

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

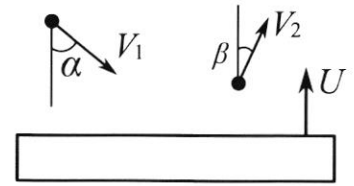
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

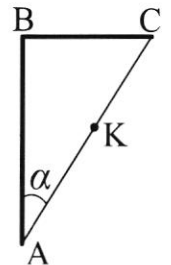


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

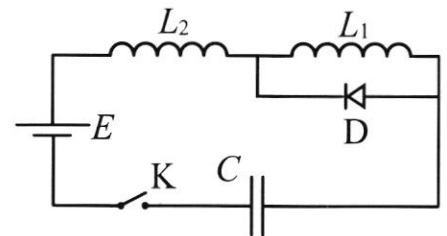
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



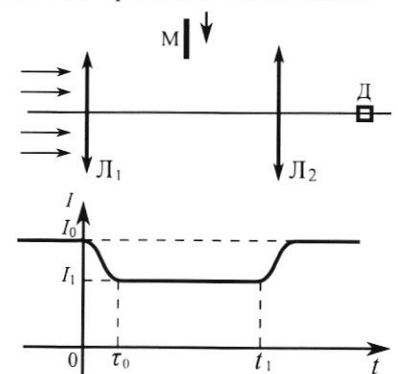
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



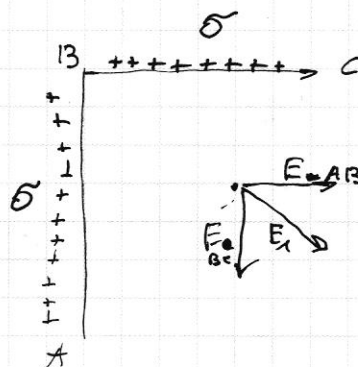
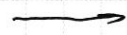
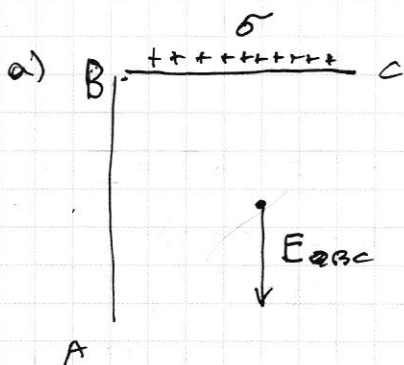
- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

Поскольку расстояние g_0 ^{плaстичи} ^{плaсткaстeй} g_0 ^{от тoчки} ^{тoчкe} от точки К много меньше размеров пласт. пластин. \Rightarrow поле от пластин будет равно полю от беск. заряженной плоскости.



$$E_0 = E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

По принципу суперпозиции

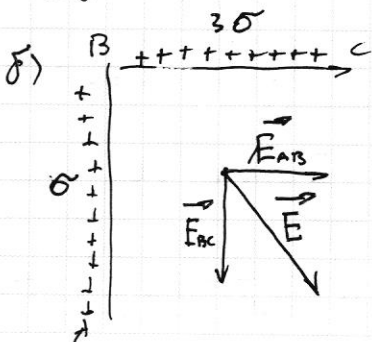
$$\vec{E} = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_1 = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2}$$

$$E_{AB} = E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow$$

$$E_1 = \sqrt{2} E_{BC}$$

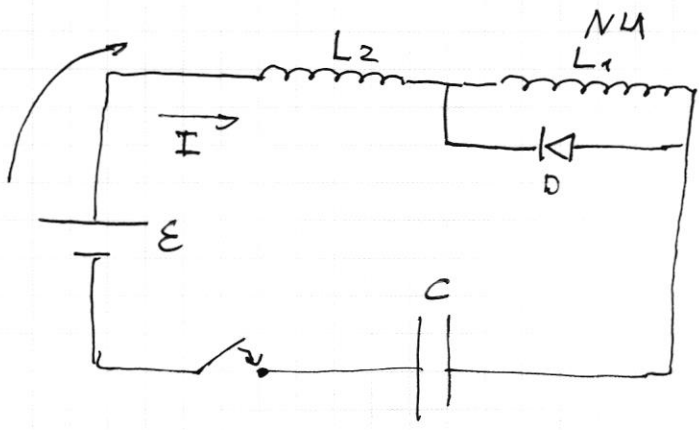
$$\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{2}$$



$$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

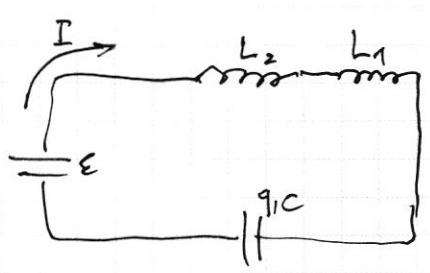
$$E_{BC} = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \frac{\sqrt{10}\sigma}{2\epsilon_0}$$



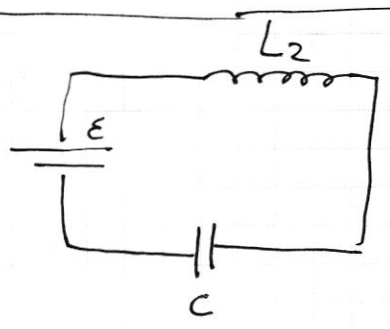
Возьмем за положит. ток, текущий по часовой стрелке.

Если $I > 0$, тогда диод будет закрыт и схема будет такой:



① $\varepsilon = (L_1 + L_2)\ddot{I} + \frac{q}{C}$, а $I_C = I \Rightarrow$
 $\dot{q} = I \Rightarrow \varepsilon = (L_1 + L_2)\ddot{q} + \frac{q}{C}$
 q Замена: $q_0 = -q + C\varepsilon$, $\dot{q}_0 = -\dot{q}$.
 $\ddot{q}_0 + \frac{q_0}{(L_1 + L_2)C} = 0 \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}$
 В $t=0$ $q=0 \Rightarrow q_0 = C\varepsilon \Rightarrow q_0(t) = C\varepsilon \cdot \cos\left(\frac{t}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}\right)$
 $q(t) = C\varepsilon \cdot \sin\left(\frac{t}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}\right)$

Если же $I < 0$, тогда диод будет открыт и схема будет уже такой:



② Возьмем за $t=0$ момент, когда диод открывается.
 Аналогично ①: $T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C}$
 $q(t) = C\varepsilon \cdot \cos\left(\frac{t}{\sqrt{L_2 C}}\right)$,
 поскольку $q_2(0) = C\varepsilon$

Вывод

Случая время $T_1/4$ I станет $< 0 \Rightarrow$ диод откроется, затем через время $T_1/2$ I станет > 0 , а затем еще через $T_1/4$ вернется в исходн. знач. \Rightarrow
 $\Rightarrow T = T_1/4 + T_2/2 + T_1/4 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \pi\left(\sqrt{(L_1 + L_2)C} + \sqrt{L_2 C}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4 (продолж.)

Найдем зависимость тока от времени в ① схеме

$$I = \int \frac{dq}{dt} \Rightarrow I = C \frac{CE \cdot \cos\left(\frac{t}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}\right)}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$$

Из этой формулы видно, что $I_{\max} = I(0)$,а поскольку все элементы соединены последовательно $\Rightarrow I_{M1} = I_{\max} = \frac{CE}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$

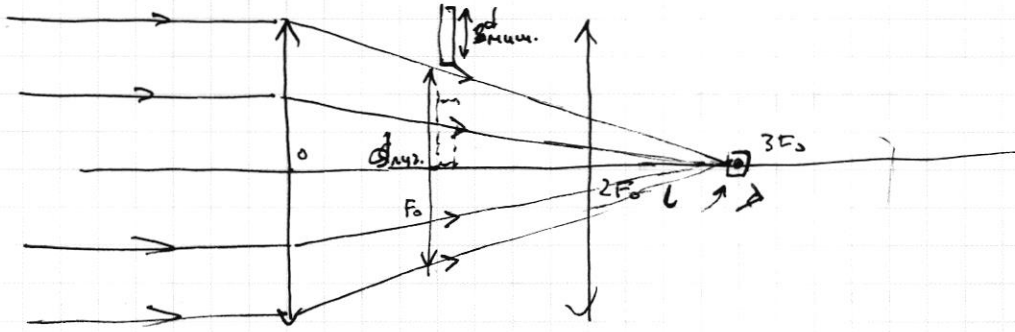
Теперь аналогично во ② схеме

$$I_{\text{к}} = \frac{dq}{dt} \Rightarrow I = - \frac{CE \sin\left(\frac{t}{\sqrt{L_2C}}\right)}{\sqrt{L_2C}} \cdot \text{Заметим, что}$$

$$I_{\max} = I\left(\frac{T_2}{4}\right) = \frac{CE}{\sqrt{L_2C}} = I_{M2}$$

N5

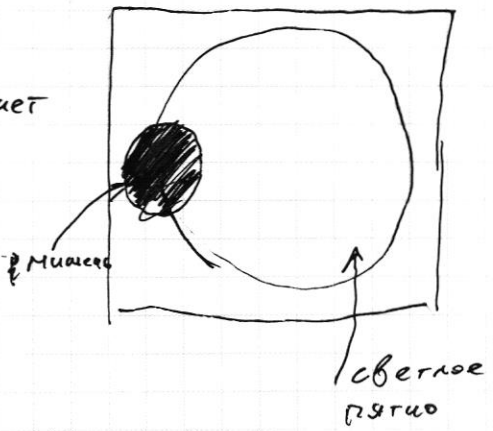
Построим ход лучей через 2 линзы



Поскольку точки фокуса у двух линз совпадают, то лучи, проходя через 2^ю линзу, не будут в ней преломляться. Чтобы свет фокусировался на детекторе, он должен находиться в точке пересек. лучей, это и является картиной есть совпаж. точка фокусов двух линз. Отсюда $L = F_0$.

Мощность света, попадающего на ~~детектор~~ ^{детектор} $P \sim \Omega$ - видному телесному углу, для наблюдателя находящегося возле детектора. картина для наблюдателя

$\Omega \sim S_{\text{лuz}}$. Так на детекторе изменит изменятся когда ~~мишень~~ ^{мишень} изменит пересекать кривые лучи, а установится так, когда вся мишень попадет в конус света \Rightarrow За промежуток времени τ_0 мишень прошла равный соответствующему диаметру.



$$K \frac{I_1}{I_0} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{S_{\text{лuz}1}}{S_{\text{лuz}0}} = \frac{S_{\text{лuz}} - S_{\text{мишень}}}{S_{\text{лuz}}} = \frac{d_{\text{лuz}}^2 - d_{\text{миш.}}^2}{d_{\text{лuz}}^2} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{d_{\text{миш.}}^2}{d_{\text{лuz}}^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{d_{\text{миш.}}}{d_{\text{лuz}}} = \frac{2}{3}, \quad \frac{d_{\text{лuz}}}{D} = \frac{2F_0}{3F_0} \Rightarrow$$

$$d_{\text{миш.}} = \frac{4}{9} D, \text{ откуда } V = \frac{d_{\text{миш.}}}{\tau_0} = \frac{4D}{9\tau_0}$$

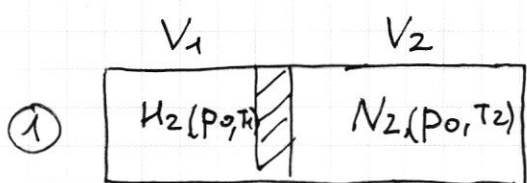
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5 (продолж.)

Сразу после момента t_1 ток начал увелич. \Rightarrow
мышшь начала выходить из конуса лугей \Rightarrow
в промежутке от t_0 до t_1 мышшь была
полностью внутри конуса лугей \Rightarrow путь мышши
в промежутке от t_0 до t_1 равен $d_{луг} - d_{мыш}$.

$$\text{отсюда } t_1 - t_0 = \frac{d_{луг} - d_{мыш}}{v} = \frac{\frac{2}{3}D - \frac{4}{9}D}{\frac{4}{9}v} =$$

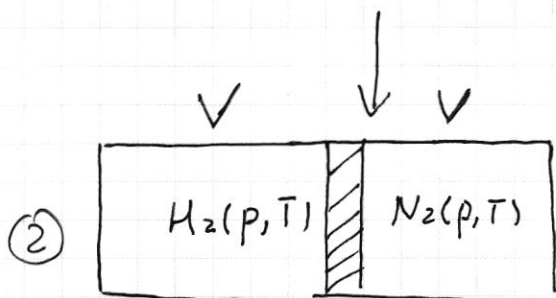
$$= \frac{v_0}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2}t_0$$



$p_{H_2} = p_{N_2} = p_0$ - поскольку
поршень неподвижен.

N2

$$\begin{aligned} p_0 V_1 &= \nu R T_1 \\ p_0 V_2 &= \nu R T_2 \end{aligned} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11}$$



$p_{H_2} = p_{N_2} = p$ - поскольку
поршень остановился
 $p_1 = p_2, T_1 = T_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = V$

давления равны \Rightarrow между этими положениями $A = 0$,

поскольку азот совершает работу A , а водород совершает
работу $-A$ (следует из равенства давлений $\bar{F} \Rightarrow \Delta U_{сист} = 0 \Rightarrow$
и отсутствия сил трения)

$$c_{vH} \nu T_1 + c_{vN} \nu T_2 = 2c_{vN} \nu T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450 \text{ K}$$

Заметим, что весь сосуд
теплоизолирован $\Rightarrow \Delta Q = 0$.

Значит $\Delta U = -A$. Теперь заметим, что
в начальный и в конечный
момент поршень $\overset{\Delta}{\text{остановился}}$, а

N2 (продолж.)

$$p_0 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow \frac{p_0}{p} = \frac{T_1}{T} \cdot \frac{V}{V_1} = 1 \Rightarrow \text{весь процесс изобарный}$$

$$pV = \nu RT$$

$$Q = \Delta U + A = C_p \cdot \nu \cdot \Delta T = \frac{7}{2} \cdot \nu R \cdot \Delta T = \frac{7}{2} \cdot \nu R \cdot 100 \text{ K} = 3 R \cdot 100 = 2493 \text{ Дж}$$

N1

Поскольку плита гладкая \Rightarrow ~~сила трения равна~~ $F_{тр} = 0$

На ось z вдоль оси Ox не действует ни одной силы \Rightarrow

$$p_x = \text{const} \Rightarrow$$

$$mV_1 \sin \alpha = mV_2 \sin \beta \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \text{ м/с}$$

В СО плиты шарик имеет скорость V_1' до и V_2' после столкновения. Если бы удар был абсолютно упругим, то $V_1'y = V_2'y$, однако

части энергии теряется и $|V_1'y| < |V_2'y|$

$$-V_1'y = V_1y + U; \quad V_2'y = V_2y - U \Rightarrow V_1y + U > V_2y - U \Rightarrow$$

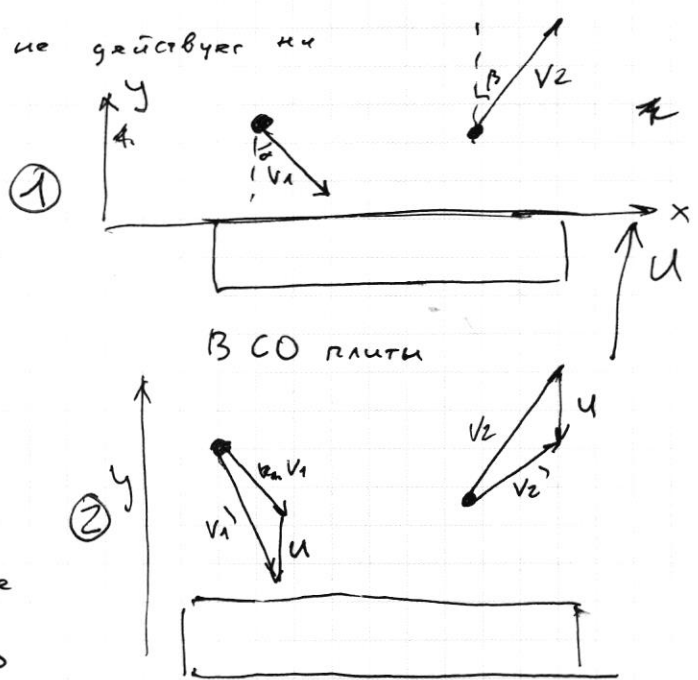
$$V_1 \cos \alpha + U > V_2 \sin \beta - U \Rightarrow 2U > V_2 \sin \beta - V_1 \cos \alpha$$

Но также после отскока шарик должен удалиться от плиты $\Rightarrow U < V_2 \cos \beta$

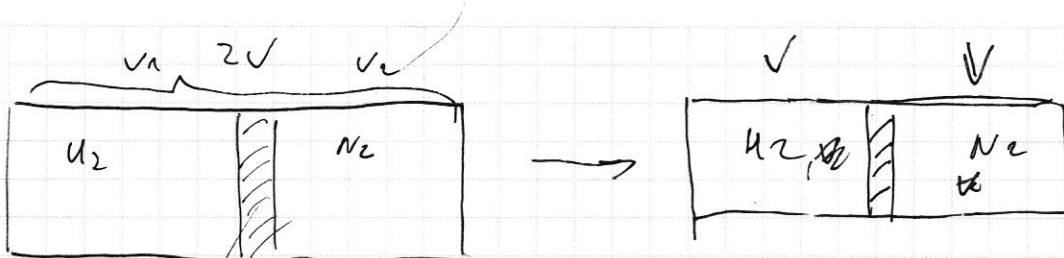
$$V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha < 2U < 2V_2 \cos \beta$$

$$18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} < 2U < 18 \cdot 2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$12\sqrt{2} - 6\sqrt{3} < 2U < 24\sqrt{2}. \text{ Отсюда } 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} < U < 12\sqrt{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\textcircled{1} \quad \frac{V_{m1}}{V_{m2}} = \frac{RT_1}{RT_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11}$$

$$p_0 V_1 = \nu R T$$

$$p_0 V_2 = \nu R T$$

$$c_\nu T_1 + c_\nu T_2 = 2c_\nu T$$

Δ

$$pV = \nu R \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$p_0 V_1 = \nu R T_1$$

$$\frac{p}{p_0} \frac{V}{V_1} = \frac{T_1 + T_2}{2T_1}$$

$$\frac{g}{7} \frac{p}{p_0} = \frac{g}{7}$$

$$\frac{p}{p_0} = 1$$

$$T = \frac{2T_1}{\omega_0} = 2T_1 \sqrt{(L_1 + L_2)C} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

$$V_1 + V_2 = 2V \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{7}{9}V$$

$$V_2 = \frac{11}{9}V$$

σΩ

~~$$L_2 \dot{I} + L_1 \dot{I} + \frac{q}{C} = \epsilon$$~~

$$L_2 \dot{I} + L_1 \dot{I} + \frac{q}{C} = \epsilon$$

$$(L_2 + L_1) \dot{I} + \frac{q}{C} = \epsilon$$

q

$$(L_2 + L_1) \ddot{q} = -\frac{q}{C} + \epsilon$$

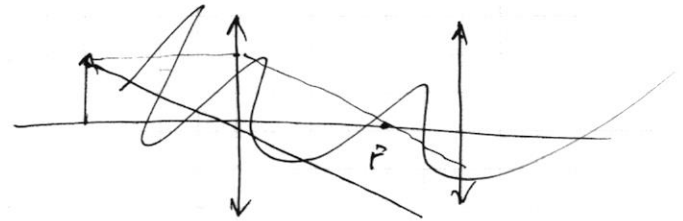
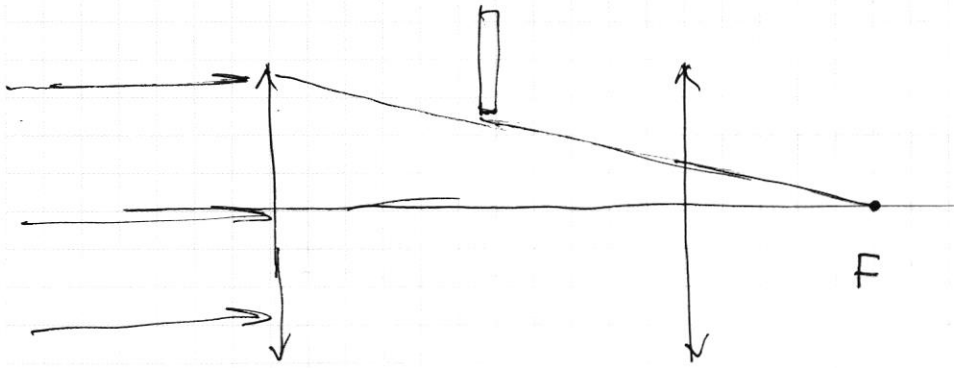
~~$$\ddot{q} = -\frac{q}{C} + \frac{\epsilon}{L_2 + L_1}$$~~

$$\ddot{q}_0 = -\ddot{q}$$

~~$$C(L_1 + L_2) \ddot{q}_0 + q_0 = 0$$~~

$$\ddot{q}_0 + \frac{q_0}{C(L_1 + L_2)} = 0$$

$$q_0 = q_{0max} \cdot \cos(\omega_0 t)$$



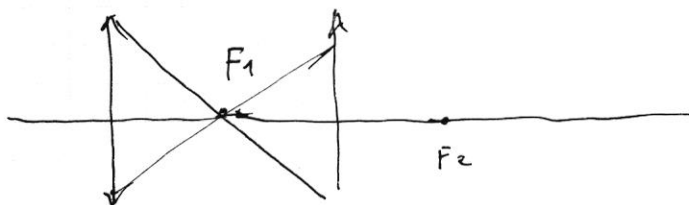
$$\frac{S_{\text{неч.}}}{S_{\text{уст.}}} = \frac{4}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d_{\text{неч.}}}{d_{\text{уст.}}} = \frac{2}{3}$$

$$d_{\text{неч.}} = \frac{2}{3} D$$

$$d_{\text{уст.}} = \frac{4}{9} D$$

$$V = \frac{d_{\text{неч.}}}{r_0} = \frac{4D}{9r_0}$$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

--

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--	--

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

