Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

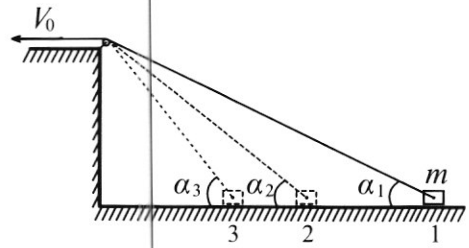
Класс 11

Вариант 11-06

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0. Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin\alpha_1 = \frac{1}{2}, \sin\alpha_2 = \frac{3}{4}, \sin\alpha_3 = \frac{4}{5}$. От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время t_{12}.



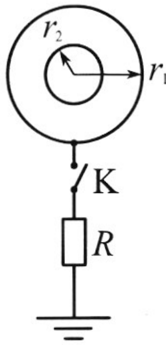
1) Найти скорость V_2 груза при прохождении точки 2.
2) Найти работу лебедки A_{23} при перемещении груза из точки 2 в точку 3.
3) Найти время t_{13} перемещения груза из точки 1 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура T_0 =373 K. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1, в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/6$, где P_0 – нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
2) Найти изменение массы Δm воды.
3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды L, молярная масса воды μ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

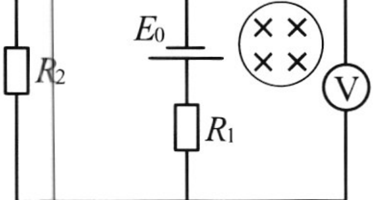
3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится отрицательный заряд $-q$, где q >0, а на внутреннем шаре – положительный заряд Q. Внешний шар соединен с Землей через ключ К и резистор R. Ключ замыкают.



1) Найти заряд q_1 на внешнем шаре после замыкания ключа.
2) Найти энергию W_1 электрического поля в пространстве между шарами (сферами) до замыкания ключа.
3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

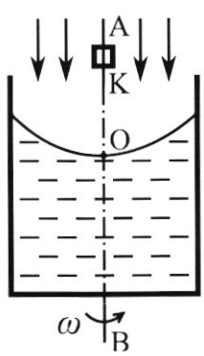
Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 3R$, идеальный источник с ЭДС E_0, вольтметр с сопротивлением $R_V = 4R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области – магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S.



1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью ω = 2,5 с$^{-1}$ вокруг вертикальной оси AB, совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры К, расположенной на оси вращения.



1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке O.
2) На каком расстоянии от точки O будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять g = 10 м/с^2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

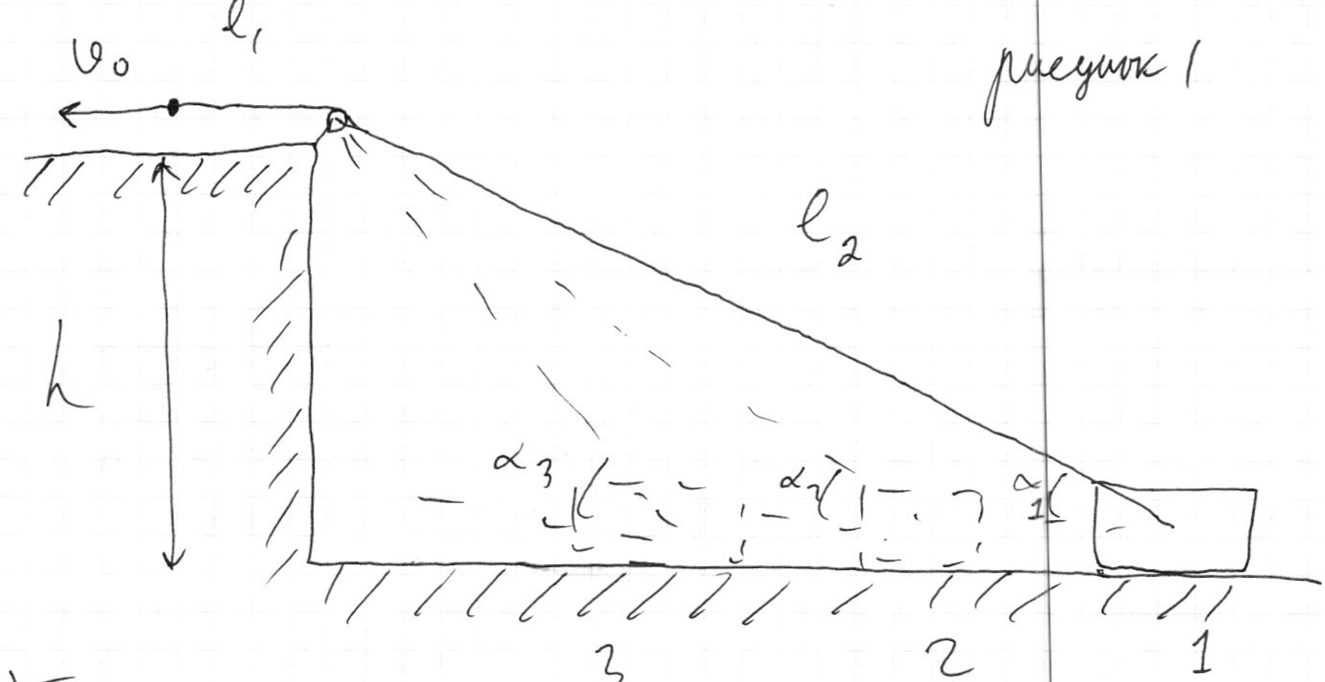


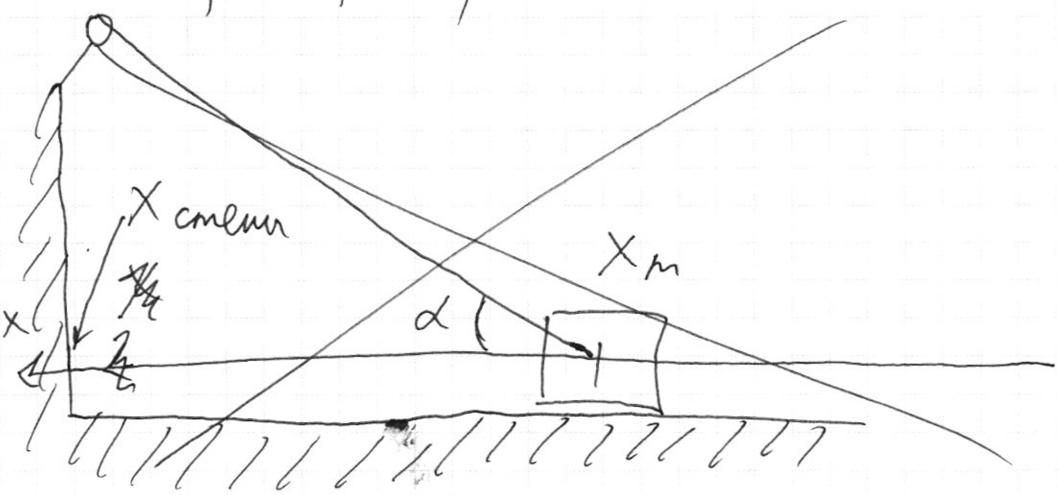
рисунок 1

1) Трос не растягивается: $l_1 + l_2 = const$, где
l_1 – ~~та~~ длина части троса левее блока
l_2 – длина части троса правее блока.
Тогда дифференцируем по t:
$\dot{l}_1 + \dot{l}_2 = 0 \Rightarrow \dot{l}_2 = -\dot{l}_1$, где $\dot{l}_1 = v_0$
$\dot{l}_2 = -v_0$;

2) Из геометрии: $\sin\alpha = \frac{h}{l_2}$ – для ∀ любого α – ~~угл~~ угла между тросом и горизонталью. (правее блока)

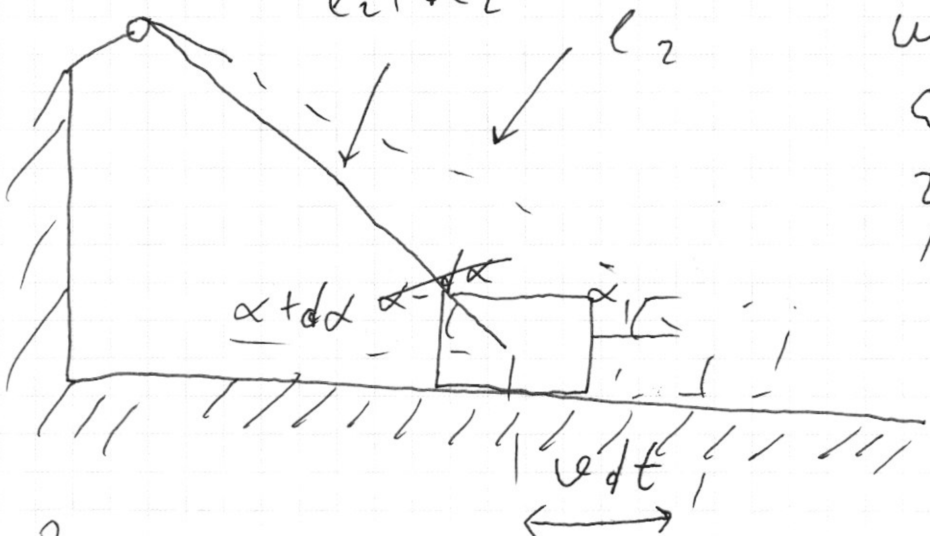
$\cancel{l_2 = \frac{h}{\sin\alpha} \quad \dot{l}_2 = h\cdot(\sin^{-1}\alpha)' = -\frac{h}{\sin^2\alpha}\cdot\cos\alpha\cdot\dot{\alpha}}$

Рассмотрим трос правее блока:



~~$\frac{x_{стены}-x_m}{l_2} = \cos\alpha \Rightarrow l_2 = \frac{x_{стены}-x_m}{l_2\cos\alpha}$~~

Пусть пройдет малый промежуток времени dt:
~~За это время не успевает почти поменяться~~ ~~[illegible]~~



~~Из-за~~
Из рисунка следует, что груз не отрывается от земли. (от положения 1 до 3)

рисунок 2

Запишем ~~ур-а~~ теорем пифагора:

$$l_2^2 = h^2 + (l_2\cos\alpha)^2 \quad (1)$$

$$(l_2+dl_2)^2 = h^2 + (l_2\cos\alpha - v\,dt)^2 \quad (2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2): пренебрежём дифференциалами второго порядка

$$l_2^2 + 2l_2\,dl_2 = h^2 + l_2^2\cos^2\alpha - 2l_2\cos\alpha\, v\,dt$$

Сократим зная, что $l_2^2 = h^2 + l_2^2\cos^2\alpha$

$$+2l_2\,dl_2 = -2l_2\cos\alpha\, v\,dt$$

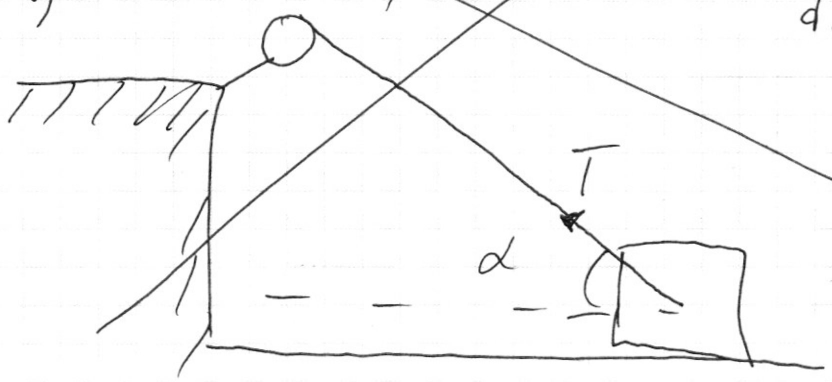
$$-\frac{dl_2}{dt} = v\cos\alpha \overset{\text{по 1 пункту}}{=} v_0$$

$$v = \frac{v_0}{\cos\alpha}$$

1 $v_2 = \frac{v_0}{\cos\alpha_2} = \frac{v_0}{\sqrt{1-\frac{9}{16}}} = \frac{4v_0}{\sqrt{7}}$

3) Трос лёгкий → его сила натяжения в любой его точке одинакова.

4) рисунок 3



~~$dA = \vec{T}\cdot d\vec{S}$~~

$$dA = T\cdot v\,dt\cos\alpha = T\cdot v_0\cdot dt$$

II з-н Ньютона:

$$T\cos\alpha = m\cdot\frac{dv}{dt}$$

$$T\cos\alpha = m\cdot v_0\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dt}$$

$$T = \frac{m v_0 \operatorname{tg}\alpha}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = m v_0 \operatorname{tg}\alpha (1+\operatorname{tg}^2\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

Подставляем:

$$dA = v_0 \cdot m v_0 \operatorname{tg}\alpha \cdot (1+\operatorname{tg}^2\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot dt =$$

$$= m v_0^2 \cdot \operatorname{tg}\alpha (1+\operatorname{tg}^2\alpha) \cdot d\alpha$$

Давайте вспомним рисунок 2:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l_2} \qquad \sin(\alpha + d\alpha) = \frac{h}{l_2 + dl_2}$$

$$\sin(\alpha + d\alpha) = \sin\alpha \cos d\alpha + \sin d\alpha \cos\alpha$$

$\cos d\alpha \approx 1$, $\sin d\alpha \approx d\alpha$ - угол малое

$$\sin\alpha + d\alpha \cos\alpha = \frac{h(l_2 - dl_2)}{(l_2+dl_2)(l_2-dl_2)} =$$

$$= \frac{hl_2 - h\,dl_2}{l_2^2 - (dl_2)^2} \approx \frac{hl_2}{l_2^2} - \frac{h\,dl_2}{l_2^2} =$$

пренебрежём дифф. 2 порядка

$$= \frac{h}{l_2} - \frac{h\,dl_2}{l_2^2} = \sin\alpha - \frac{h\,dl_2}{l_2^2}$$

$$d\alpha \cos\alpha = -\frac{h\,dl_2}{l_2^2}; \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{l_2^2 - h^2}}{l_2}$$

☑ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $A_{23} = E_3 - E_2 = \frac{m\upsilon_3^2}{2} - \frac{m\upsilon_2^2}{2} = \frac{m}{2}(\upsilon_3^2 - \upsilon_2^2)$

$\upsilon_3 = \frac{\upsilon_0}{\cos\alpha_3} = \frac{5\upsilon_0}{3}$

$A_{23} = \frac{m\upsilon_0^2}{2}\left(\frac{25}{9} - \frac{16}{7}\right) = \frac{m\upsilon_0^2}{2} \cdot \frac{175-144}{63} =$

$= \boxed{\frac{31}{126} \cdot m\upsilon_0^2}$

4) Мы знаем, что $\frac{dl_2}{dt} = -\upsilon_0 \Rightarrow \int_{l_{21}}^{l_{22}} dl_2 = -\upsilon_0 \int_0^{t_{12}} dt$

$l_{22} - l_{21} = -\upsilon_0 t_{12}$, а также:

$l_{23} - l_{21} = -\upsilon_0 t_{13}$

$l_{22} = \frac{h}{\sin\alpha_2}$, $l_{21} = \frac{h}{\sin\alpha_1}$, $l_{23} = \frac{h}{\sin\alpha_3}$

$l_{22} = \frac{4h}{3}$, $l_{21} = 2h$, $l_{23} = \frac{5h}{4}$

$\frac{4h}{3} - 2h = -\upsilon_0 t_{12} = -\frac{2h}{3}$, $t_{12} = \frac{2h}{3\upsilon_0}$

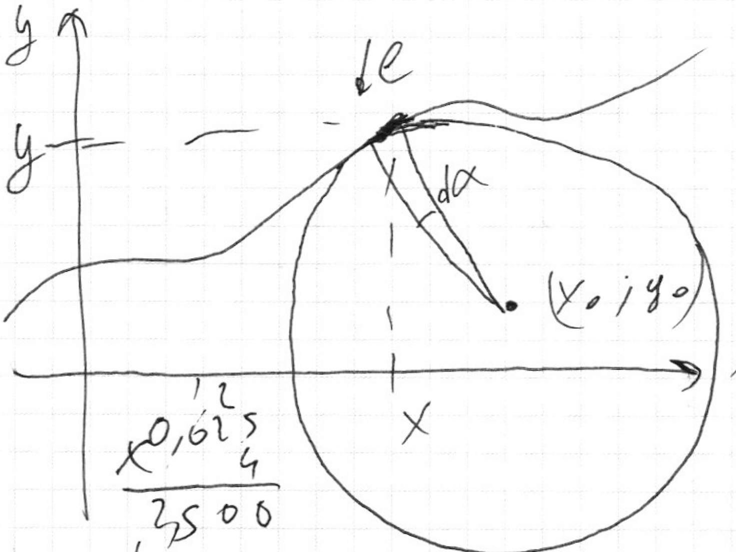
$\frac{5h}{4} - 2h = -\upsilon_0 t_{13} = -\frac{3h}{4}$, $t_{13} = \frac{3h}{4\upsilon_0}$

$\frac{h}{\upsilon_0} = \frac{3}{2} t_{12} \Rightarrow t_{13} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} t_{12} = \boxed{\frac{9}{8} t_{12}}$

Ответ: 1) $V_2 = \frac{4\upsilon_0}{\sqrt{7}}$; 2) $A_{23} = \frac{31}{126} m\upsilon_0^2$; 3) $t_{13} = \frac{9}{8} t_{12}$

~~5.2.~~ Задача 5.1.

Что такое кривизна? Это величина обратная радиусу окружности, которая касается (апроксимирует) окружность в точке.



$f'(x)\, dl = R\, d\alpha$

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

$f''(x)=\frac{d}{dx}\left(\frac{df}{dx}\right)$

$f'(x) \quad \frac{d^2f}{dx^2}$

$\times \frac{0{,}625}{4} \; 2500$

$\frac{dy}{dx}=\operatorname{tg}\alpha \quad (dx)^2+(dy)^2=(dx)^2(1+\operatorname{tg}^2\alpha)$

$dx \operatorname{tg}\alpha$

$1{,}25 \,\underline{|2}\; 0{,}625 \quad 2{,}5\,\underline{|4}\; 24\; 0{,}625$

$\operatorname{tg}\alpha = f'(x) \qquad \left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)'=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\times \frac{1{,}0}{0{,}625}\; 4 \; 2400$

$\cancel{\frac{1}{\cos^2\alpha}} \quad \frac{1}{\cos^2\alpha}\frac{d\alpha}{dx}=f''(x)$

$f''(x)\cdot\cos^2\alpha$

$(dx)^2\left(1+(f'(x))^2\right)=$

$dx\sqrt{1+(f'(x))^2}=dl=R\cdot f''(x)\cdot\cos^2\alpha=$
$=R\cdot f''(x)\frac{dx}{(f'(x))^2+1}$

$(1+(f'(x))^2)^{\frac{3}{2}}\cdot \cancel{dx}=R\cdot f''(x)\cancel{dx}$

$\frac{1}{R}=\frac{f''(x)}{(1+(f'(x))^2)^{\frac{3}{2}}}$

☑ черновик ☐ чистовик

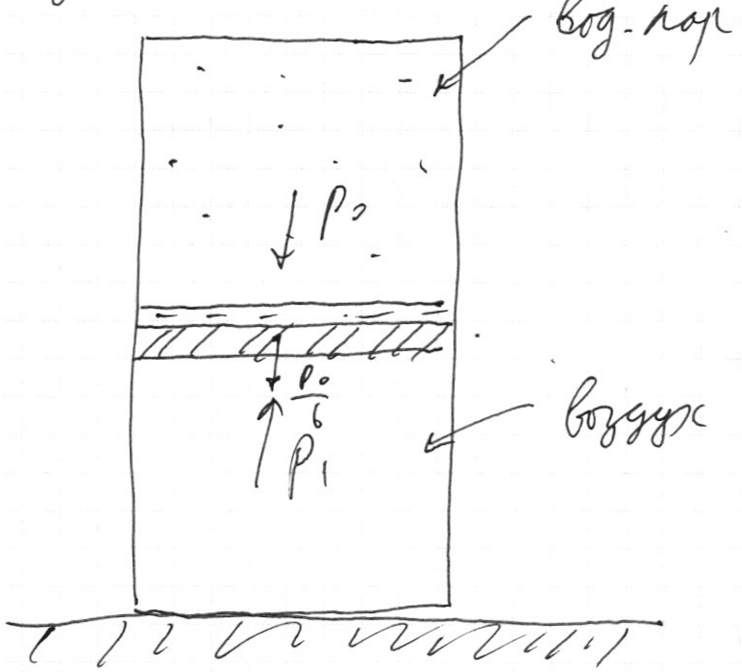
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №___

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



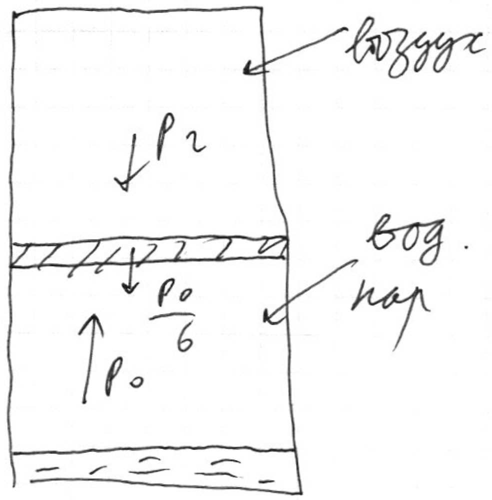
1) Р нас. пара при $T = 373K$ равен P_0.

2) С водяным паром вместе находится ~~вот~~ вода и они в равновесии => пар насыщенный.

3) Поршень в равновесии

Значит: $P_1 - P_0 - \frac{P_0}{6} = 0$ $\quad P_1 = \frac{7P_0}{6}$

После переворачивания:



4) Температура неизменна. Значит, давление нас. вод. пара всё ещё P_0.

5) Поршень в равновесии:

$P_2 + \frac{P_0}{6} - P_0 = 0$

$P_2 = \frac{5P_0}{6}$

6) 4 и 5 пункт ~~во~~ верны, если весь вод. пар не стал жидкостью. Но т.к. воды в начале было мало (по объёму), ~~то~~ и в конце её будет мало по

объёму. ~~Предположим, что это так~~ Это так по условию, значит, всё правильно. не весь пар стал водой

7) Воздух идеальн. газ. Температура неизменна. Закон Бойля-Мариотта верен:

$$\frac{7P_0}{6}\cdot V_1 = \frac{5P_0}{6} V_2 \Rightarrow \boxed{V_2 = \frac{7}{5} V_1}$$

Пусть V_0 — общий объём сосуда

8) Запишем уравнение состояния для вод. пара в продифф. виде:

$$d(P_0 V) = d(\nu R T_0)$$

$$P_0 \int_{V_0 - V_1}^{V_0 - \frac{7}{5}V_1} dV = \int_0^{\Delta\nu} d\left(\frac{m}{\mu}\right)\cdot R T_0$$

$$P_0\cdot\left(-\frac{2}{5}V_1\right) = \Delta\nu\cdot R T_0$$

$$\Delta\nu = -\frac{2P_0 V_1}{5RT_0} = \frac{-\Delta m}{\mu},$$ где Δm — изм. масса жидкости

$$\Delta m = \frac{2P_0 V_1 \mu}{5RT_0}$$

3) $\Delta U = U_2 - U_1$, где $U_2 = \cancel{U_{воздуха} + U_{вод.пара}}$ $U_{сист\,2}$

$U_1 = \cancel{U_{возд}}\ U_{сист\,1}$

понятно, что $U_{возд} = const$, т.к. $T_0 = const$.

А вот в сист. „нас.пар + вода" происходят изменения: конденсация Δm в воду и изменение кол-ва вещества газа

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

вода — многоатомный газ

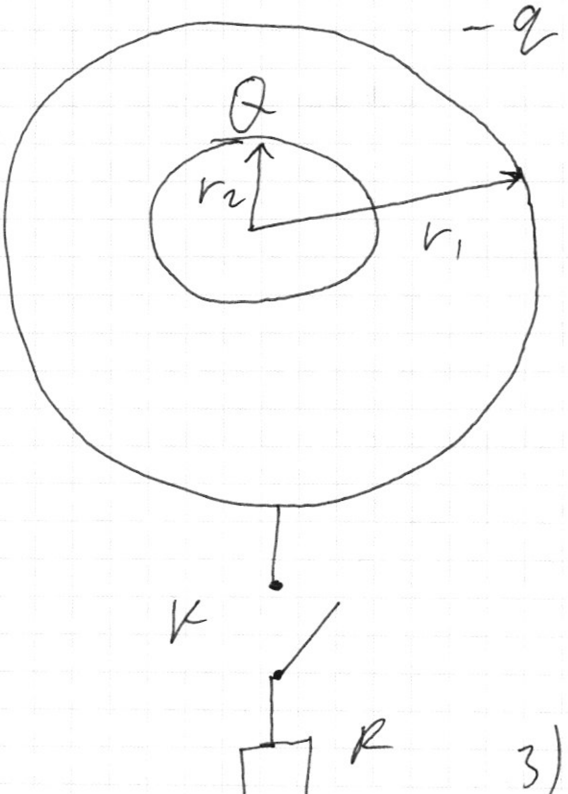
$$\Delta U = -L\Delta m + 3\Delta\nu \cdot RT_0 = -L\Delta m - 3\frac{\Delta m RT_0}{\mu} =$$

$$= -\Delta m\left(L + \frac{3RT_0}{\mu}\right) = -\frac{2P_0V_1\mu}{5RT_0}\left(L + \frac{3RT_0}{\mu}\right)$$

Ответ: 1) $V_2 = \frac{4}{5}V_1$; 2) $\Delta m = \frac{2P_0V_1\mu}{RT_0}$

3) $\Delta U = -\frac{2P_0V_1\mu}{5RT_0}\left(L + \frac{3RT_0}{\mu}\right)$

3 задача.



1) После замыкания потенциал на внешней ~~на~~ сфере станет равен нулю.

2) По принципу суперпозиции полей (потенциалов).

$$\varphi = k\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{Q}{r_1}\right) = 0$$

$$q_1 + Q = 0$$

$$\boxed{q_1 = -Q}$$

3) Воспользуемся теоремой Гаусса:

Выделим сферу на расстояним r от$^{\text{м}}$ общего центра ~~ви~~ сфер:

$$E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \int_0^{\delta V} E^2\cdot dV$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}$$

$$\int_0^{W_1} dW = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = \int_{r_2}^{r_1} \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\cdot 4\pi r^2 \, dr =$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\int_{r_2}^{r_1} dr \cdot \frac{Q^2}{4\pi r^2\cdot \varepsilon_0^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_{r_2}^{r_1}\frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_2}^{r_1} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}(-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) =$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right) = \boxed{\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{r_1-r_2}{r_1 r_2}}$$

4) Поле внутри внутр. сферы не меняется. Его как не было, так и не будет. Поле между сферами также не поменяется. Поменяется лишь поле снаружи. Его $E = \frac{q'}{4\pi r^2\varepsilon_0}$, где q' – сумма зарядов на внутренней и внешних сферах. Посчитаем его потен. энергию:

$$\int_0^{W'} dW = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^{\delta V'} E^2\cdot dV = \int_{r_1}^{\infty} \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\cdot 4\pi r^2\, dr =$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\int_{r_1}^{\infty} dr\cdot \frac{(q')^2}{4\pi r^2\varepsilon_0^2} = \frac{q'^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{\infty}\frac{dr}{r^2} =$$

$$= -\frac{(q')^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{r_1}\right) = \frac{(q')^2}{8\pi\varepsilon_0 r_1}$$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 8

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Понятно, что:

$$W_{до} = \frac{(Q-q)^2}{8\pi\varepsilon_0 k_0 r_1} \qquad W_{после} = 0 = \frac{(Q-Q)^2}{8\pi\varepsilon_0 r_1}$$

здесь мы „забываем" о наличии других областей с полями, т.к. они не меняются

Из закона сохранения энергии следует, что:

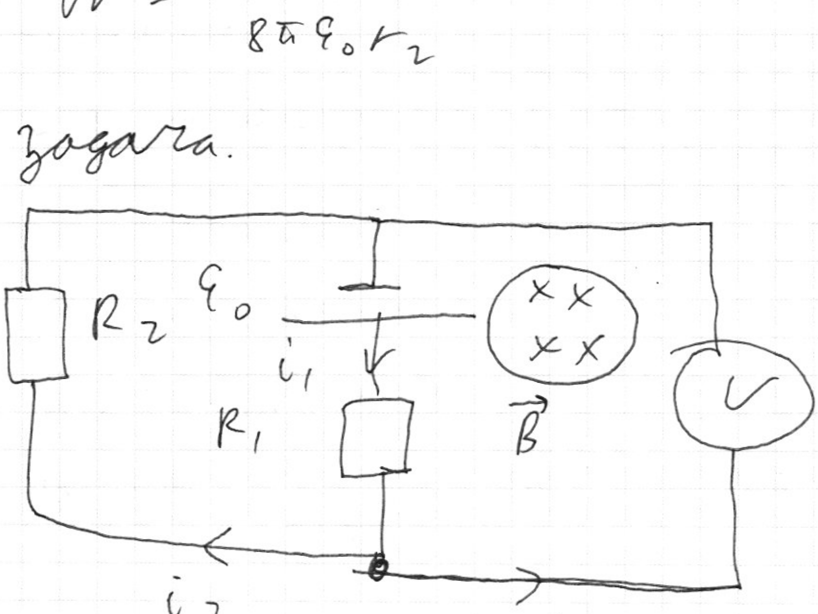
$$W_{тепла} = \frac{(Q-q)^2}{8\pi\varepsilon_0 r_2}$$

(энергия между сферами ~~внутри сферы~~ ~~внутренней~~ не поменяется, т.к. внештанний нашего $W_1 \sim Q^2$ ~~const~~, а заряд внутренней сферы не поменяется, ведь выполняется закон сохранения заряда)

Ответ: 1) $q_1 = -Q$; 2) $W_1 = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}$

3) $W = \frac{(Q-q)^2}{8\pi\varepsilon_0 r_2}$

4 задача.



1) I закон Кирхгофа:

$$i_1 = i_2 + i_V$$

2) II закон Кирхгофа: поле магнитное постоянно $\Rightarrow \mathcal{E}_i = 0$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= i_1 R_1 + i_2 R_2 = i_1 R + i_2 \cdot 3R \\ \mathcal{E}_0 &= i_1 R_1 + i_V R_V = i_1 R + i_V \cdot 4R \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_1 + 3 i_2 = i_1 + 4 i_V \Rightarrow i_V = \frac{3}{4} i_2$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$i_1 = \frac{7}{4} i_2$

$\frac{\varepsilon_0}{R} = \frac{7}{4} i_2 + 3i_2 = \frac{19}{4} i_2 \qquad i_2 = \frac{4\varepsilon_0}{19R}$

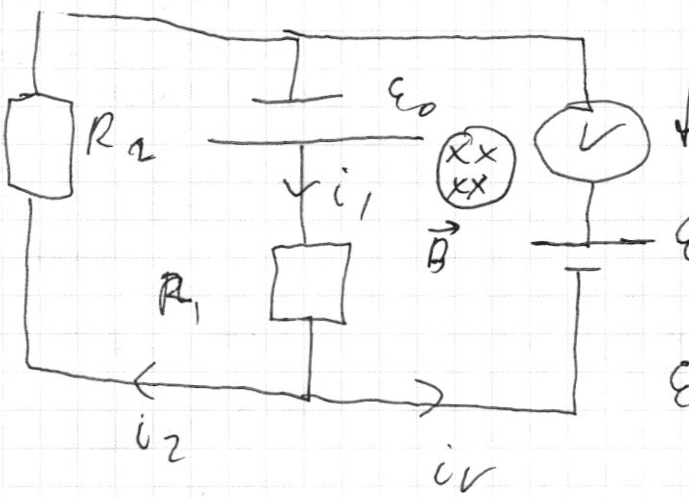
$i_V = \frac{3}{4} \cdot \frac{4\varepsilon_0}{19R} = \frac{3\varepsilon_0}{19R} \qquad i_V R_V = U_1 =$

$= \frac{3\varepsilon_0}{19R} \cdot 4R = \frac{12}{19} \varepsilon_0$

$d\Phi = d(BS) = S \cdot dB$ т.о.

3) Когда индукция м/п переменна, у нас возникнет $|\varepsilon_i| = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \left|-S \cdot \frac{dB}{dt}\right| = kS$ - причем, направление ε_i будет таким, чтобы индукционный ток препятствовал изменению магнитного потока (правило Ленца)

4) (переменные локальные) $i_1 = i_2 + i_V$



5) $\varepsilon_0 + \varepsilon_i = i_1 R_1 + i_V R_V$

$\varepsilon_0 = i_1 R_1 + i_2 R_2$

$\varepsilon_0 + \varepsilon_i = i_1 R + 4 i_V R$

$\varepsilon_0 = i_1 R + 3 i_2 R$

$i_1 + 3i_2 + \frac{\varepsilon_i}{R} = i_1 + 4 i_V$

$i_V = \frac{3}{4} i_2 + \frac{\varepsilon_i}{4R} \qquad i_1 = \frac{7}{4} i_2 + \frac{\varepsilon_i}{4R}$

$\frac{\varepsilon_0}{R} = \frac{7}{4} i_2 + \frac{\varepsilon_i}{4R} + 3i_2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{19}{4}i_2+\frac{\mathcal{E}_i}{4R}=\frac{\mathcal{E}_0}{R}=\frac{4\mathcal{E}_0}{4R}$$

$$19i_2=\frac{4\mathcal{E}_0-\mathcal{E}_i}{R}\qquad i_2=\frac{4\mathcal{E}_0-\mathcal{E}_i}{19R}$$

$$i_V=\frac{3}{4}\cdot\frac{4\mathcal{E}_0-\mathcal{E}_i}{19R}+\frac{\mathcal{E}_i}{4R}=\frac{12\mathcal{E}_0-3\mathcal{E}_i+19\mathcal{E}_i}{76R}=$$

$$=\frac{16\mathcal{E}_i+12\mathcal{E}_0}{76R}=\frac{4\mathcal{E}_i+3\mathcal{E}_0}{19R}$$

$$i_VR_V=V_2=4R\cdot\frac{4\mathcal{E}_i+3\mathcal{E}_0}{19R}=\frac{16\mathcal{E}_i+12\mathcal{E}_0}{19R}=$$

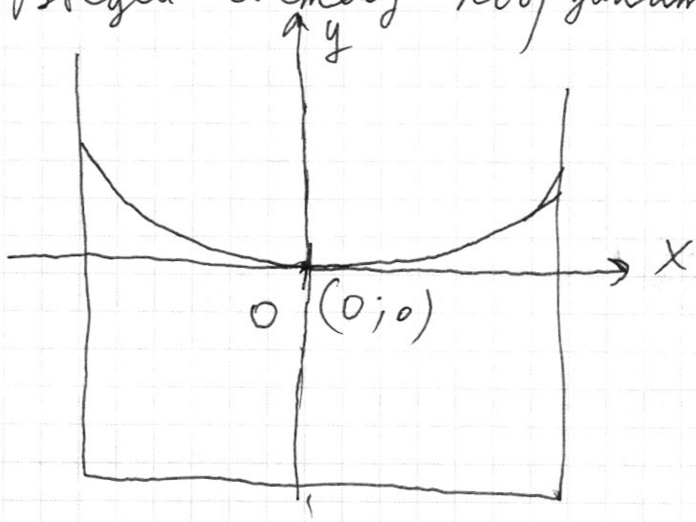
$$=\frac{12\mathcal{E}_0+16kS}{19R}$$

Ответ: 1) $V_1=\frac{12}{19}\mathcal{E}_0$

2) $V_2=\frac{12\mathcal{E}_0+16kS}{19R}$

5 задача.

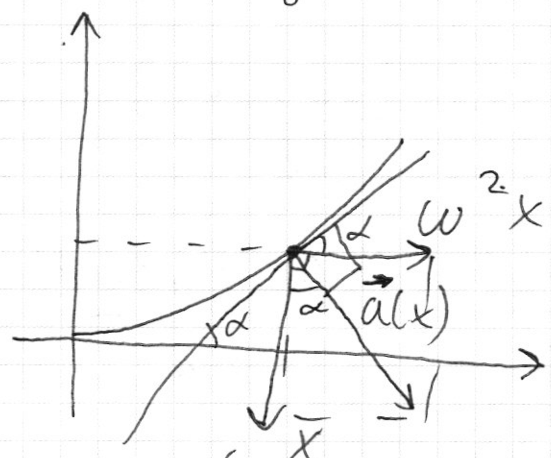
Введём систему координат. Возьмём точку O, как начало координат.



$y=f(x)$ – высота отн. точки O свободной поверхности жидкости это некоторая функция от расстояния от центра сосуда

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

По принципу эквивалентности: ускорение тождественно гравитации. А как известно, что свободная поверхность жидкости всегда находится так, что перпендикулярна ускорению свободного падения системы. Тогда имеем:



На рисунке $\vec{a}(x)$ – эквивалентное ускорение своб. падения на расстоянии x.
Тогда:

$$f'(x) = tg\alpha = \frac{\omega^2 x}{g}$$

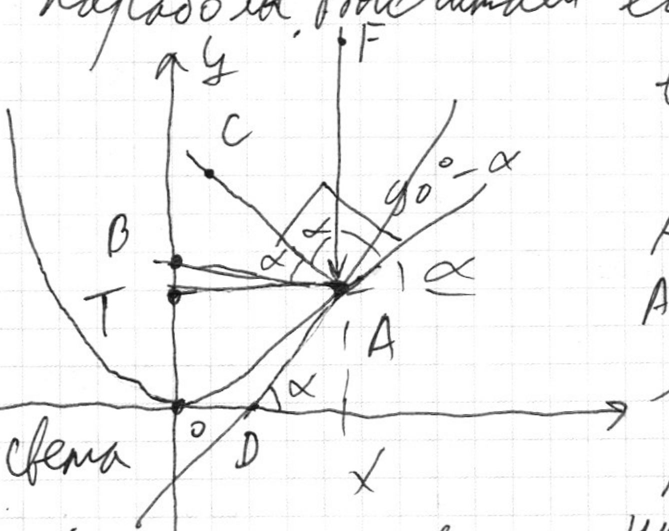
$$\frac{df}{dx} = \frac{\omega^2}{g} x \rightarrow \int\limits_0^{f(x)} df = \frac{\omega^2}{g}\int\limits_0^x x\,dx =$$

$$= \frac{\omega^2}{g}\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^x = \frac{\omega^2 x^2}{2g} = f(x) -$$

функция парабола. $f(x) = \frac{\omega^2}{2g}\cdot x^2$; $a = \frac{\omega^2}{2g}$

Мы знаем о какой точке говорится в пункте 2. Это фокус параболы. Высчитаем его:

$f(x) = a\cdot x^2$



$tg\alpha = f'(x) =$
$= 2ax$

AC – нормаль
AD – касательная
FA – солнечный луч
AB – отраженный луч

$\underbrace{\text{закон отражения света}}$

$\angle FAC = \angle CAB = \alpha$ – по построению видно

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$TO = y(x) = ax^2$

$BT = x \cdot tg(90^\circ - 2\alpha) = x \cdot \frac{1}{tg(2\alpha)}$

$tg(2\alpha) = tg(\alpha+\alpha) = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

$BT = x \cdot \frac{1-tg^2\alpha}{2tg\alpha} = x \cdot \frac{1-4a^2x^2}{\cancel{2ax}\,4ax} = \frac{1-4a^2x^2}{\cancel{2a}\,4a}$

$BO = BT + OT = ax^2 + \frac{1-4a^2x^2}{4a} =$

$= \frac{1}{4a} \Rightarrow$ В нашем случае $BO = \frac{1}{4} \cdot \frac{2g}{\omega^2} =$

$= \frac{g}{2\omega^2} = \frac{10}{2 \cdot 2,5 \cdot 2,5} = \frac{5}{2,5 \cdot 2,5} = \frac{2}{2,5} = \frac{4}{5} =$

$= \boxed{0,8\text{ м}}$

Результат независим от x, значит, это действительно будет изображением Солнца

Условие того, что наблюдатель находится вблизи экватора Земли, рассматривая в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры и т.д. необходимо для того, чтобы лучи Солнца по условию падали параллельно оси Oy.

1) ~~Нижняя точка O совершенно не отличается от точки покоящейся поверхности воды.~~ ~~Понятно~~ Очевидно, т.к. ~~покоящаяся~~ поверхность воды — это ~~плоскость~~,

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

~~то радиус кривизны в этой точке равен 0.~~

~~Ну мы прибегаем~~ прибегнем к мат. аппарату:

$$(dl)^2 = (dy)^2 + (dx)^2 \; ; \; dy = f'(x) \cdot dx$$

$$(dl)^2 = (dx)^2 \left(1 + (f'(x))^2\right)$$

$$dl = dx \cdot \sqrt{1 + (f'(x))^2}$$

$$dl = R \cdot d\alpha \; ; \quad tg\,\alpha = f'(x) \overset{\frac{d}{dx}}{\Rightarrow} \frac{1}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dx} = f''(x)$$

$$d\alpha = f''(x) \cdot dx \cdot \frac{1}{1 + (f'(x))^2}$$

Итого:

$$dx \sqrt{1 + (f'(x))^2} = R \cdot dx \cdot f''(x) \cdot \frac{1}{1 + (f'(x))^2}$$

$$R = \frac{\left(1 + (f'(x))^2\right)^{\frac{3}{2}}}{f''(x)}$$ кривизна же равна $\frac{1}{R}$

$$\frac{1}{R} = \frac{f''(x)}{\left(1 + (f'(x))^2\right)^{\frac{3}{2}}} \qquad f''(0) = (2ax)' = 2a$$

$$f'(0) = 2a \cdot \overset{0}{\cancel{x}} = 0$$

$$\frac{1}{R} = \frac{2a}{1^{\frac{3}{2}}} = \boxed{2a} = \frac{\omega^2}{g} = \frac{2{,}5 \cdot 2{,}5}{10} = \frac{2{,}5}{4} = 0{,}625 \text{ м}^{-1}$$

Ответ: 1) $\frac{1}{R} = \frac{\omega^2}{g} = 0{,}625 \text{ м}^{-1}$; 2) $BO = 0{,}8$ м

☐ черновик ☑ чистовик Страница №14

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

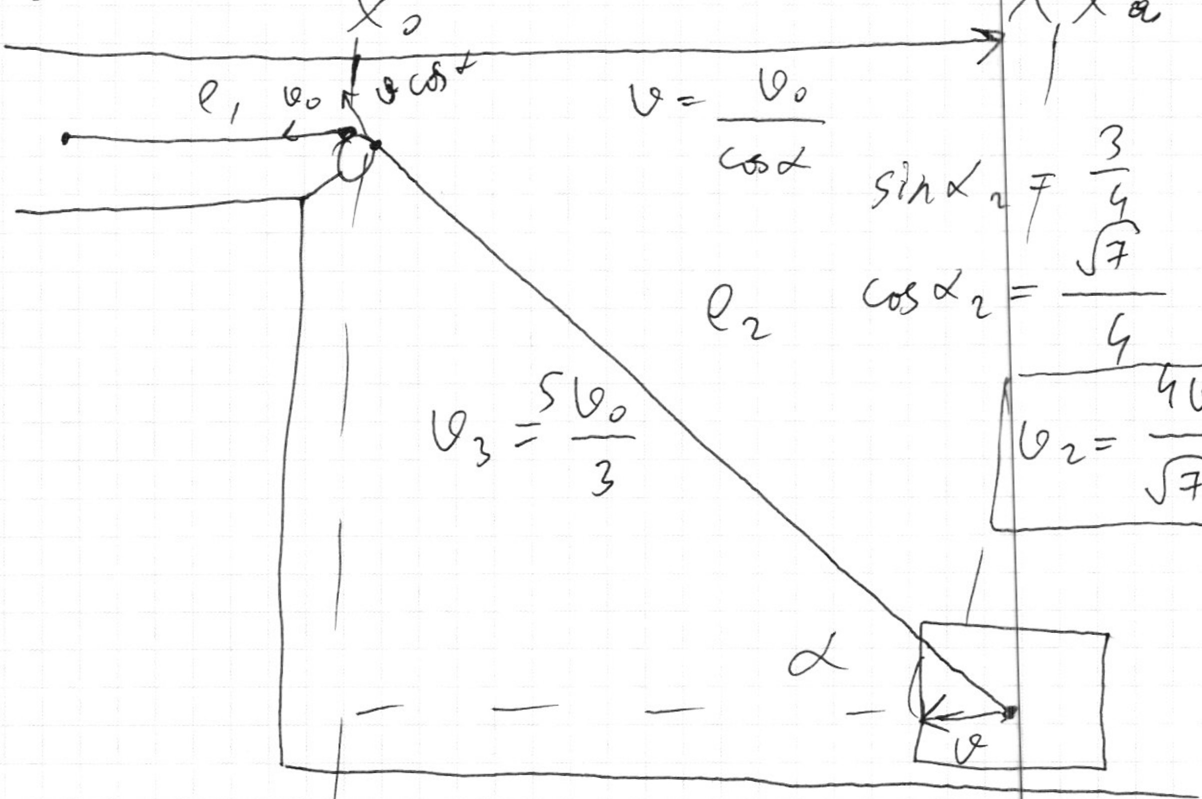
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$\boxed{v_0 = v\cos\alpha}$



$v = \frac{v_0}{\cos\alpha}$

$\sin\alpha_2 = \frac{3}{4}$

$\cos\alpha_2 = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$v_3 = \frac{5v_0}{3}$

$\boxed{v_2 = \frac{4v_0}{\sqrt{7}}}$

$l_1 + l_2 = const$ $\quad \frac{dl_1}{dt} + \frac{dl_2}{dt} = 0 \quad \frac{dl_1}{dt} = -\frac{dl_2}{dt} = v_0$

$\boxed{\frac{dl_2}{dt} = -v_0}$ $\quad \cos\alpha = \frac{x - x_0}{l_2}$

$l_2 = \frac{x - x_0}{\cos\alpha}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{v_0}{\cos\alpha} \qquad dx = v_0 \frac{dt}{\cos\alpha}$

$$A_{23} = \frac{mv_3^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\frac{25v_0^2}{9} - \frac{16v_0^2}{7}\right) =$$

$$= \frac{m}{2}\cdot v_0^2\,\frac{\cancel{175 - 3}\;31}{63} = \boxed{\frac{31}{126} m v_0^2}$$

$$\times\frac{16}{9}\qquad 144 \qquad 175 - 144 = 31$$

$$T\cos\alpha = m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{h}{\sin\alpha} = l_2 \qquad l_2(t_2) - l_2(t_1) = \frac{h}{\sin\alpha_2} - \frac{h}{\sin\alpha_1} =$$

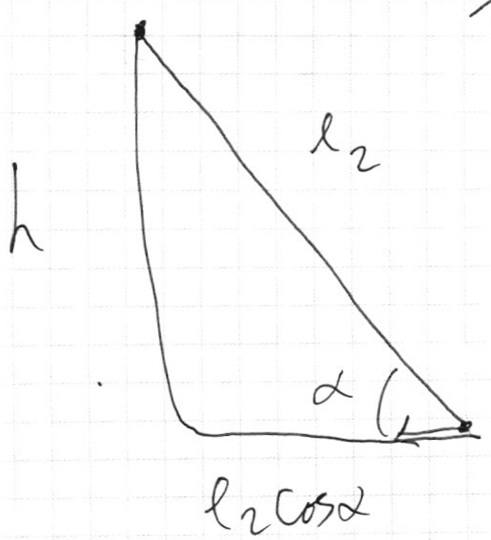
$$= -\left(2h - \frac{4h}{3}\right) = -\boxed{\frac{2h}{3}}$$

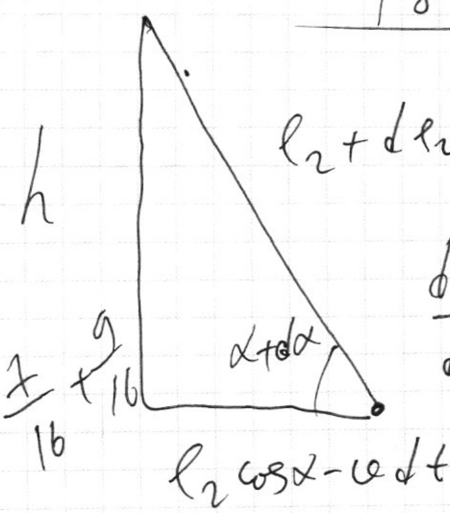
$$-\frac{2h}{3} = -v_0 t_{12} \qquad \boxed{t_{12} = \frac{2h}{3v_0}} \qquad \frac{3}{2}t_{12} = \frac{h}{v_0}$$

$$l_2(t_3) - l_2(t_1) = \frac{5h}{4} - 2h = -\frac{3h}{4} =$$

$$= -v_0 t_{13} \qquad t_{13} = \frac{3h}{4v_0} = \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}t_{12} = \boxed{\frac{9}{8}t_{12}}$$

$$\times\frac{16}{9}\quad 144$$





$$v = \frac{v_0}{\cos\alpha}$$

$$\frac{dl_2}{dt} = -v\cos\alpha = -v_0$$

$$\frac{\sqrt{7}}{4} \qquad \frac{7}{16} + \frac{9}{16}$$

$$l_2^2 = h^2 + l_2^2\cos^2\alpha \qquad \cancel{l_2^2} + \cancel{2l_2}\,dl_2 = \cancel{h^2} + \cancel{l_2^2\cos^2\alpha} - 2l_2 v\cos\alpha\,dt$$

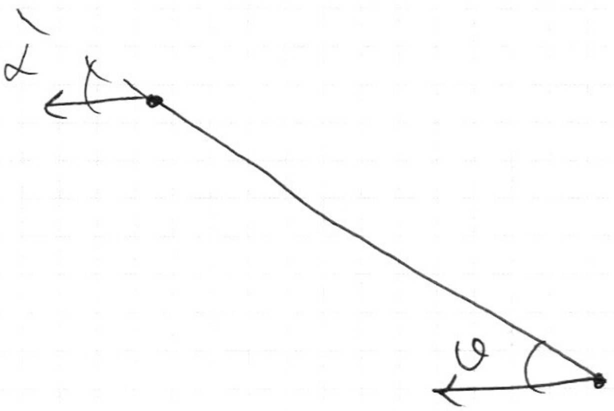
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$l_1^2 = h^2 + l_2 \cos\alpha$$

$$\frac{h}{\sin\alpha} = l_2$$

$$\frac{dv}{dt} = v_0 \frac{1}{\cos^2\alpha} \cdot (-1) \cdot (-\sin\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

$$dv = \frac{v_0 \sin\alpha}{\cos^2\alpha} \cdot d\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l_2} \qquad \sin(\alpha - d\alpha) = \sin\alpha\cos d\alpha - \sin d\alpha \cos\alpha = \sin\alpha - d\alpha\cos\alpha =$$

$$= \frac{h(l_2 - dl_2}{(l_2 + dl_2)(l_2 - dl_2)} = \frac{hl_2 - hdl_2}{l_2^2} =$$

$$= \frac{h}{l_2} - \frac{hdl_2}{l_2^2} = \sin\alpha - \frac{hdl_2}{l_2^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{l_2^2 - h_2^2}}{\cancel{l_2}} \quad d\alpha = -\frac{hdl_2}{l_2^2}$$

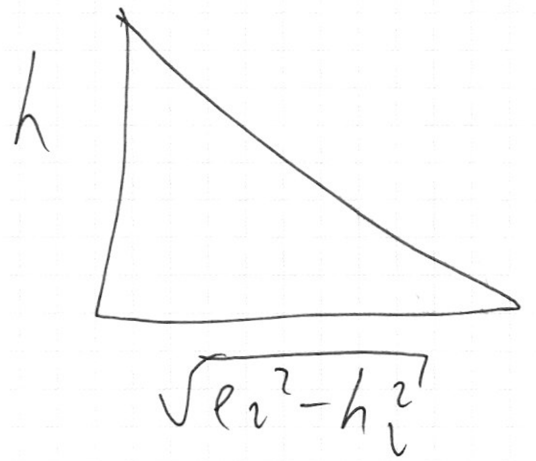
$$d\alpha = -\frac{hdl_2}{\sqrt{l_2^2 - h_2^2}} =$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$$\frac{h}{\sqrt{l_2^2-h_2^2}}=tg\alpha$$

$$\frac{h}{tg\alpha}=\sqrt{l_2^2-h_2^2}$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \mid :\sin^2\alpha$$

$$\frac{1}{\sin^2\alpha}=1+\frac{1}{tg^2\alpha}$$

$$\frac{1-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$\frac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}=tg^2\alpha$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 7 \\ \hline 175 \\ -\ 144 \\ \hline 31 \end{array}$$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 9 \\ \hline 144 \end{array}$

u_1 u_2 $u_1-6\Delta m$ $Q=6\Delta m$

m_1 $\xrightarrow{}$ $-6\Delta m$ $m_2+\Delta m$ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\cdot \cancel{4\pi r^2}$

$\cancel{M}$ $\cancel{dW}$ $dQ=J^2R\,dt=$

$=dq\cdot JR$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$d\alpha \cdot \frac{\sqrt{l_2^2-h^2}}{l_2^3} = -\frac{h\,dl_2}{l_2^2}$$

$$d\alpha = -\frac{h}{l_2} \cdot \frac{dl_2}{\sqrt{l_2^2-h_2^2}} = -\sin\alpha \cdot \frac{(-v_0 dt)}{\sqrt{l_2^2-h_2^2}} =$$

$$= \frac{\sin\alpha}{\sqrt{l_2^2-h_2^2}} v_0 dt$$

Подставим:

$$dA = \frac{m v_0^3}{\sqrt{l_2^2-h^2}} \cdot \sin\alpha \cdot tg\alpha (1+tg^2\alpha) dt =$$

$$= \frac{m v_0^3}{h} tg^2\alpha (1+tg^2\alpha) \sin\alpha\, dt$$

Очевидно, что из ЗСЭ следует, что

$$A_{23} = E_{K3} - E_{K2} = \frac{m v_3^2}{2} - \frac{m v_2^2}{2} = \frac{m}{2}(v_3^2 - v_2^2)$$

$$v_3 = \frac{v_0}{\cos\alpha_3} = \frac{5v_0}{3} \qquad A_{23} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{25 v_0^2}{9} - \frac{16 v_0^2}{7}\right) =$$

$$\frac{m}{2} \cdot \frac{175-144}{63} \cdot v_0^2 = \frac{31 m}{126} v_0^2$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$A_{12} = E_{k2} - E_{k1} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) =$

$= \frac{m}{2}\left(\frac{16}{7} - \frac{4}{3}\right) v_0^2 = \frac{m v_0^2}{2}\cdot\frac{48-28}{21} = \frac{10}{21} m v_0^2$

1 : 12

~~2 задача~~. 4 задача.

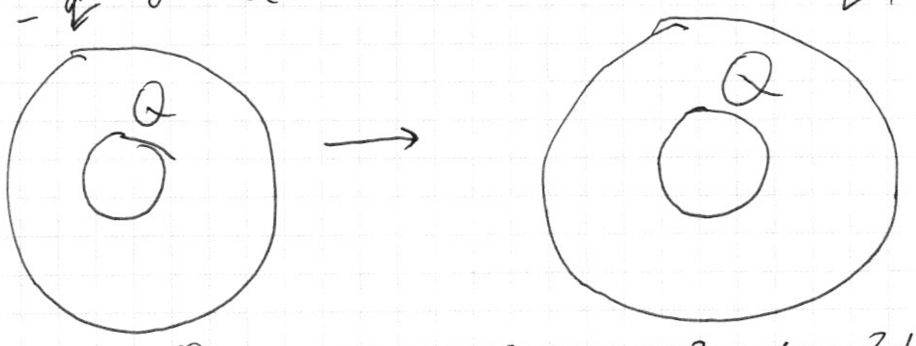
$i_2 = \frac{4\varepsilon_0 - \varepsilon_i}{19R}$ $\quad i_r = \frac{4\varepsilon_i + 3\varepsilon_0}{19R}$

$i_1 = \frac{7\varepsilon_0 + 3\varepsilon_i}{19R}$

$\frac{7\varepsilon_0 + 3\varepsilon_i}{19} + \frac{12\varepsilon_0 - 3\varepsilon_i}{19\cancel{R}} = \varepsilon_0$

$\frac{7\varepsilon_0 + 3\varepsilon_i}{19} + \frac{16\varepsilon_i + 12\varepsilon_0}{19} = \boxed{\varepsilon_i + \varepsilon_0}$

3 задача.



q_1 $\quad k\left(\frac{Q}{r_1} + \frac{q_1}{r_1}\right) = 0$

$q_1 = -Q$

$\left(-\frac{1}{r}\right)' = \frac{1}{r^2}$

$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot 4\pi r^2}$ $\quad \frac{\varepsilon_0}{2}\cdot E^2 \cdot 4\pi r^2 dr =$

$= \frac{\varepsilon_0}{2}\cdot\frac{Q^2}{(4\pi r^2)^2 \varepsilon_0^2} 4\pi r^2 dr =$

$= \frac{Q^2}{8\pi r^2 \varepsilon_0} dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) =$

$= \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}\cdot\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По ЗСЗ Q остаётся. $dQ = J^2 R dt = dq \cdot JR$

$\varphi(r_1) - \varphi\, 0 = JR$

$\varphi(r_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{q}{r_1} + \frac{Q}{r_1}\right) =$

$\frac{1}{4\pi r_1 \varepsilon_0} \cdot (q + Q)$

$dQ = \frac{1}{4\pi r_1 \varepsilon_0} \left(\int_{-q}^{-Q} q\, dq + \int_{-q}^{-Q} Q\, dq\right) =$

$= \frac{1}{4\pi r_1 \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{q^2}{2}\Big|_{-q}^{-Q} + Q \cdot q \Big|_{-q}^{-Q}\right) =$

$= \frac{1}{4\pi r_1 \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{Q^2 - q^2}{2} + Qq - Q^2\right) =$

$\frac{1}{4\pi r_1 \varepsilon_0} \cdot (-1) \cdot \left(\frac{Q^2 - 2Qq + q^2}{2}\right) = \frac{(Q-q)^2}{8\pi r_1 \varepsilon_0} \cdot (-1)$

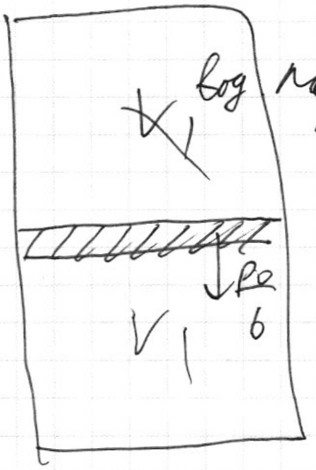
2)

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$$\frac{7P_0}{6} = P_1$$

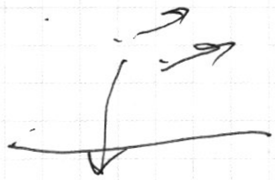
$$P_2 + \frac{P_0}{6} = P_0$$

$$P_2 = \frac{5P_0}{6}$$

$$\frac{7P_0}{6} V_1 = \frac{5P_0}{6} V_2 \qquad V_2 = \frac{7}{5} V_1$$

$$V_0 - V_1$$

$$V_0 - \frac{7}{5} V_1$$



$$p_0 (V_0 - V_1) = \frac{m_1}{\mu} R T_0$$

$$p_0 \left(V_0 - \frac{7}{5} V_1\right) = \frac{m_2}{\mu} R T_0$$

$$m_1 - m_2 = \Delta m$$

$$\Delta m = \boxed{\frac{2 p_0 V_1}{5 R T_0} \mu}$$

$$\frac{2}{5} p_0 V_1 = \frac{\Delta m}{\mu} R T_0$$

$$3)\ \Delta U = -L \Delta m - 3 \frac{\Delta m}{\mu} R T_0 =$$

$$= -\Delta m \left(L + \frac{3RT_0}{\mu}\right) = -\frac{2 p_0 V_1 \mu}{5 R T_0} \cdot$$

$$\left(L + \frac{3RT_0}{\mu}\right) \qquad \frac{3RT_0}{\mu} << L \approx 10^6$$

$$\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 373}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^3 \quad 15 \quad 10^5$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{7}{\cancel{4}}R\cdot\frac{\cancel{4}\varepsilon_0}{19R}+3R\cdot\frac{4\varepsilon_0}{19R}$

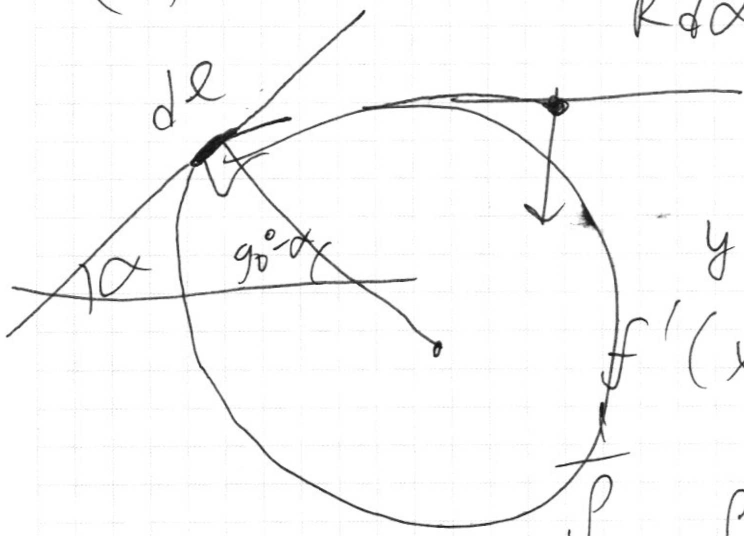
$\frac{7\varepsilon_0}{19}+\cancel{4}R\cdot\frac{4\varepsilon_0}{19R}\cdot\frac{7}{\cancel{4}}$

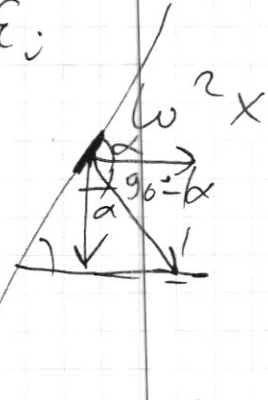
$19\times4=76$

$(dl)^2=(dy)^2+(dx)^2$

ε;

$R\,d\alpha$



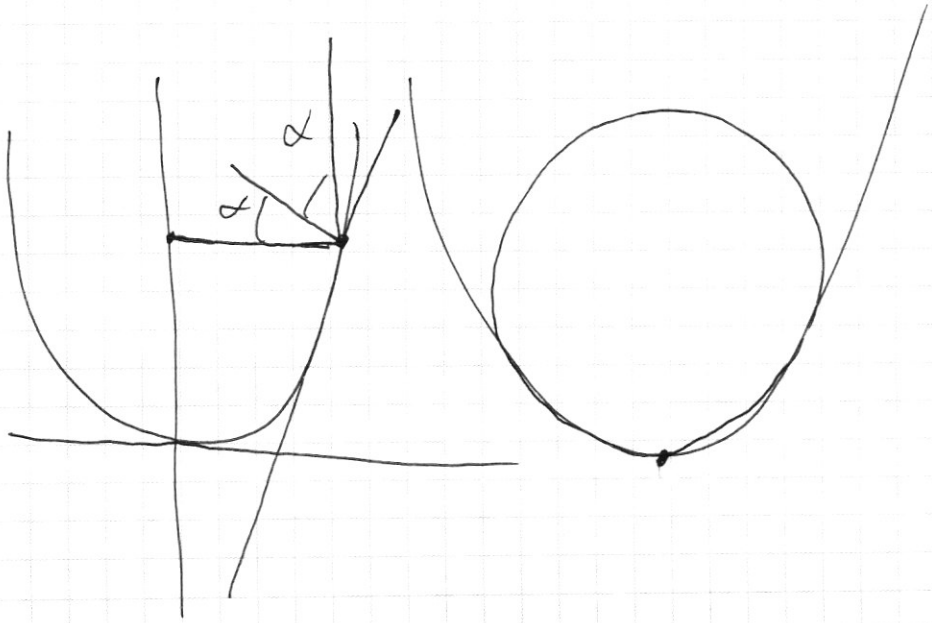


$y=f(x)$

$f'(x)=tg\alpha=\frac{\omega^2x}{g}$

$\frac{1}{\rho}$

$\rho=$

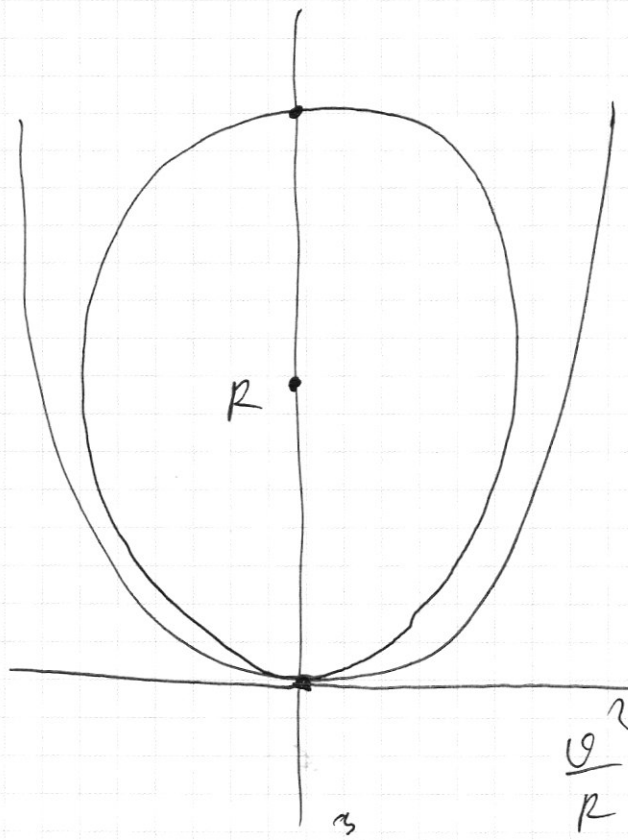


☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$\cancel{(x-R)}$

$(y-R)^2+x^2=R^2$

$2(y-R)\cdot dy+2x\,dx=0$

$(y-R)\,dy=-x\,dx$

$\boxed{\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x}{R-y}}$

$\dfrac{v^2}{R}=a_{ц.с.}$ $\quad \dfrac{v^2\tau}{R_{кр}}=a_{ц.с.}$

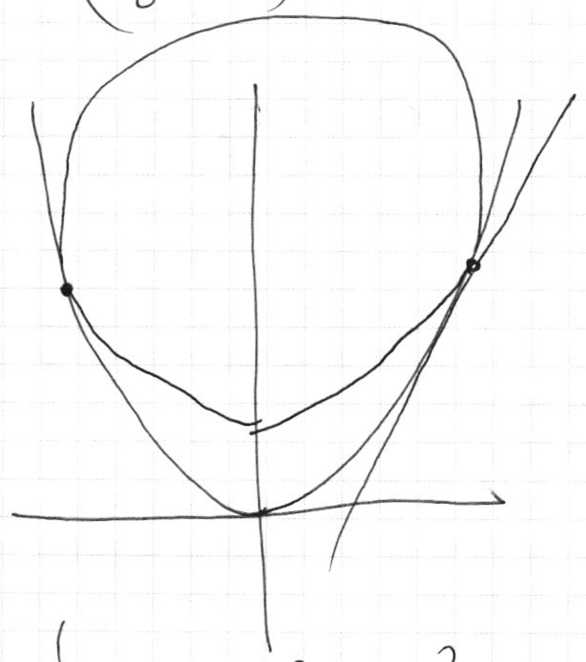
$(y'+1)^{\frac{3}{2}}=$

$\{x(t)\ t\}$

$\dfrac{\dot{x}^2}{R}=\ddot{x}$

$\sigma\cdot v^2=a_{ц.с.}$

$R=\infty$ $\quad \dfrac{1}{R}=\dfrac{a_{ц.с}}{v^2}=0$



$=$

$y=ax^2$

$\dfrac{dy}{dx}=2ax=\dfrac{x}{y_0-y}$

$y_0-y=\dfrac{1}{2a}$

$y_0=ax^2+\dfrac{1}{2a}=\boxed{\dfrac{2a^2x^2+1}{2a}}$

$\dfrac{1}{4a^2}+x^2=R^2$

$R^2=\dfrac{1}{4a^2}$

$\boxed{y_0=a}$

$\dfrac{1}{R^2}=4a^2$

$\boxed{\dfrac{1}{R}=2a}$