

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

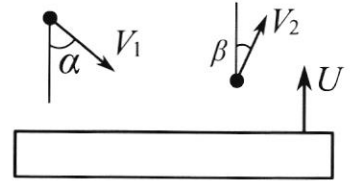
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

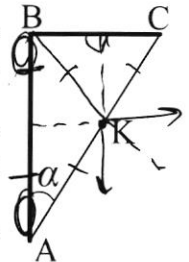


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

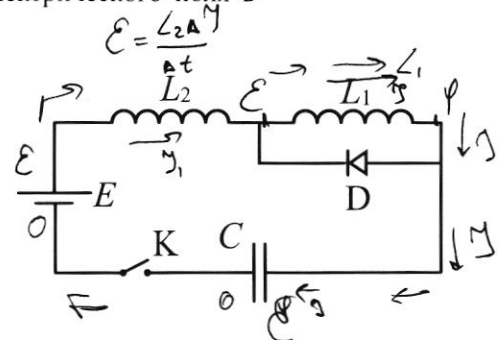
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



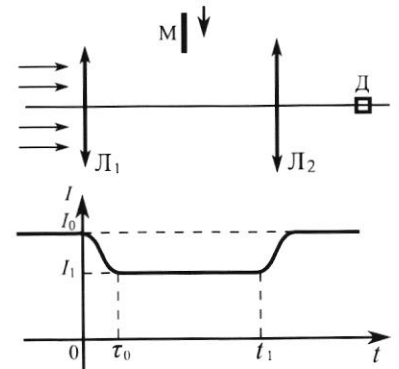
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

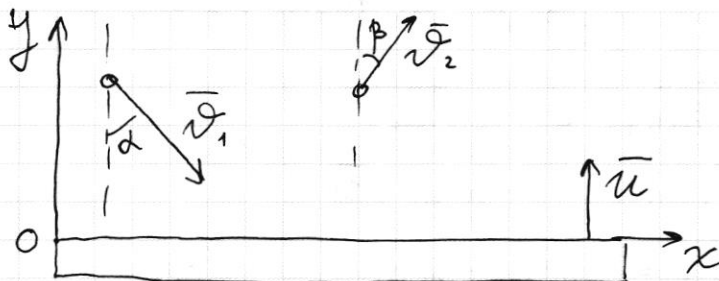
Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 1

$$v_1 = 12 \frac{m}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}; \sin \beta = \frac{1}{3}$$



1) v_2 - ?

2) u - ?

1) СО: массивная нить.

$$v_1 = u + v_{отн1}, \quad v_{отн1} - \text{отн-ая скорость.}$$

$$v_{отн1} = v_1 - u$$

~~Пусть m - масса шарика, M - масса нити.~~

~~Поскольку внешние силы не учитываются, то по z -иу сохр. импульса:~~

После неупругого удара:

$$v_2 = u + v_{отн2}$$

$$v_{отн2} = v_2 - u$$

Поскольку вдоль OX ^{внешних и внутренних} нет сил, то $v_x = \text{const} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{отн1x} = v_{отн2x}$$

$$v_{отн1x} = v_{отн2x} \Rightarrow v_1 \cos \alpha - u_x = v_2 \cos \beta - u_x, \quad \text{где } u_x = 0$$

$$v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$v_2 = 12 \frac{m}{c} \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6 \cdot 3 \frac{m}{c} = 18 \frac{m}{c}$$

2) Закон изменения импульса: $\Delta p = F_{внешн} \cdot \Delta t$
 ~~$F_{внешн}$ не учитываются $\Rightarrow \bar{p} = \text{const}$~~

Задача №1 (продолжение)

Так как удар неупругий, то выделяется теплота Q .

Рассмотрим Q_{\max} и Q_{\min}

1. $Q_{\min} \rightarrow 0$ удар можно считать упругим:

Тогда $\overline{v_{отн1}} = -\overline{v_{отн2}}$

$$v_1 - u = -v_2 + u$$

$$v_2 = -v_1 + 2u$$

Оу: $v_{2y} = -v_{1y} + 2u \Rightarrow u_{\min} = \frac{v_{2y} + v_{1y}}{2}$

$$u_{\min} = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

2. Q_{\max} - если вышедшее предельное значение u шарик приобрёл минимальную возможную скорость.

Минимальная скорость должна быть больше скорости плиты, чтобы шарик действительно удалился от плиты. Это равносильно тому, что $\overline{v_{отн2y}} > 0$

$$v_{отн2y} = v_2 \cos \beta - u > 0$$

$$v_2 \cos \beta > u$$

$$u < v_2 \cos \beta$$

Получим неравенство

$$\boxed{\frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} \leq u < v_2 \cos \beta}$$

$$\frac{18 \cos \beta - 12 \cos \alpha}{2} \leq u < 18 \cdot \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$9 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \leq u < 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (\text{см. продолжение})$$

$$6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \leq u < 12\sqrt{2}$$

Ответ: 1) $v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 2) $u \in \left[\frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}; v_2 \cos \beta \right) \dots$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1 (продолжение)

продолжение ответа: $\mu \in [6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}; 12\sqrt{2})$.

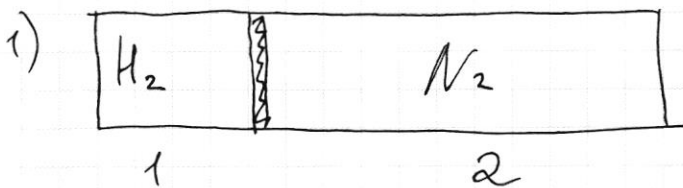
Задача №2.

$\nu = \frac{60}{7}$ моль;

$T_1 = 350 \text{ K};$ #

$T_2 = 550 \text{ K};$

$C_v = \frac{5R}{2}; R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$



(1): $p_1 V_1 = \nu R T_1$

(2): $p_2 V_2 = \nu R T_2$, где $p_1 = p_2 = p$,

так как поршень
скользит без трения.

1) $\frac{V_1}{V_2} - ?$

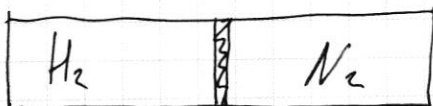
(1): $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

2) $T - ?$

3) $Q - ?$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{550 \text{ K}}{350 \text{ K}} = \frac{11}{7}$

2) После установления равновесия:



для H_2 : $p'_1 V'_1 = \nu R T$

для N_2 : $p'_2 V'_2 = \nu R T$, где $p'_1 = p'_2 = p'$,

$V'_1 = \frac{\nu R T}{p'}$
 $V'_2 = \frac{\nu R T}{p'}$ } $\Rightarrow V'_1 = V'_2 = \frac{\nu R T}{p'}$

Приведем $V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2 = V_{общ} = \text{const}$

Задача №2 (Продолжение).

где $V_{общ}$ - общий объем

Так как в МКТ углеродные молекулы считаются абсолютно упругими, то выполняется закон сохранения энергии.

$$U_1 + U_2 = U_1' + U_2', \quad U = \frac{5}{2} \nu R T$$

$$\frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2 = \frac{5}{2} \nu R T + \frac{5}{2} \nu R T$$

$$T_1 + T_2 = T + T \Rightarrow \boxed{T = \frac{T_1 + T_2}{2}}$$

$$T = \frac{350 \text{ K} + 550 \text{ K}}{2} = \frac{900 \text{ K}}{2} = 450 \text{ K}$$

3) $Q = \Delta U_1$ - изменение внутренней энергии водорода, так как система теплоизолирована.

$$Q = \frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1)$$

$$\boxed{Q = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1)}$$

$$Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot (450 - 350) = \frac{15}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 =$$

$$= \frac{15}{7} \cdot 831 = 2 \frac{1}{7} \cdot 831 = 2 \cdot 831 + \frac{831}{7} = 1662 + 118 \frac{5}{7} =$$

$$= 1780 \frac{5}{7} \approx 1780 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{11}{7}$; 2) $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450 \text{ K}$

$$3) Q = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1) = 1780 \text{ Дж}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

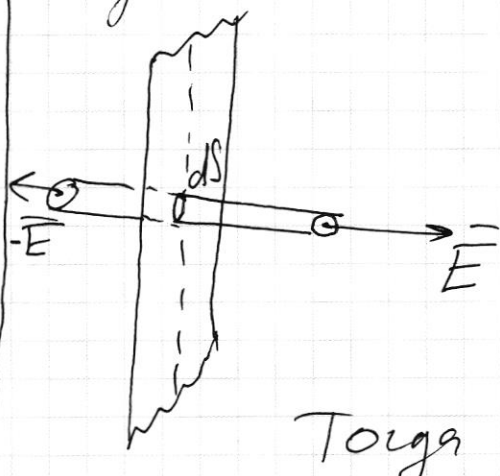
Задача №3

$AB \perp BC$

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$
 $\frac{E_K}{E_H} = ?$

2) $\sigma_1 = 3\sigma$
 $\sigma_2 = \sigma$
 $\alpha = \frac{\pi}{5}$
 $E_K = ?$

1) Рассмотрим напряженность, создаваемую такой пластиной.



Рассмотрим малую часть пластины, находящуюся на равном расстоянии от краев пластины,

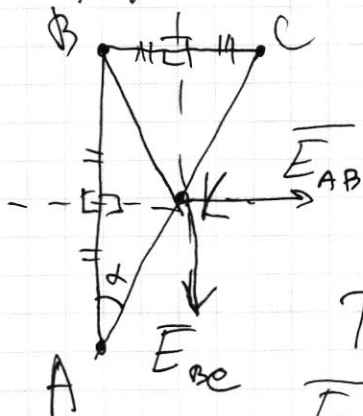
Тогда в силу симметрии $E \perp$ пластине и с обеих сторон имеет одинаковую модуль.

Т. Гаусса:

$$\oint E dS = \frac{\Sigma q_i}{\epsilon_0}$$

$$E 2dS = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \text{ то есть на}$$

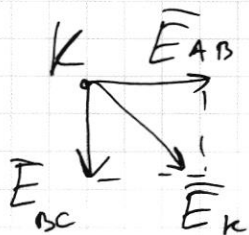
середине от краёв эта формула верна.



Из геометрических соображений т. К лежит ровно на серединных перпендикулярах AB и BC. Для т. К. верно $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Тогда $E_H = E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$E_K = E_{BC} + E_{AB}$, где $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

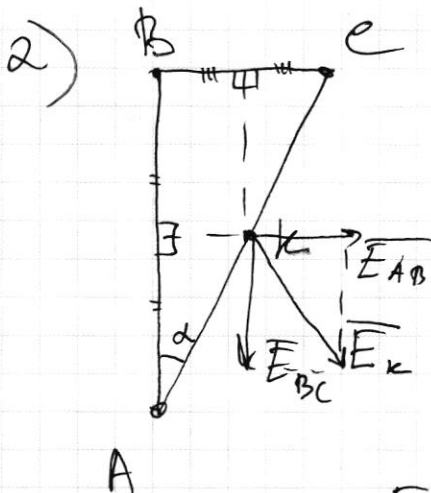


так как $|\vec{E}_{AB}| = |\vec{E}_{BC}|$, то

$$E_K = \sqrt{2} \cdot E_{AB} = \sqrt{2} \cdot E_{BC}$$

$$E_K = \sqrt{2} \cdot E_H$$

$$\boxed{\frac{E_K}{E_H} = \sqrt{2}}$$



$$E_{BC} = \frac{G_1}{2\epsilon_0} = \frac{3G}{2\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{G_2}{2\epsilon_0} = \frac{G}{2\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_K = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$$

по т. Пифагора

$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$$

$$\boxed{E_K = \frac{G}{2\epsilon_0} \sqrt{3^2 + 1^2} = \frac{G\sqrt{10}}{2\epsilon_0}}$$

Ответ: 1) $\frac{E_K}{E_H} = \sqrt{2}$; 2) $E_K = \frac{G\sqrt{10}}{2\epsilon_0}$

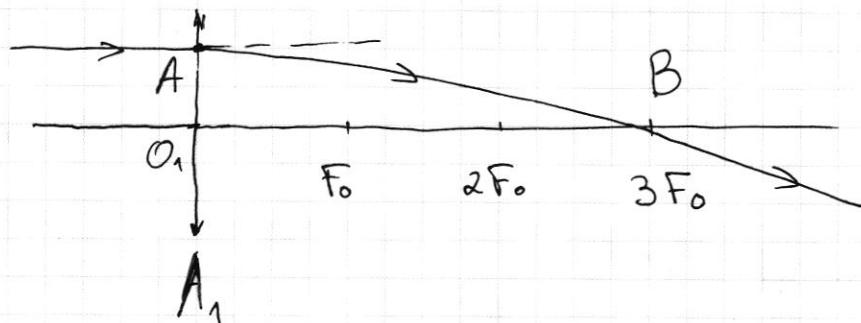
Задача №5.

$$F_0, D, \tau_0$$

$$\gamma_1 = \frac{5\gamma_0}{9}$$

- 1) d - ?
- 2) φ - ?
- 3) t_1 - ?

Рассмотрим Λ_1 без Λ_2 (отдельно):

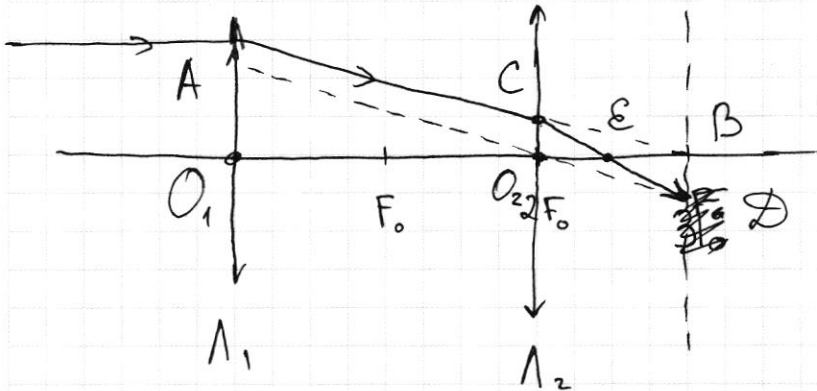


Рассмотрим ход одного из лучей.

Например, AB.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5 (продолжение):



Тогда в n_2 попадет
луч AB и после
преломления он
попадет в Т.Д

Пусть $O_2 B \perp CD = E$ — точка фокуса для системы линз.

По построению хода лучей луча AB за то, что
фокусы совпадают в одной точке B , получим, что
($CO_2 \parallel BD$ и $CB \parallel O_2D$) $\Rightarrow CO_2 = BD$

Тогда $\triangle CO_2E = \triangle DBE$ по катету $CO_2 = BD$ и
острым вертикальным углам

Значит $O_2E = BE = \frac{O_2B}{2} = \frac{F_0}{2}$

Так как детектор находится в фокусе, то

$d = O_2E = \frac{F_0}{2}$ $d = \frac{F_0}{2}$

2) Мощность света $P_{св} \rightarrow I_{луча}$ — площадь луча при
по условию $P_{св} \rightarrow M$, фиксированной интенсивности.

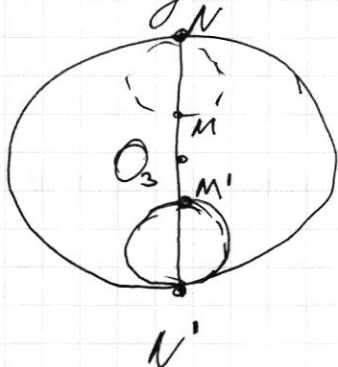
Тогда $M \rightarrow I_{луча}$

То есть через r_0 от центра проходящая только
 $\frac{5}{9} S$ — площадь всего луча.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5 (продолжение)

3) t_1 соответствует моменту времени, когда мишень подошла к краешку пуля.



Тогда из рисунка видно, что мишень прошла расстояние $NN' = NM' - NM = \frac{2\Phi}{3} - \frac{4}{9}\Phi = \frac{2}{9}\Phi$. Тогда:

$$v = \frac{2\Phi}{g(t_1 - t_0)}, \text{ где } v - \text{известна} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\Phi}{g(t_1 - t_0)} = \frac{4\Phi}{9t_0} \Rightarrow \frac{1}{t_1 - t_0} = \frac{2}{t_0}$$

$$t_0 = 2t_1 - 2t_0 \Rightarrow 2t_1 = 3t_0 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{3}{2}t_0}$$

Ответ: 1) $d = \frac{F_0}{2}$; 2) $v = \frac{4\Phi}{9t_0}$; 3) $t_1 = \frac{3}{2}t_0$.

Задача №4.

$L_1 = 4L$; $L_2 = 3L$;
 \mathcal{E} , C

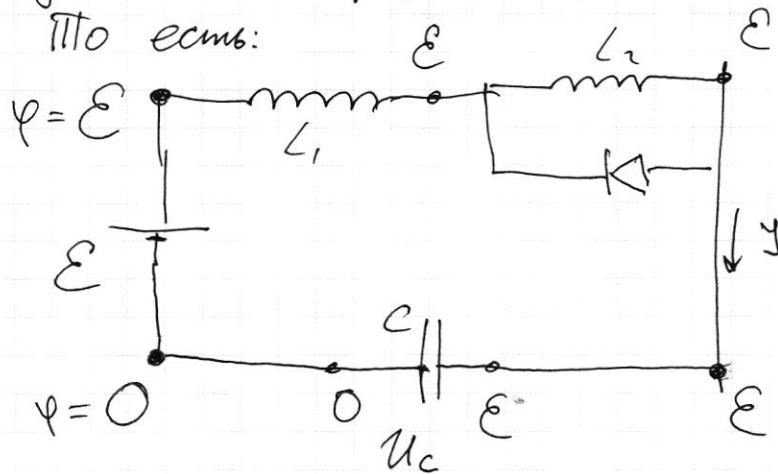
1) $T = ?$

2) $\mathcal{I}_{m1} = ?$; 3) $\mathcal{I}_{m2} = ?$

В начальный момент времени ток нет. Сразу после замыкания К ток через L_1 и L_2 течет потому что возникает индукционный ток, направленный противоположно.

Задача № 4 (продолжение)

Что есть:



Тогда $U_C = \frac{q}{C} = \varepsilon \Rightarrow q = \varepsilon C$

То есть за некую малую время зарядит конденсатора через ε, L_1, L_2 прошел заряд q

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{\varepsilon C}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\varepsilon C}{I} \Rightarrow (\Delta t)^2 = \frac{\varepsilon C^2}{I^2}$$

Рассмотрим L_2 : закон Фарадея:

$$\varepsilon = \frac{L_2 \Delta I}{\Delta t} = \frac{L_2 I}{\Delta t} = \frac{L_2 \varepsilon C}{(\Delta t)^2} \Rightarrow (\Delta t)^2 = \frac{L_2 \varepsilon C}{\varepsilon} = L_2 C$$

$$L_1 C = \frac{\varepsilon^2 C^2}{I^2}$$

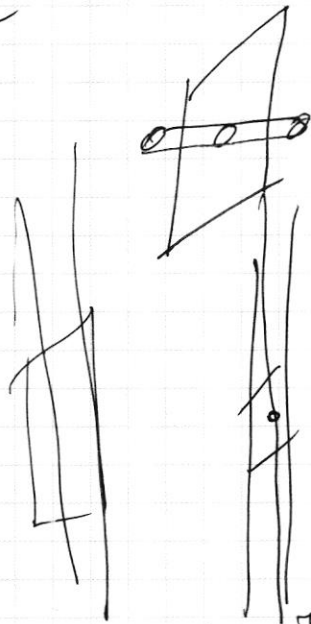
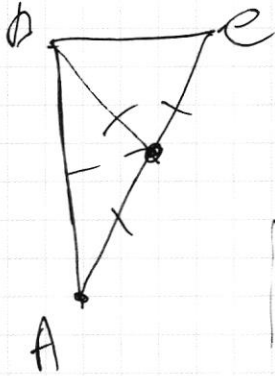
$$I^2 L_1 = \varepsilon^2 C$$

$$I_1 = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Когда конденсатор зарядится, в катушке L_2 пойдет индукционный ток, и его максимальное значение $I_{m2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$

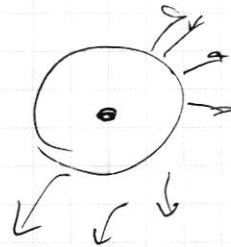
Ответ: 3) $I_{m2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E 2dS = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



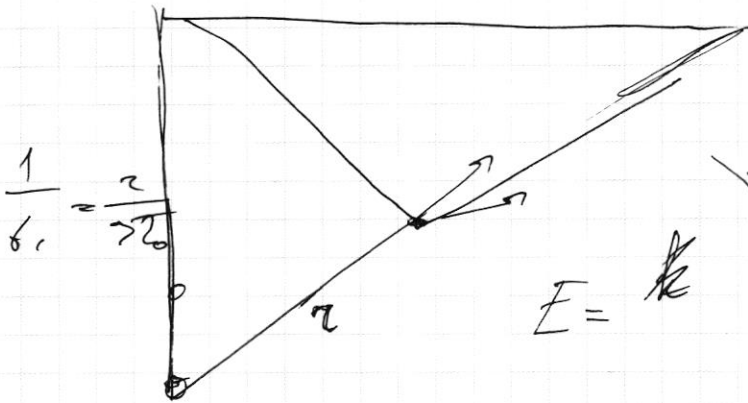
4.

$$dE = E = \frac{L \Delta}{\Delta t}$$

$$\frac{2\phi}{3l_1} = \frac{4\phi}{9\tau_0}$$

$$\frac{2\phi}{3(l_1 + \tau_0)} = \frac{4\phi}{9\tau_0}$$

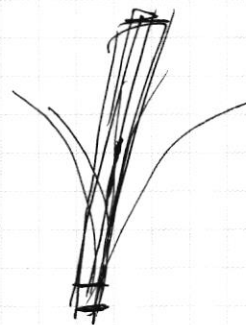
$$\frac{1}{l_1 + \tau_0} = \frac{2}{3\tau_0}$$



$$E = \frac{1}{r}$$

$$3\tau_0 = 2l_1 + 2\tau_0$$

$$l_1 = \frac{\tau_0}{2}$$



$$\frac{2\phi}{3(l_1 - \tau_0)} = \frac{2\phi}{3(l_1 + \tau_0)}$$

$$j = \frac{q}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta \mu}{\Delta t}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + Q$

$\frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = Q$

$\frac{m}{2}(v_{\text{ш1}}^2 - v_{\text{ш2}}^2) = Q$

$M\bar{u} + m\bar{v}_1 = M\bar{u} + m\bar{v}_2$

$M\bar{0} + m\bar{v}_1 = M\bar{0} + m\bar{v}_2$

$v_1 = v_2$

$v_{1y} + 2u = v_{2y}$, если $Q=0$

$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_{\text{ш2}}^2}{2} + Q$

$\frac{m(v_1^2 + 2v_1 u \cos \alpha + u^2)}{2} = m \frac{v_1^2}{2}$

$v_1 \cos \alpha = 6\sqrt{2}$

$v_1 \cos \beta = 12\sqrt{2}$

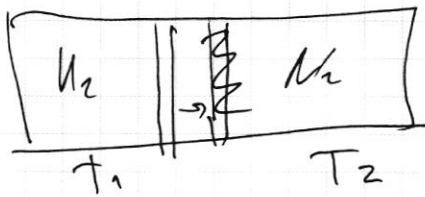
$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin \beta = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$v_1 \cos \beta = v_1 \cos \alpha - v_1 \cos \beta + 2u \cdot k = v_2 \cos \beta$

$v = \sqrt{v_1^2 \sin^2 \alpha + v_1^2 \cos^2 \alpha + 2v_1 u \cos \alpha + u^2}$

$v = \sqrt{v_1^2 + 2v_1 u \cos \alpha + u^2}$



$$V_1 + V_2 = \frac{\nu R}{p} (T_1 + T_2)$$

$$\nu = \frac{N}{N_A}$$

$$pV_1 = \nu R T_1$$

$$pV_2 = \nu R T_2$$

$$pV_1 = \nu R T$$

$$pV_2 = \nu R T$$

$$p = nkT$$

$$p = \frac{N}{V} kT$$

$$pV = \nu R T$$

$$pV = \nu R T$$

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$p = \frac{\nu R T}{V}$$

$$E = \frac{3}{2} kT$$

$$V_1 = V_2 \cdot \frac{T_2}{T_1} \quad E_{av} = \frac{3}{2} \nu kT = \frac{3}{2} \nu R T$$

$$V_{\text{ср.}} = V_1 + V_2 = V_2 \left(1 + \frac{T_1}{T_2} \right) = V_2 \frac{T_1 + T_2}{T_2}$$

$$V_2' = V_2 \frac{T_1 + T_2}{2T_2}$$

$$T = \frac{p'V'}{\nu R}$$

$$p_x V_x = \nu R T_x \quad C_p = \frac{i+2}{2}$$

$$C_v = \frac{i}{2}$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2}$$

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$\frac{T_1}{V_2 \frac{T_1}{T_2}} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\Delta U = U_2 - U_0 = \frac{5}{2} \nu R T$$

$$\frac{T}{V} = \frac{T}{V}$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 =$$

$$= \frac{3}{2} \nu R T + \frac{3}{2} \nu R T$$

$$\begin{array}{r} 877 \overline{) 7} \\ - 77 \overline{) 118} \\ \hline 61 \\ - 56 \\ \hline 5 \end{array}$$

2.2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 3
 $AB \perp BC$

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$;

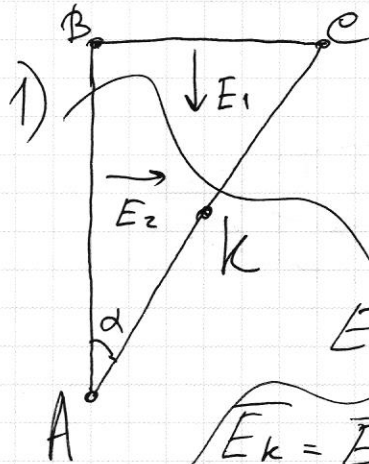
$n = \frac{E_k}{E_H} - ?$

2) $\sigma_1 = 3\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

$\alpha = \frac{\pi}{5}$

$E_k - ?$

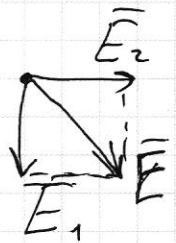


$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$E_H = E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$\vec{E}_k = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$



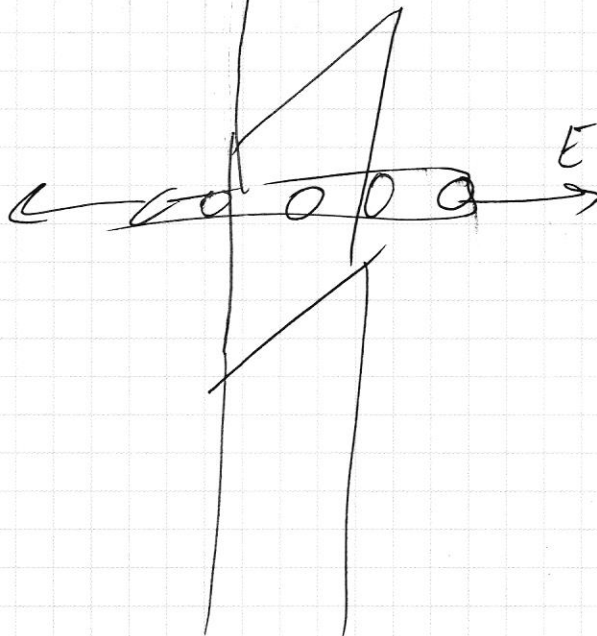
Так как $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

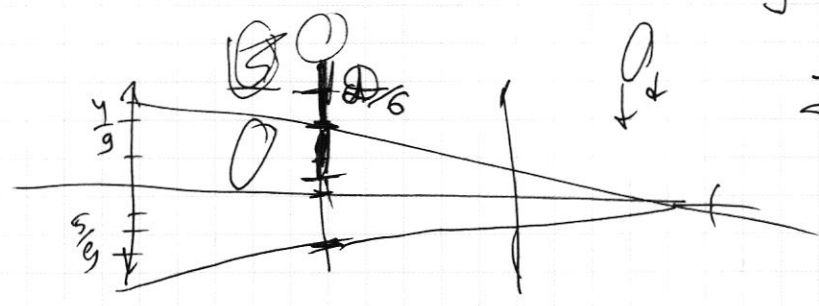
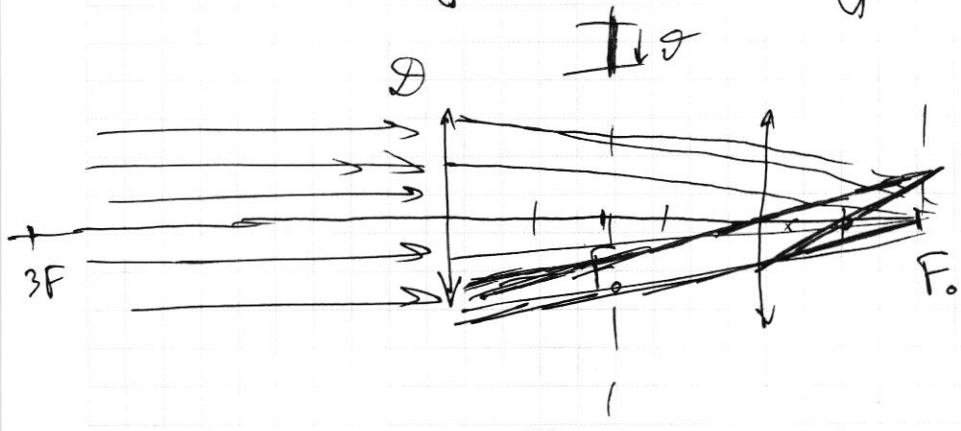
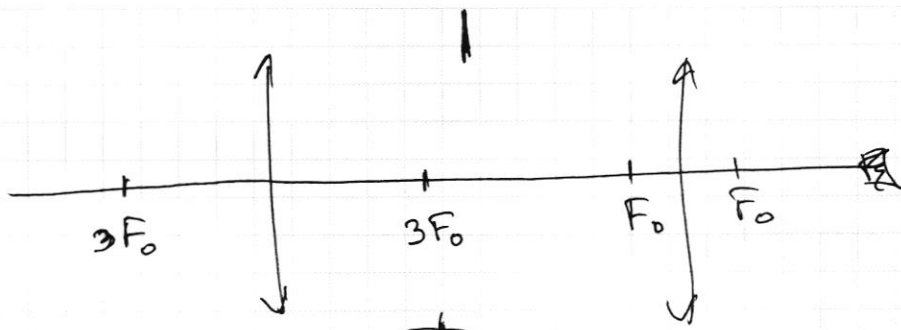
то $E_k = E_1 \sqrt{2}$

$E_k = E_H \sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{E_k}{E_H} = \sqrt{2}$

2)



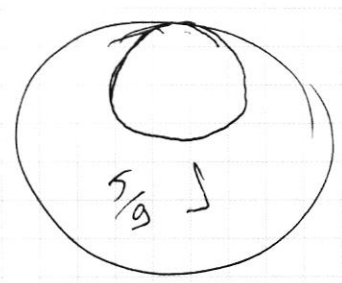
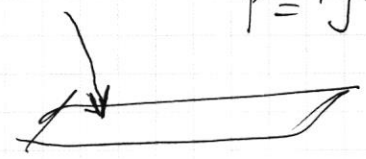


$$y \sim P_{\text{света}} \sim I_{\text{л}}^2$$

$$I_{\text{л}} = \frac{3F_0}{9}$$

$P_{\text{света}}$

$$P = yU = I^2 R$$



$$S = \pi (R^2 - r^2) = \frac{\pi}{4} (d^2 - d^2)$$

$P \sim S$!