

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

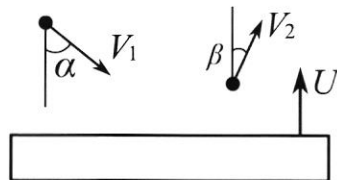
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

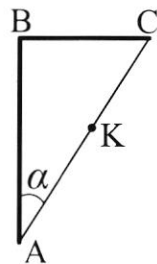


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

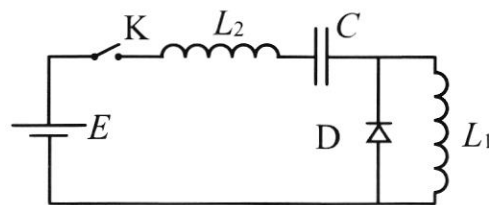
- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



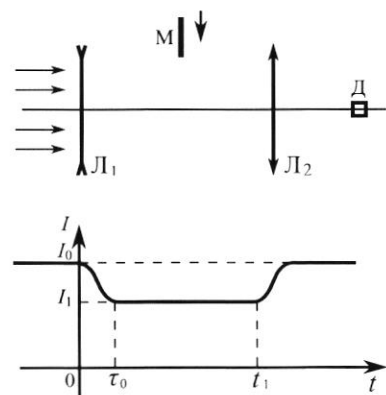
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
 - 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .
- Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1.

$$v_1 = 18 \frac{m}{c}, \sin \alpha = \frac{2}{3}, \sin \beta = \frac{3}{5}$$

1) $v_2 = ?$

2) $u = ?$
Детерминант

1) Поскольку поверхность
шмита гладкая, см вдоль

оси x нет (т.к. нет силы трения)

ЗСН для шарика на ось x : $mv_1 \sin \alpha = mv_2 \sin \beta$, где m - масса

шарика. $v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$; $v_2 = \frac{18 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{18} \cdot \frac{10}{9} = \underline{20 \frac{m}{c}}$

2) Перейдем в ИСО шмита: ($\vec{v}_{шм} = \vec{u} = \text{const}$)

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1шм} + \vec{u}, \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_{2шм} + \vec{u}$$

$$\vec{v}_{1шм} = \vec{v}_1 - \vec{u}, \quad \vec{v}_{2шм} = \vec{v}_2 - \vec{u}$$

$$v_{1шмx} = v_1 \sin \alpha, \quad v_{1шмy} = -v_1 \cos \alpha + u$$

$$v_{2шмx} = v_2 \sin \beta, \quad v_{2шмy} = -u + v_2 \cos \beta$$

Условие неупругого удара:

$\begin{cases} \Delta E \leq 0 \\ v_{2шмy} \geq 0 \end{cases}$ (так как в условии написано, что шарики "отскакивают", то шарик ударяется об шмиту, поэтому $v_{2шмy} > 0$)

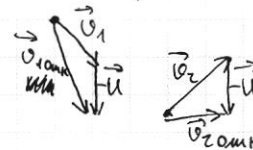
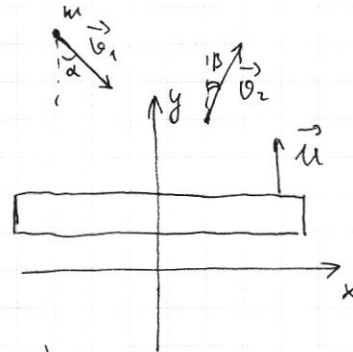
$$\Delta E = \frac{mv_{2шм}^2}{2} - \frac{mv_{1шм}^2}{2} = \frac{m}{2} (v_{2шм}^2 - v_{1шм}^2) = \frac{m}{2} (v_{2шмx}^2 + v_{2шмy}^2 - v_{1шмx}^2 - v_{1шмy}^2) \leq 0$$

$$(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha) (v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha - 2u) \leq 0$$

$$v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha > 0 \rightarrow 2u \leq v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$$

$$u \leq \frac{1}{2} (v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha); \quad v_{2шмy} = v_2 \cos \beta - u \geq 0 \rightarrow u \leq v_2 \cos \beta$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5} \rightarrow \cos \beta = \frac{4}{5}, \quad \sin \alpha = \frac{2}{3} \rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



диск. с осн. скоростью
м.к. шмита массивной её со-
вмещая ИСО.

$$\begin{cases} u > \frac{1}{2}(v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha) \\ u \leq v_2 \cos \beta \end{cases} \quad \begin{cases} u > \frac{1}{2} \left(20 \cdot \frac{4}{8} - 18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \frac{m}{c} \\ u \leq 20 \cdot \frac{4}{8} \frac{m}{c} \end{cases} \quad \begin{cases} u > \frac{1}{2} \left(16 - 3\sqrt{5} \right) \frac{m}{c} \\ u \leq 16 \frac{m}{c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u > 8 - 3\sqrt{5} \frac{m}{c} \\ u \leq 16 \frac{m}{c} \end{cases}, \text{ Заметим, что } 3\sqrt{5} < 3 \cdot \frac{2,5}{1} = 7,5 \rightarrow 8 - \sqrt{5} \cdot 3 > 0.$$

$$u \in \left(8 - 3\sqrt{5} \frac{m}{c}, 16 \frac{m}{c} \right)$$

Ответ: 1) $v_2 = 20 \frac{m}{c}$ 2) $u \in \left(8 - 3\sqrt{5} \frac{m}{c}, 16 \frac{m}{c} \right)$.

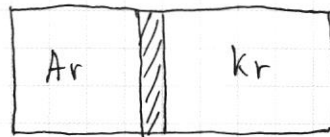
~2.

$$\nu = \frac{3}{5} \text{ моль, } T_{Ar} = T_1 = 320 \text{ K, } T_{Kr} = T_2 = 400 \text{ K}$$

1) $\frac{V_{Ar}}{V_{Kr}} = ?$

2) $T_y = ?$

3) $Q = ?$



Площ как сосуда неизменна: $Q_{Ar} + Q_{Kr} = 0$.

Площ как сосуда равновесной: $A_{Ar} + A_{Kr} = 0$

$$-Q_{Kr} = Q = Q_{Ar}$$

Решение:

1)

Уравнения Менделеева-Клапейрона для аргона и криптона в начале:

$$\begin{cases} p_0 V_{Ar0} = \nu R T_{Ar} \\ p_0 V_{Kr} = \nu R T_{Kr} \end{cases} \rightarrow \frac{V_{Ar0}}{V_{Kr0}} = \frac{T_{Ar}}{T_{Kr}} = \frac{320}{400} = \frac{4}{5} = 0,8 \quad \text{м.к. корни в лев. сосуда давлении равны}$$

2) Поскольку сосуда неизменна, внутренняя энергия смеси сохраняется: $U_0 = U \rightarrow \frac{3}{2} \nu R T_{Ar} + \frac{3}{2} \nu R T_{Kr} = \frac{3}{2} \nu R T_y + \frac{3}{2} \nu R T_y$

$$T_{Ar} + T_{Kr} = 2 T_y \rightarrow T_y = \frac{T_{Ar} + T_{Kr}}{2} = \frac{320 + 400}{2} = \frac{720}{2} = 360 \text{ K}$$

3) По первому началу термодинамики: $Q_{Ar} + \Delta U_{Ar} = Q$

$$\Delta U_{Ar} = \frac{3}{2} \nu R (T_y - T_{Ar}) = 1,5 \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot (360 - 320) = 9 \cdot 8,31 \cdot 4 =$$

$$= 9 \cdot 33,24 \approx 300 \text{ Дж}$$

$$V_c = V_{Ar0} + V_{Kr0} = 2,25 V_{Ar0} \rightarrow V_{Ar0} = \frac{4}{9} V_c$$

Для аргона: $p_0 = \frac{\nu R T_{Ar0}}{V_{Ar0}} = \frac{\nu R T_{Ar0}}{\frac{4}{9} V_c}$, $p = \frac{\nu R T_{Ar}}{V}$

Для криптона: $p = \frac{\nu R T_{Kr}}{V_c - V} \rightarrow \frac{V_c}{V} - 1 = \frac{T_{Ar}}{T_{Kr}} \rightarrow \frac{V_c}{V} = 1 + \frac{T_{Ar}}{T_{Kr}} = \frac{400 + 320}{400} = \frac{720}{400} = \frac{9}{5}$

$$T \sim V^{\gamma} \rightarrow p = \frac{c_{охл}}{V} \rightarrow A_{Ar} = \frac{1}{V} (p_{Ar0} V_{Ar0} - p_{Ar0} V_{Ar0}) = \frac{1}{V} \nu R (T_y - T_0) = 100 \text{ Дж} \rightarrow Q = 400 \text{ Дж} = 0,5 \text{ кДж}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 3.
1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 2) $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \frac{2\sigma}{7}$, $\alpha = \frac{\pi}{9}$

1) $\frac{E}{E_0} = ?$

2) $E_{\alpha} = ?$

Решение: 1) Поле бесконечной пластины с зарядом σ : $E(\sigma) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
 $E_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; до вершин угла E наложится как суперпоз. $\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AC}$
 (в $E_{AC} = 0$) $\angle BKC = \angle BKA = 90^\circ = \varphi$
 $\varphi = \angle BKC$ (при $\varphi = \pi$; $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ - верно)

$|\vec{E}_{BC}| = E_0 = |\vec{E}_{AC}|$

Пл. к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\angle BCA = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} = \alpha$

$\Delta ABC - \text{прямоугольный} \rightarrow BM = BN = NC = MA$ (M - сев. AB, N - сев. BC)

Потому $\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AC}$. $E = \sqrt{E_0^2 + E_0^2} = E_0 \sqrt{2}$

$\frac{E}{E_0} = \sqrt{2} \approx 1,41$.

2) $\alpha = \frac{\pi}{9}$

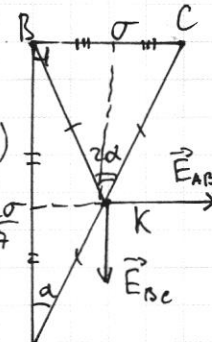
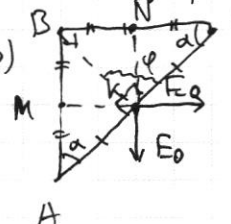
$\angle BKC = 2\alpha$ (k - центр описанной окр.)

$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \frac{2\alpha}{\pi} = \frac{\sigma \alpha}{\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot \frac{\pi}{9}}{\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma}{9\epsilon_0}$

$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \frac{(\pi - 2\alpha)}{\pi} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \left(1 - \frac{2}{9}\right) = \frac{\sigma}{9\epsilon_0}$

$E_{BC} = E_{AB} \rightarrow E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \frac{\sigma \sqrt{2}}{9\epsilon_0}$ ($\vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{BC}$)

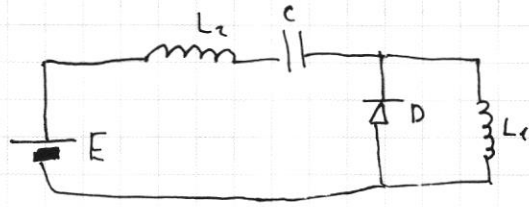
Ответ: 1) $\frac{E}{E_0} = \sqrt{2}$; 2) $\frac{\sigma \sqrt{2}}{9\epsilon_0}$



Продолжение на странице 4 (задачи 4 и 5)

~4.

$E, L_1 = 5L, L_2 = 4L, C$



- 1) $T = ?$
- 2) $I_{01} = ?$
- 3) $I_{02} = ?$

1) Когда ток перемещаем крайнюю часовую стрелку, диод открыт, поэтому $\Delta t_1 = \frac{T_1}{2} = \pi \sqrt{L_2 C} = 2\pi \sqrt{LC} \quad (I_{L_1} = 0)$

Когда по часовой стрелки, диод ~~на~~ закрыт, ток перемещаем через L_1 : $\Delta t_2 = \frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{L_{\text{эф}} C} = \pi \sqrt{(L_1 + L_2) C} = \pi \sqrt{9LC} = 3\pi \sqrt{LC}$

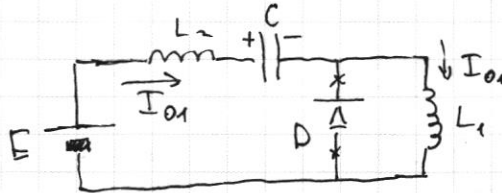
$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 5\pi \sqrt{LC}$

2) $I_{L_1} = I_{01} \rightarrow \frac{dI_{L_1}}{dt} = 0 \rightarrow U_{L_1} = 0; \frac{dI_{L_2}}{dt} = 0 \rightarrow U_{L_2} = 0$

$q_c = CE$

$q_c = CE$

За время



Через источник крайний заряд $q = q_c$. ~~W_{сб} = 0, W_{л0} = 0~~

ЗСЭ: $A\delta = \Delta W_L + \Delta W_C$ (от начала до макс. тока L_1)

$A\delta = Eq = \frac{CE^2}{2} + \frac{L_1 I_{01}^2}{2} + \frac{L_2 I_{01}^2}{2}$

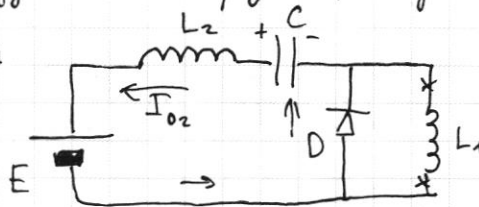
$\frac{CE^2}{2} = \frac{I_{01}^2}{2} (L_1 + L_2) \rightarrow I_{01} = E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \frac{E}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$

3) Максимальный ток будет течь через L_2 , когда диод открыт.

В момент, когда ток начнем

течь через диод, ток в цепи

будет равен 0. $\rightarrow W_L = 0$



ЗСЭ: $Eq_1 = \frac{q_1 U_{с1}}{2}, q_1 \neq 0 \rightarrow U_{с1} = 2E, W_{с1} = \frac{C \cdot 4E^2}{2}$

В момент с макс. током $\frac{dI_{L_2}}{dt} = 0 \rightarrow U_{с2} = E. [U_{L_2} = 0]$

ЗСЭ: $A\delta = \Delta W_L + \Delta W_C$ (диод идеальный) (от момента, когда ток начал течь через D, до макс. тока L_2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 4 (продолжение).

Заряд через штокник: $q_2 = 2CE - CE = CE$ (прошив штокника)
 $-E \cdot CE = \frac{CE^2}{2} - \frac{4CE^2}{2} + \frac{L_2 I_{02}^2}{2}$

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{L_2 I_{02}^2}{2} \rightarrow I_{02} = E \sqrt{\frac{C}{L_2}} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} > I_{01}$$

Ответ: 1) $T = 5\pi\sqrt{LC}$ 2) $I_{01} = \frac{E}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$ 3) $\frac{E}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$.

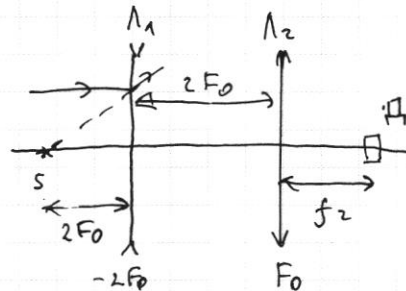
~ 5.

F_0, D, τ_0

1) $f_2 = ?$

2) $\nu = ?$

3) $\tau_1 = ?$



1) Для L_1 : лучи расходятся так, что проходят. Лучи собираются в фокусе, т.е. на $2F_0$ слева от L_1 . s - действ. ν м.о.т.

для L_2 . $d_2 = 2F_0 + 2F_0 = 4F_0$

Для L_2 : $\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_0} \rightarrow \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{4F_0} = \frac{3}{4F_0}$

$$f_2 = \frac{4F_0}{3}$$

2) $I_1 = \frac{7I_0}{16} \rightarrow$ м.о.т. не перекрывает

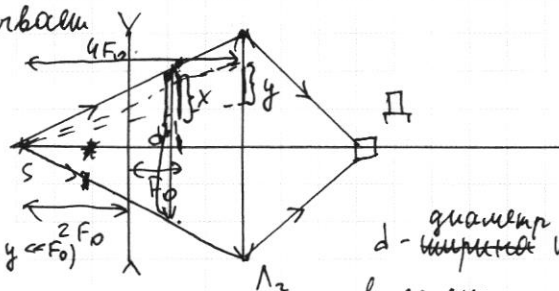
так, что проходит $\frac{9}{16}$ от

всего света, прох. через L_2 .

По подобия $\frac{x}{y} = \frac{3F_0}{4F_0} = \frac{3}{4}$ (к. $y \propto F_0$)
 $x = \frac{3}{4}y$
 (x и y показаны на рисунке)

$$y = \frac{9}{16} D \rightarrow x = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{9}{16}} D = \frac{9}{16} D \text{ (м.к. } I \sim S \sim D^2)$$

$$\nu = \frac{x}{\tau_0} = \frac{9}{16} \frac{D}{\tau_0}$$



d - диаметр штока, в сечении, где проходит м.

3) Из условия $\frac{d}{D} = \frac{3}{4} \rightarrow d = \frac{3}{4} D$

$$(t_1 - \tau_0) v = d - x = \frac{3}{4} D \left(1 - \frac{3D}{4D}\right) = \frac{3}{4} D \cdot \frac{1}{4} = \frac{3D}{16}$$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{\frac{3D}{16}}{v} = \frac{3D}{16v}$$

$$t_1 = \tau_0 + \frac{3D}{16v}$$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{3D}{16} \cdot \frac{1}{v} = \frac{3D}{16} \cdot \frac{16\tau_0}{3D} = \tau_0$$

$$t_1 = \frac{4\tau_0}{3}$$

Ответ: 1) $f_2 = \frac{4F_0}{3}$; 2) $v = \frac{9D}{16\tau_0}$; 3) $t_1 = \frac{4\tau_0}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Delta E \geq 0$$

$$v_{\text{ампл}} > 0$$

$$\frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} \geq 0$$

$$u \leq v_2 \cos \beta$$

$$(v_2 \cos \beta - u)^2 - (v_1 \cos \alpha + u)^2 = (v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha)(v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha - 2u)$$

$$-2u) \geq 0 \rightarrow 2u < v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$$

$$v_{\text{ампл}} > 0 \rightarrow -u + v_2 \cos \beta > 0$$

$$u < v_2 \cos \beta$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 20 = 16$$

$$v_2 \cos \beta < 2u + v_1 \cos \alpha$$

$$u > \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$v_2 \cos \beta > u$$

$$\cos \beta = \frac{4}{5}, \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{5}$$

$$3 \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 2, 2 = 6, 6.$$

$$400 - 360 = 40$$

$$360 - 320 = 40$$

$$P = \frac{\partial R(T_{\text{пл}} - \Delta T)}{v_1}$$

$$P = \frac{\partial R(T_{\text{пл}} + \Delta T)}{v_2}$$

$$Q = A + \Delta u$$

$$\frac{dP}{P} + \frac{dV}{V_1} = \frac{dT}{T_1}$$

$$\frac{dP}{P} - \frac{dV}{V_2} = \frac{dT}{T_2}$$

$$P = \alpha V ?$$

~~$$P = \alpha V$$~~

$$A = CE(\omega_{\text{мг}} - \omega_{\text{го}}) = 2CE(\omega_{\text{мг}} - \omega_{\text{го}})$$

$$I = \dot{q} \rightarrow I_{\text{мг}} = q_{\text{мг}} \omega = 2CE\omega$$

$$I_{01} = 2CE \cdot \frac{1}{2\sqrt{LC}} = E \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{1}{\omega = 2\sqrt{LC}}$$

$$d + x = \frac{3D}{u} + \frac{9D}{18} = \frac{6D + 9D}{8} = \frac{15D}{8}$$

$$t_1 + \tau_0 = \frac{5 \cdot 15D}{8} \cdot \frac{216 \tau_0}{9D} = \frac{10 \tau_0}{3}$$

$$\frac{3D}{u} + \frac{9D}{18} = \frac{21D}{18}$$

$$t_1 + \tau_0 = \frac{7 \cdot 21D \cdot 16 \tau_0}{18 \cdot 9D} = \frac{4 \tau_0}{3}$$

$$\frac{V_0}{V_1} - 1 = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_y + \Delta T}{T_y - \Delta T} = 1 + \frac{2\Delta T}{T_y - \Delta T}$$

$$p = \frac{\cancel{2RT_1}}{V_1}$$

$$p = \frac{2RT_2}{V_0 - V_1}$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} - \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

$$p = \alpha V$$

$$T = \beta V^2$$

$$p = \frac{2RT_y}{\cancel{V_0} \frac{K}{2}}$$

$$p_0 = \frac{2RT_{Ar}}{uV}$$

$$V_{Ar} = \frac{2u}{g} V_c$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{g}{g}$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{g}{g}$$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)