V = \\ &= \frac{JRT}{V} \cdot \frac{1}{4} V = \frac{1}{4} JRT; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{He}} &= \Delta U_{\text{He}} + A_{\text{He}} = \frac{3}{2}JR(T-T_1) + \frac{1}{4}JRT = \\ &= JR \cdot \left(\frac{3}{2}T - \frac{3}{2}T_1 + \frac{1}{4}T \right) = JR \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{370}{2} - \frac{3}{2} \cdot 330 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \cdot \frac{370}{2} \right) K = JR \left(\frac{110}{2} K \left(\frac{21}{2} - 9 + 1 \right) \right) = \frac{6}{25} \cdot 8,31 \cdot \frac{110}{2} \cdot 2,5 = \\ &= 274,23 \text{ Дж. - ответ (3)} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) 1.1) лучок сходит в т. F — фокуса L_1 ; $O_1 F = F_0$; $F O_2 = \frac{3}{2} F_0 - F_0 = \frac{F_0}{2}$

1.2) $\frac{1}{O_2 F} + \frac{1}{l} = \frac{1}{F_0/3}$

$$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{l} = \frac{3}{F_0}$$

$$l = F_0 \text{ — ответ (1)}$$

2) 2.1) лучок с сферической интенсивностью \rightarrow
мощность пропорциональна площади сечения.

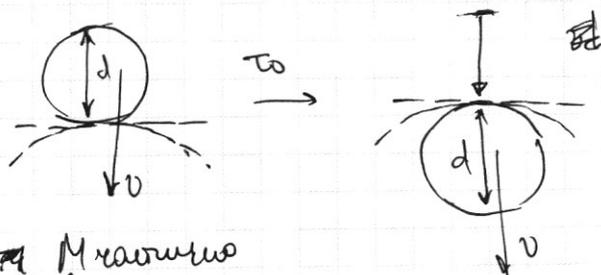
$$\frac{\pi D^2}{4} \rightarrow F_0; \quad \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow I_1 = \frac{8}{9} F_0 \Rightarrow \frac{\pi d^2}{4} = \frac{1}{9} \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

(D' — сечение луча там, где сфокусируется M)

$$d = \frac{D'}{3}$$

где d — диаметр M.

2.2)

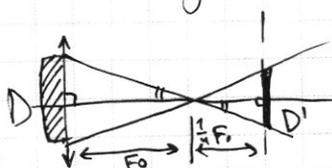


$$v F_0 = d$$

$$v = \frac{d}{F_0} = \frac{D'}{3 F_0}$$

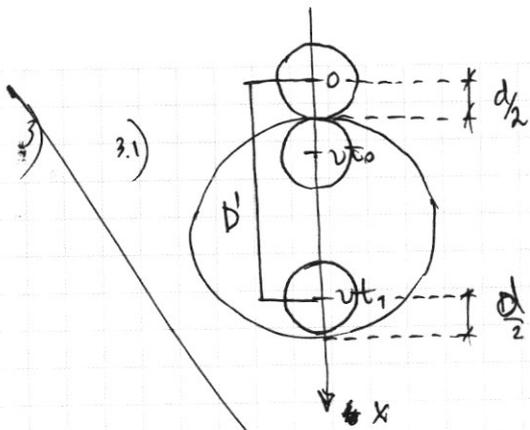
от O_2 до F_0 M направлено
защитывает лучок

2.3)



$$\frac{D}{2} : F_0 = \frac{D'}{2} : \left(\frac{5}{4} F_0 - F_0 \right) \Rightarrow D' = \frac{D}{4}$$

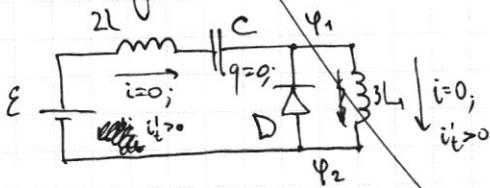
$$v = \frac{D/4}{3 F_0} = \frac{D}{12 F_0} \text{ — ответ (2)}$$



$$v_{t1} = D'$$

$$t_1 = \frac{D'}{v} = \frac{D}{4} \cdot \frac{D/4}{3\pi_0} = \underline{3\pi_0} \text{ — ответ (3)}$$

4. 1) сразу после замыкания



$$i_t > 0 \Rightarrow \psi_1 - \psi_2 = 3L \cdot \frac{di}{dt} > 0 \Rightarrow i_D = 0$$

~~и~~

$$5L \cdot \frac{di}{dt} = \varepsilon$$

2) там же i растет, пока не достигнет максимума; после этого

$$\frac{di_2}{dt} < 0 \Rightarrow i_D > 0; \Delta\psi_1 = 0 \text{ (зарядка до } U_{\text{зар}} = 0)$$

$$\Rightarrow \frac{di_1}{dt} = 0 \Rightarrow i_1 = i_{\text{max}} \text{ в дальнейшем;}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{5LC} q = \frac{\varepsilon}{5L}$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \cdot 2\pi\sqrt{5LC}$$

$$i_2 = i_{\text{max}} - i_D;$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{2LC} q = \frac{\varepsilon}{2L};$$

и так пока

$$i_D = i_{\text{max}} - i_2 \neq 0 \quad \psi_2 - \psi_1 > 0.$$

~~и~~

3) на 1-м этапе $\ddot{q} + \frac{1}{5LC} q = \frac{\varepsilon}{5L}$

$$q = q_{\text{max}} \left\{ \cos\left(\sqrt{\frac{1}{5LC}} t + \varphi_0\right) + CE \right\};$$

$$q \dot{i} = -q_{\text{max}} \cdot \sqrt{\frac{1}{5LC}} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{5LC}} t + \varphi_0\right);$$

$$\text{при } t=0 \quad q=Q, i=0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} q_{\text{max}} \cos \varphi_0 + CE = 0 \\ q_{\text{max}} \sqrt{\frac{1}{5LC}} \sin \varphi_0 = 0 \end{cases}$$

$$q_{\text{max}} \sqrt{\frac{1}{5LC}} \sin \varphi_0 = 0$$

$$\varphi_0 = \pi$$

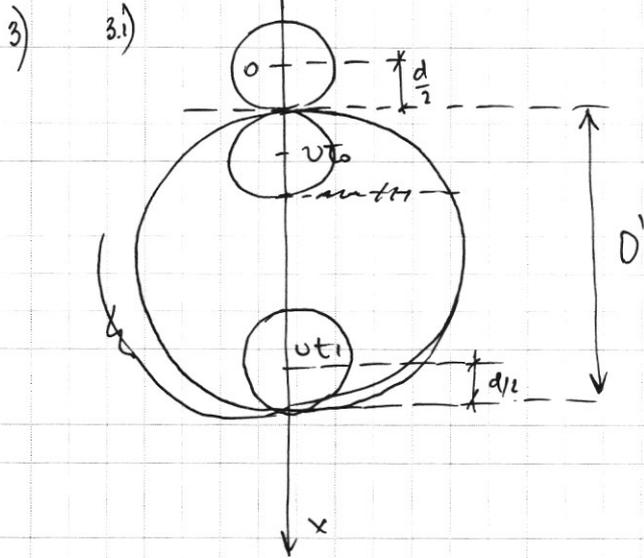
$$-q_{\text{max}} + CE = 0$$

$$q_{\text{max}} = CE$$

$$\frac{di}{dt} = -q_{\text{max}} \frac{1}{5LC} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{5LC}} t + \varphi_0\right)$$

$$\left(-\frac{1}{5LC}\right)(-CE) > 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

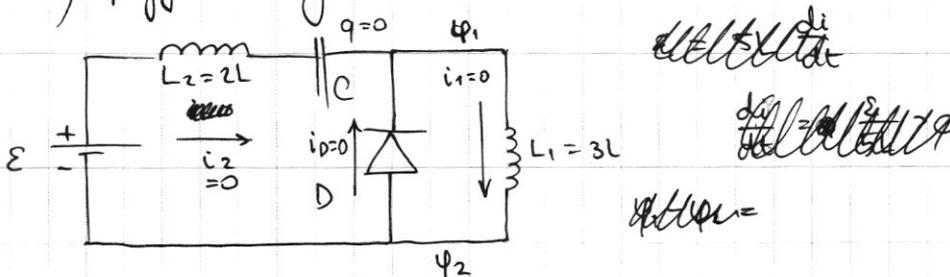


$$v t_1 = D'$$

$$t_1 = \frac{D'}{v} = D' \cdot \frac{D'}{3\tau_0} = \tau_0 \cdot 3$$

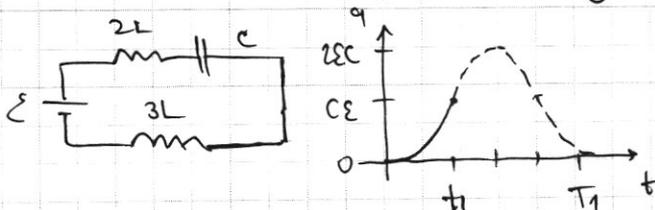
ответ (3): $t_1 = 3\tau_0$

4. 1) сразу после замыкания



Ток в катушках будет увеличен $\Rightarrow \psi_1 - \psi_2 > 0 \Rightarrow i_D = 0$
на протяжении I этапа

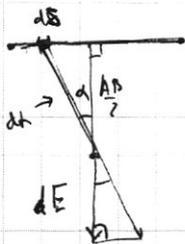
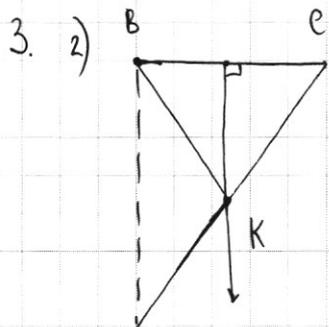
2) I этап: i_2 от 0 до $\frac{C\epsilon}{\sqrt{5LC}}$ за $t_1 = \frac{T_1}{4} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \sqrt{5LC}$



$$q = C\epsilon \cos\left(\frac{t}{\sqrt{5LC}} + \pi\right) + C\epsilon$$

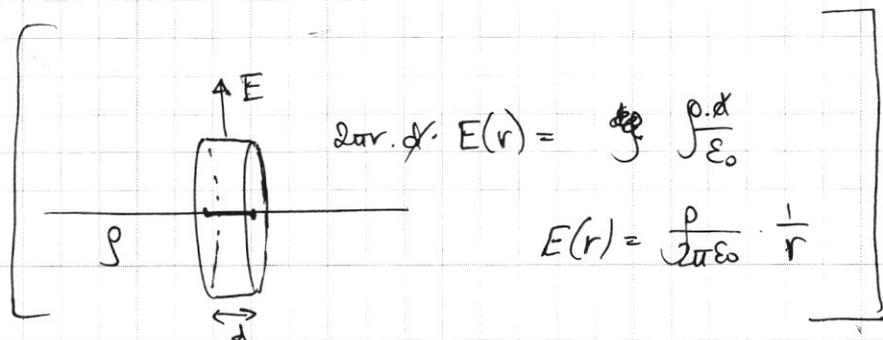
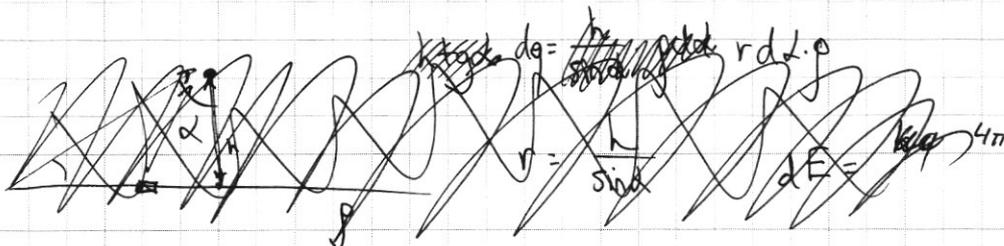
~~scribbled out~~ $i_2 = \dot{q}$

3) II этап: при $\frac{di_2}{dt} = 0$ открывается D $\Rightarrow \psi_1 = \psi_2 \Rightarrow i_2 = \frac{C\epsilon}{\sqrt{5LC}}$
на протяжении этапа; $[\psi_2 = 0]$



$$dE = \cos \alpha \cdot \left(\frac{AB/2}{\sin \alpha} \right)^{-1} \cdot \frac{\rho}{2\pi \epsilon_0} =$$

$$= \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2\pi \epsilon_0} \cdot \sigma ds \cdot \left(\frac{1}{AB/2} \right)^2 \quad \ominus$$

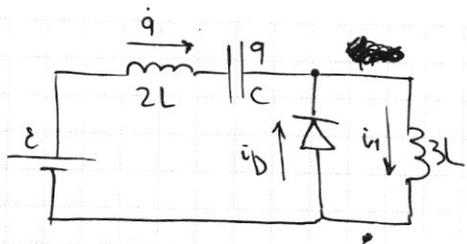


$$\ominus \frac{\sin 2\alpha}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{2}{AB} \cdot \rho \cdot ds = dE$$

$$\rho = \frac{q}{\ell} = \frac{\sigma ds}{\ell} = \sigma \cdot \frac{dx \ell}{\ell} = \sigma dx = \sigma dx \cdot \frac{AB/2}{\sin \alpha}$$

$$dE = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2\pi \epsilon_0} \cdot \frac{2}{AB} \cdot \sigma \cdot dx \cdot \frac{AB}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\sigma}{2\pi \epsilon_0} \cdot \cos \alpha dx$$

$$\int_0^E dE = \int_{-\pi/8}^{\pi/8} \frac{\sigma}{2\pi \epsilon_0} \cdot \cos \alpha dx = \frac{\sigma}{2\pi \epsilon_0} \cdot \left(-\sin \alpha \right) \Big|_{-\pi/8}^{\pi/8}$$



$$\varepsilon - 2L\ddot{q} - \frac{q}{c} = 0$$

~~$\ddot{q} + \frac{q}{2Lc} = \frac{\varepsilon}{2L}$~~

$$\ddot{q} + \frac{q}{2Lc} = \frac{\varepsilon}{2L} \Rightarrow q = q_m \cos\left(\frac{t}{\sqrt{2Lc}} + \varphi_0\right) + c\varepsilon$$

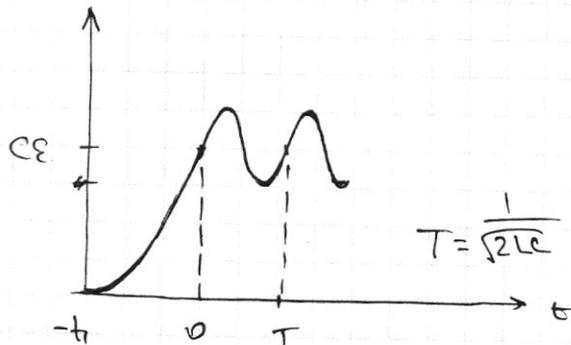
В нар. мом-т $q = c\varepsilon, \dot{q} = \frac{c\varepsilon}{\sqrt{2Lc}}$

$$\cos\varphi_0 = 0 \quad |$$

$$q_m \cdot \frac{1}{\sqrt{2Lc}} \cdot (-\sin\varphi_0) = \frac{c\varepsilon}{\sqrt{2Lc}} \Rightarrow$$

~~$q_m \cdot \frac{1}{\sqrt{2Lc}} \cdot (-\sin\varphi_0) = \frac{c\varepsilon}{\sqrt{2Lc}}$~~
 ~~$q_m = c\varepsilon$~~

$$\begin{cases} q_m = \sqrt{\frac{2}{5}} c\varepsilon \\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$



Макс. ток на II этапе не превосходит $\frac{c\varepsilon}{\sqrt{2Lc}} \Rightarrow$ Достается

открыт+1M \Rightarrow в этот период $= T = \frac{1}{\sqrt{2Lc}}$ - ответ 1

4) $I_{01} = \frac{c\varepsilon}{\sqrt{2Lc}}; \quad$ - ответ 2

$I_{02} = \frac{c\varepsilon}{\sqrt{2Lc}} \quad$ - ответ 3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$i_{\max} = \frac{1}{\sqrt{5LC}} \cdot q_{\max} = \frac{CE}{\sqrt{5LC}}$$

4)
$$\dot{q} + \frac{1}{2LC} q = \frac{\varepsilon}{2L} \Rightarrow q = q_{\max} 2 \cos\left(\sqrt{\frac{1}{2LC}} t + \varphi_0\right) + CE;$$

при $t=0$ $q = i_{\max}; q = CE;$

~~q = i_{\max}~~
~~q = CE~~

~~$CE = q_{\max} 2 \cos \varphi_0 + CE$~~

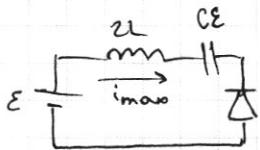
$CE = q_{\max} 2 \cos \varphi_0 + CE$

$\frac{CE}{\sqrt{5LC}} = -\frac{1}{2LC} \cdot q_{\max} 2 \sin \varphi_0$

$\varphi_0 = \pm \frac{\pi}{2}; \Rightarrow \sin \varphi_0 = \pm 1$

$CE \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = -\sin \varphi_0 \cdot q_{\max} 2$

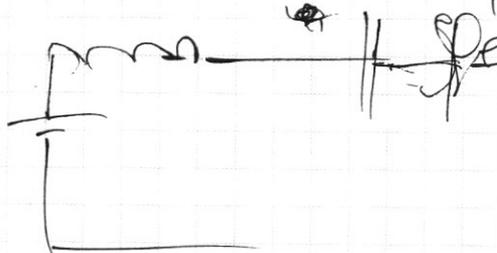
$\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}; q_{\max} 2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} CE$



$C \cdot \dot{q} = \varepsilon \Rightarrow i_{\max}$ - макс. ток на этапе 2 \Rightarrow условие $i_0 < 0$ не выполняется

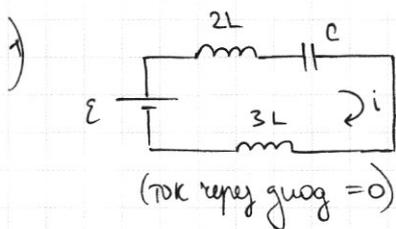
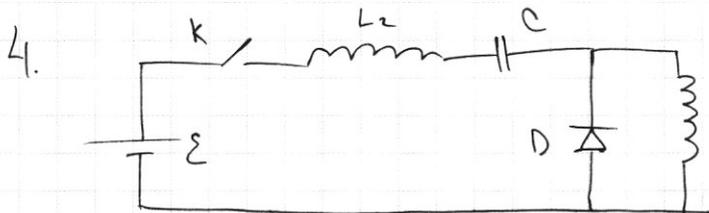
~~$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$~~

$\varphi_0 = \varepsilon - 2L \frac{di_0}{dt} - \frac{q}{C}$



- 1 ~~1/2~~
- 2 ✓
- 3 ~~1/2~~
- 4 неверно
- 5 ✓

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



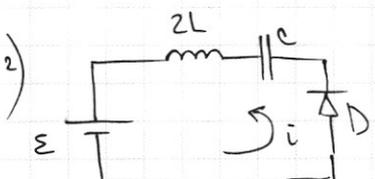
$5L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon$
 $\ddot{q} + \frac{q}{5LC} = \frac{\varepsilon}{5L}$
 $T_1 = 2\pi\sqrt{5LC}$

$\frac{q^2}{2C} + \dots$
 $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right) = \varepsilon i$
 $L i \dot{i} = \varepsilon$ energy

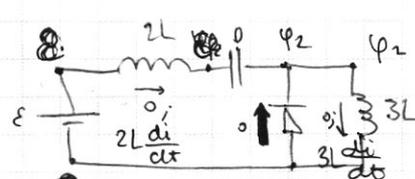
Время от $i=0$ до $i=0$ $= \frac{T_1}{2}$

$q = q_1 \cos\left(\frac{t}{\sqrt{5LC}} + \varphi_1\right) + C\varepsilon$
 $i = \frac{q_1}{\sqrt{5LC}} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{5LC}} + \varphi_1\right)$
 $\frac{di}{dt} = \frac{q_1}{5LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{5LC}} + \varphi_1\right)$

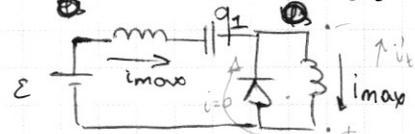
$\varepsilon = E \cdot d$
 $qE = F \cdot d = W$



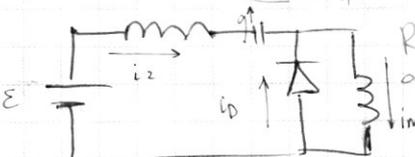
(ток через катушку = 0)
 (направление i меняется через $i=0 \Rightarrow$ не будет течения, это ток есть и через катушку и через диод)



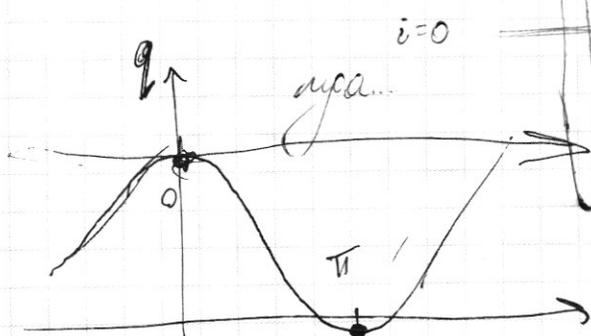
$\varphi_2 = 3L \frac{di}{dt} = \frac{3}{5} \varepsilon$
 $5L \frac{di}{dt} = \varepsilon$



$\frac{q_1}{C} + \varepsilon = \varepsilon \Rightarrow q_1 = C\varepsilon$
 ток через диод;



$R_D = 0 \Rightarrow U_D = 0 \Rightarrow i_{max}$ течёт на катушке
 $2L \frac{di_2}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon$

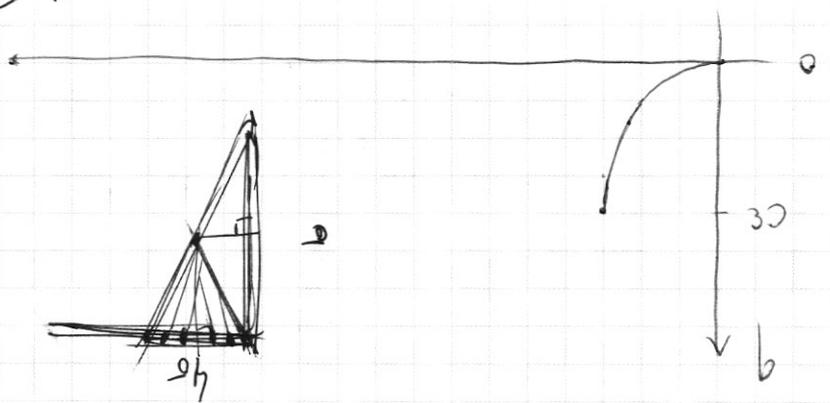
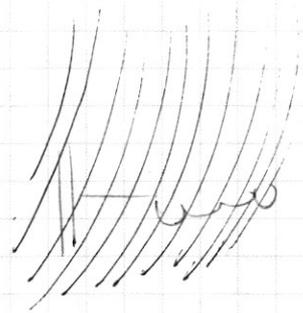


$i_{max} - I_D = i_2$
 $i_D = i_{max} - i_2 > 0$
 значит, q конденсатора и $i_2 = i_{max}$
 нет тока какой-то

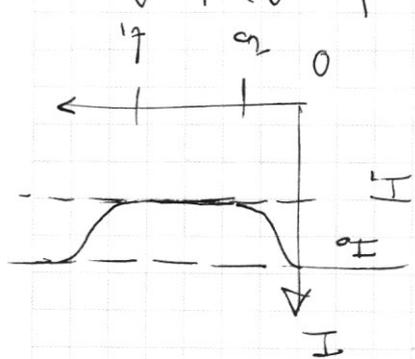
$$\left(\frac{21}{5} \cdot 20 \cdot 70 \right)$$

$$\theta \frac{21}{5} \frac{dx}{dt} + \frac{1}{2} > z$$

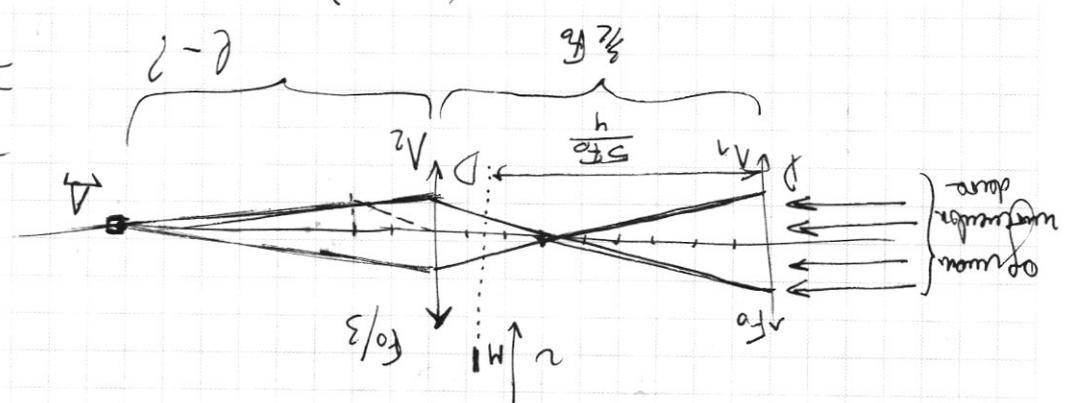
$$\frac{dx}{dt} = \frac{21}{5} \cdot 20 - 3 = 84 - 3 = 81$$



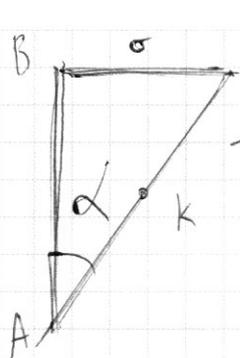
$$i-4 \left(i-2 \right) \left(i-1 \right)$$



$\log D_1 \text{ to } m \log$
 $D \rightarrow \text{гидрометр}$
 $(D \gg F_0)$

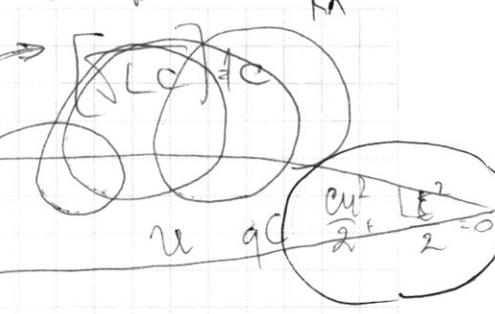


$B = [L] \cdot \frac{A}{l}$; $C = \frac{q}{U} \Rightarrow C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{B}$; $L = \frac{B \cdot c^2}{\kappa \epsilon_0} \Rightarrow$

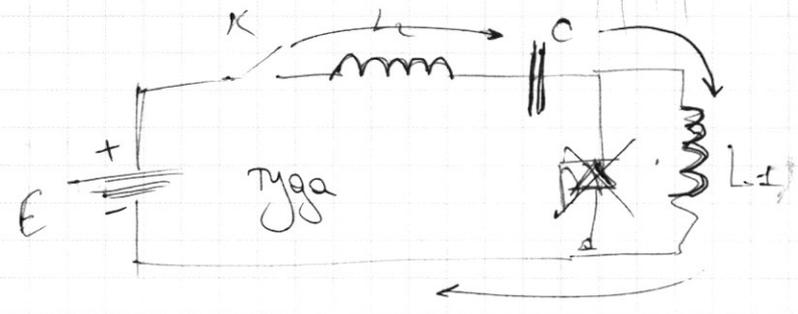


$-L \frac{di}{dt} = \epsilon_i$

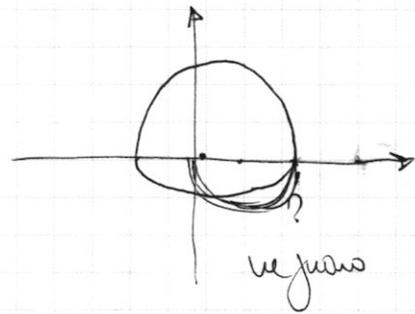
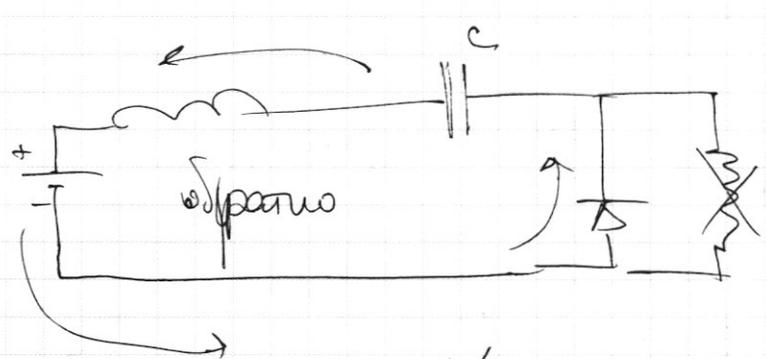
$\frac{CU^2}{2} = \frac{C(\frac{q}{C})^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$



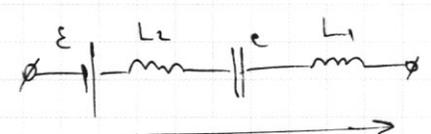
4.



$L_1 = 3L$
 $L_2 = 2L$
 $\varphi = 2\pi \sqrt{LC}$



тыга от I A! Тут не ~~нужно~~ источник ЭДС есть!



$(L_1 + L_2) \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = \epsilon$

$5L \ddot{q} + \frac{1}{C} q = \epsilon$

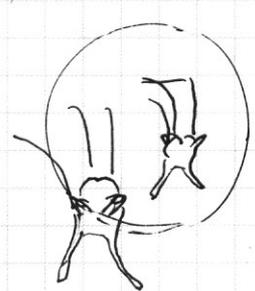
$\ddot{q} + \frac{1}{5LC} q = \frac{\epsilon}{5L}$

$q = q_{max} \cos(\sqrt{\frac{1}{5LC}} t + \varphi) + CE$

$\frac{q}{5LC} = \frac{\epsilon}{5L}$
 $n = CE$



$t=0, q=0 \Rightarrow q_{max} \cos \varphi + CE = CE$



wait... that's not true

