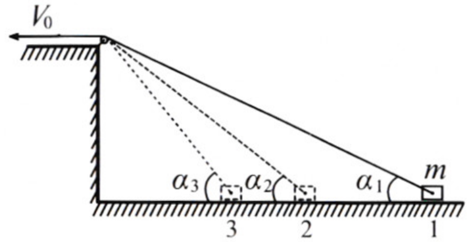
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-05**

Шифр

(заполняется секретарём)



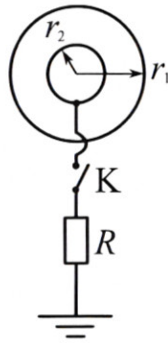
1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0. Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin\alpha_1 = \dfrac{1}{3}, \sin\alpha_2 = \dfrac{1}{2}, \sin\alpha_3 = \dfrac{3}{4}$. От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время t_{12}.

1) Найти скорость V_1 груза при прохождении точки 1.
2) Найти работу лебедки A_{12} при перемещении груза из точки 1 в точку 2.
3) Найти время t_{23} перемещения груза из точки 2 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура T_0 =373 K. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1, в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/5$, где P_0 – нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
2) Найти изменение массы Δm воды.
3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

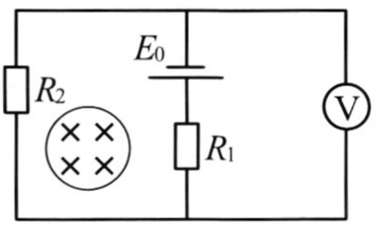
Удельная теплота испарения воды L, молярная масса воды μ. Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.



3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится положительный заряд Q, внутренний шар не заряжен и соединен с Землей через ключ К и резистор R. Ключ замыкают.

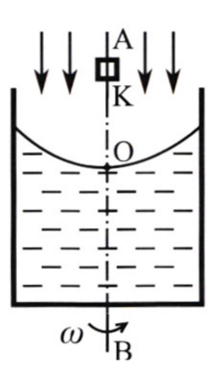
1) Найти заряд q внутреннего шара после замыкания ключа.
2) Найти энергию W_0 электрического поля вне шаров до замыкания ключа.
3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.



4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, идеальный источник с ЭДС E_0, вольтметр с сопротивлением $R_V = 3R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области – магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S.

1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.



5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью ω = 10/3 с$^{-1}$ вокруг вертикальной оси АВ, совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры К, расположенной на оси вращения.

1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке О.
2) На каком расстоянии от точки О будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять g = 10 м/с^2.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

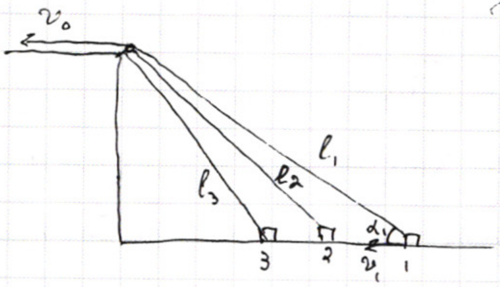
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)



Чтобы трос оставался натянутым, проекции скоростей всех его точек на направление троса должны быть равны. Поскольку груз движется вдоль поверхности, $v_1 \cos\alpha_1 = v_0$, $\cos\alpha_1 = \sqrt{1-\underset{\sin^2\alpha_1}{\frac{1}{9}}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{3v_0}{2\sqrt{2}}$

Аналогично для 2 и 3 положений: $v_2\cos\alpha_2 = v_3\cos\alpha_3 = v_0$

Т.к. работу (над системой груз + ~~лебёдка~~ трос) совершают только силы со стороны лебёдки на трос, и со стороны троса на груз, а трос лёгкий, $A_{12} = \Delta E_k = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{mv_0^2}{2}\left(\frac{1}{\cos^2\alpha_2} - \frac{1}{\cos^2\alpha_1}\right) =$

$= \frac{mv_0^2}{2}\left(-\cancel{\frac{3}{2\sqrt{2}}}\frac{9}{8} + \frac{4}{3}\right) = \cancel{\frac{mv_0^2}{12\sqrt{2}}}\frac{5}{48}\cancel{(8\sqrt{2}-9)}$ (теорема об изм. кин. энергии)

Пусть высота стены h. Длины ~~нит~~ тросов от ~~...~~ блока до груза: $l_1 = \frac{h}{\sin\alpha_1}$, $l_2 = \frac{h}{\sin\alpha_2}$, $l_3 = \frac{h}{\sin\alpha_3}$

По условию $\frac{l_1 - l_2}{t_{12}} = v_0 \Rightarrow h\left(\frac{1}{\sin\alpha_1} - \frac{1}{\sin\alpha_2}\right) = v_0 t_{12}$

Также $\frac{l_2 - l_3}{t_{23}} = v_0 \Rightarrow h\left(\frac{1}{\sin\alpha_2} - \frac{1}{\sin\alpha_3}\right) = v_0 t_{23}$. Подставим h

$\frac{v_0 t_{12}\cdot\sin\alpha_1\sin\alpha_2}{\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1}\cdot\frac{\sin\alpha_3 - \sin\alpha_2}{\sin\alpha_2\sin\alpha_3} = v_0 t_{23} \Rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

1) Аналог. $t_{23} = t_{12} \dfrac{\sin\alpha_1 \sin\alpha_2}{\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1} \left(\dfrac{1}{\sin\alpha_2} - \dfrac{1}{\sin\alpha_3}\right) =$

$= t_{12} \dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \left(2 - \frac{4}{3}\right) = \frac{2}{3} t_{12}$

Ответ: 1) $\dfrac{3v_0}{2\sqrt{2}}$ 2) $\cancel{\dfrac{mv_0^2}{12\sqrt{2}}(8\sqrt{2}-9)}$ $\dfrac{5mv_0^2}{48}$ 3) $\dfrac{2}{3}t_{12}$

Конечно, движение в задаче грузика будет таким, что трос провисать не будет, ибо трос, воздействуя на груз, "разгоняет" его до скорости $\dfrac{v_0}{\cos\alpha}$, где α - угол в данный момент, и груз не может "убежать" так, чтобы трос провис.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Вначале давление пара есть давление паров насыщенных (т.к. есть вода и равновесие) и $\approx p_0$.
при T_0

Условие равновесия поршня: $p_1 - \frac{p_0}{5} = p_0$ (p_1 – нач. давл. воздуха). З-н Менделеева-Клапейрона $p_1 V_1 = \nu_1 R T_0 = p_2 V_2$

p_2 – конеч. давл. воздуха. $p_0 V_{п_1} = \nu_{п_1} R T_0$ – для пара в начале, $p_0 V_{п_2} = \nu_{п_2} R T_0$ – в конце. Для поршня в конце:

$p_0 = \frac{p_0}{5} + p_2$, а пар после переворачивания, очевидно, частично сконденсировался. ($p_0 = const$, $V_п \downarrow \Rightarrow \nu_п \downarrow$)

Итак, $V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{\frac{6}{5} p_0 V_1}{\frac{4}{5} p_0} = \frac{3}{2} V_1$, $p_0 (V_{п_1} - V_{п_2}) = (\nu_{п_1} - \nu_{п_2}) R T_0$

$p_0 (V_2 - V_1) = p_0 \cdot \frac{1}{2} V_1$

$\nu_{п_1} - \nu_{п_2} = \frac{\Delta m}{\mu} = \frac{\frac{1}{2} p_0 V_1}{R T_0} \Rightarrow \Delta m = \frac{p_0 V_1 \mu}{2 R T_0}$

Внутренняя энергия изменилась лишь за счёт ~~воздуха и~~ сконденсировавшейся массы пара (температура не изменилась). С другой стороны, разница внутренних энергий Δm в виде воды и в виде пара просто равна $-L \Delta m = -L \frac{p_0 V_1 \mu}{2 R T_0}$

Ответ: 1) $\frac{3}{2} V_1$ 2) $\frac{p_0 V_1 \mu}{2 R T_0}$ 3) $-\frac{L p_0 V_1 \mu}{2 R T_0}$

3) Через некоторое время после замыкания ключа потенциал шара становится $=0$. Чтобы это обеспечить, q должен быть таким, что $\underbrace{\frac{kq}{r_2}}_{\text{потенциал меньшего}} + \underbrace{\frac{kQ}{r_1}}_{\text{большего на меньшем}} = 0 \Rightarrow$

$$q = -Q\frac{r_2}{r_1}$$

Известно, что $w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ – объёмная плотность энергии поля. Тогда $\Delta W = w\Delta V = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{kQ}{r^2}\right)^2 \cdot \underbrace{4\pi r^2 dr}_{\text{маленький сферич. объём}}$

$$W_0 = \int_{r_1}^{\infty} \frac{1}{8\pi k}\frac{k^2Q^2}{r^4}4\pi r^2 dr = \frac{kQ^2}{2}\int_{r_1}^{\infty}\frac{dr}{r^2} = \frac{kQ^2}{2}\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_1}^{\infty} =$$

$= \frac{kQ^2}{2r_1}$. Тот же результат получается, если потенциал сферы умножить на заряд и поделить пополам, собственно, по готовой формуле.

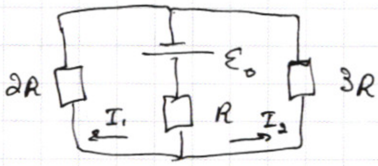
$Q = A_{ст} - \Delta W$. Q выделится только на резисторе, а $W_1 = \frac{q\varphi_2}{2} + \frac{Q\varphi_1}{2} = 0 + \frac{Q\cdot\left(\frac{kQ+kq}{r_1}\right)}{2} = \frac{kQ^2}{2r_1}\left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{kQ^2(r_1-r_2)}{2r_1^2}$

$$Q = -\Delta W = W_0 - W_1 = \frac{kQ^2}{2r_1}\left(1 - 1 + \frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{kQ^2 r_2}{2r_1^2}$$

Ответ: 1) $-Q\frac{r_2}{r_1}$ 2) $\frac{kQ^2}{2r_1}$ 3) $\frac{kQ^2 r_2}{2r_1^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Поскольку магнитное поле не изменяется, $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$. Тогда



$\mathcal{E}_0 = (I_1+I_2)R + 2I_1R =$

$= (I_1+I_2)R + 3I_2R \Rightarrow$

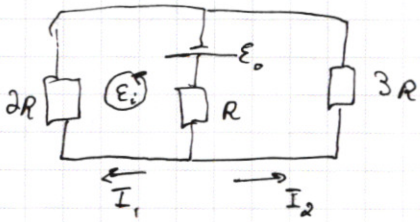
$\Rightarrow 2I_1 = 3I_2 = 6I$; $I_2 = 2I, I_1 = 3I$. $\mathcal{E}_0 = 5IR + 6IR = 11IR$

$V_1 = U_v = 3 \cdot I_2R = 6IR = \frac{6}{11}\mathcal{E}_0$

Когда индукция поля увеличивается, $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -kS$, $|\mathcal{E}_i| = kS$ и направлено против часовой стрелки в ~~кон- туре. R_1=~~ левом контуре. $\mathcal{E}_0 - kS = (I_1 + I_2)R + 2I_1R$

$\mathcal{E}_0 = (I_1 + I_2)R + 3I_2R$

$V_2 = 3I_2R$



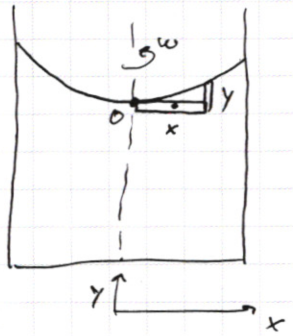
$$\begin{cases} \mathcal{E}_0 - kS = 3I_1R + I_2R \\ \mathcal{E}_0 = I_1R + 4I_2R \Rightarrow I_1R = \mathcal{E}_0 - 4I_2R \end{cases}$$

$\mathcal{E}_0 - kS = 3\mathcal{E}_0 - 12I_2R + I_2R \Rightarrow I_2R = \frac{2\mathcal{E}_0 + kS}{11}$

$V_2 = 3I_2R = \frac{3}{11}(2\mathcal{E}_0 + kS)$

Ответ: 1) $\frac{6\mathcal{E}_0}{11}$ 2) $\frac{3}{11}(2\mathcal{E}_0 + kS)$

5) Известен факт, что форма воды (поверхности) при вращении с ω – парабола $y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$:

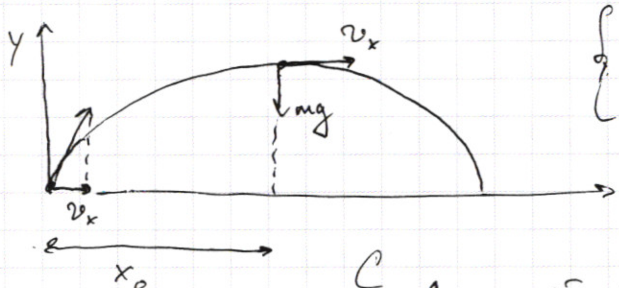


ц.с.

$\Delta m \omega^2 \frac{x}{2} = \rho g y S$, где $\Delta m = \rho S x$

$\rho S \omega^2 \frac{x^2}{2} = \rho g y S \Rightarrow y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$

Несложно понять радиус кривизны в т. O: запустим по такой параболе свободно лететь камешек:



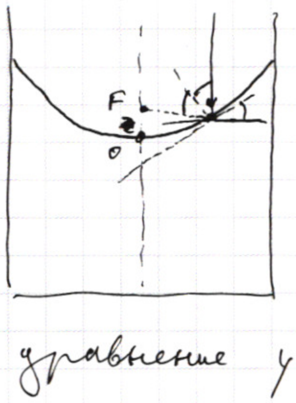
$$\begin{cases} y = v_y t - \frac{g t^2}{2} \\ x = v_x t \end{cases} \Rightarrow$$

$$y = \frac{v_y}{v_x} x - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_x^2}$$

С другой стороны $R_{кр} = \frac{v_x^2}{g}$ $(ma_{цс} = mg)$,

$y = -\frac{\omega^2}{2g}(x - 2x_0)x \Rightarrow$ коэф. при x^2: $-\frac{\omega^2}{2g} = -\frac{g}{2v_x^2} = -\frac{1}{2R_{кр}}$

$R_{кр} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{100} \cdot 9 = 0,9$ м



Уравнение касательной к параболе в т. (x_0, y_0): $y = \frac{\omega^2}{g} x_0 (x - x_0) + y_0$, $y_0 = \frac{\omega^2}{2g} x_0^2$. Если угол наклона касательной $\alpha > 0$, то угол наклона отражённого луча $2\alpha - 90$

и его уравнение $y = \frac{\left(\frac{\omega^2}{g} x_0\right)^2 - 1}{2 \frac{\omega^2}{g} x_0}(x - x_0) + y_0$ в соответствии с ф-ми тригонометрии. при $x = 0$ $y = \frac{1 - \frac{\omega^4}{g^2} x_0^2}{2 \frac{\omega^2}{g}} + \frac{\omega^2}{2g} x_0^2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) Јрод. $y = \frac{g}{2w^2} - \frac{w^2}{g}\frac{x_0^2}{2} + \frac{w^2}{2g}x_0^2 = \frac{g}{2w^2} = \frac{10}{200}\cdot 9 = 0{,}45$ м и, ~~по всех~~ является фокусом параболы (т. F: FO = 0,45 м)

Ответ: 1) 0,9 м 2) 0,45 м

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

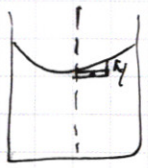
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ $\qquad w \, \Delta V = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{k^2 Q^2}{r^3} \cdot \cancel{4\pi\varepsilon_0} \, dr = \frac{kQ^2}{4r^3} dr$

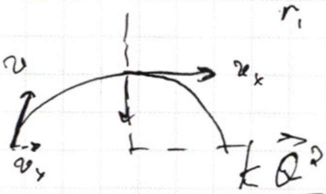
$(E_1 - E_2)^2$

$$W = \frac{kQ^2}{4} \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{r^3} = \frac{kQ^2}{4} \left(-\frac{1}{2}\frac{1}{r^2}\right)\Big|_{r_1}^{\infty} = -\frac{kQ^2}{8}\left(0 - \frac{1}{r_1^2}\right) = \boxed{\frac{kQ^2}{8r_1^2}}$$

$$w \, \Delta V = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{k^2 Q^2}{r^2} \cdot \cancel{4\pi r^2} \, dr = \frac{kQ^2}{2} \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{kQ^2}{2} \left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_1}^{\infty} = \frac{kQ^2}{2r_1}$$



$W = w\,dV$



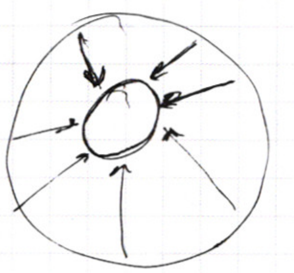
$\frac{kQ^2}{2r_1}$

$m w^2 \frac{x}{2} = \rho g y S$ $\qquad \cancel{S} x \cancel{\rho} w^2 \frac{x}{2} = \cancel{\rho} g y \cancel{S}$

$m = S \cdot x \cdot \rho$

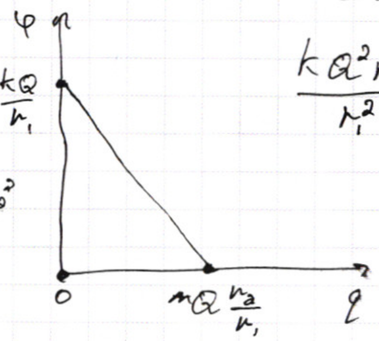
$\varphi = -\frac{kq}{r_2} + \frac{kQ}{r_1}$ $\qquad \varphi_q$

$\boxed{\frac{w^2}{2g} x^2 = y}$



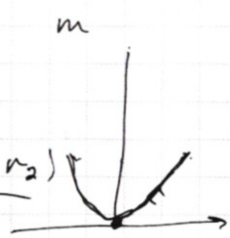
$\frac{kQ^2}{r_0} - \frac{kQ^2 \frac{r_2}{r_1^2}}{r}$

$= \frac{kQ^2}{r} \frac{r_1^2 - r_2^2}{r_1^2}$



$\frac{kQ^2 r_2}{r_1^2}$ $\qquad v^2 = gR$

$m \frac{v^2}{R} =$



$$\varphi_1 = \frac{kq + kQ}{r_1} = \frac{kQ}{r_1}\left(-\frac{r_2}{r_1} + 1\right) = \frac{kQ^2 (r_1 - r_2)}{r_1^2}$$

$\mathcal{E}_0 = 3 I_1 R + I_2 R$ $\qquad \mathcal{E}_0 = 3\mathcal{E}_0 - 12 I_2 R$

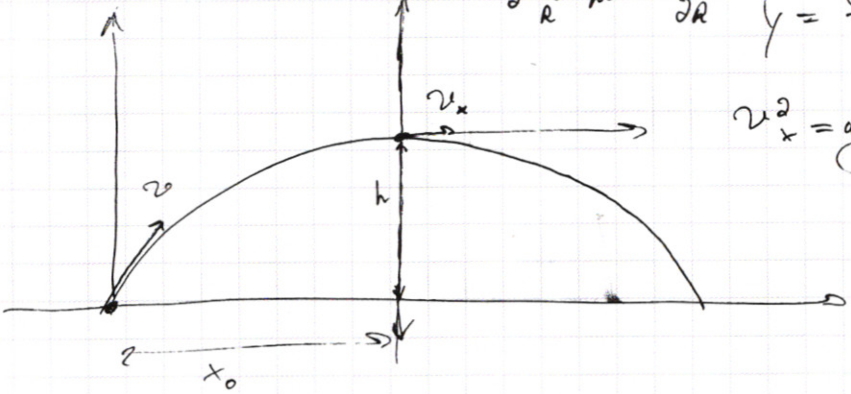
$\mathcal{E}_0 = I_1 R + 4 I_2 R$ $\qquad I_2 R = \frac{2\mathcal{E}_0}{11}$ $\qquad 3 I_2 R = \frac{6\mathcal{E}_0}{11}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

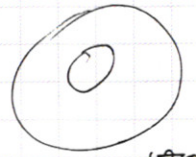
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{kq^2}{2}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{kq^2}{2R} = \frac{\varphi q}{2}$$

$$y = \frac{\omega^2}{2g}x^2$$



$$v_x^2 = gR$$



$$E = \frac{kq}{r^2} \qquad \frac{\varepsilon_0}{2}\frac{k^2q^2}{r^4}4\pi r^2 dr$$

$$\underset{y'}{h - y} = \frac{\omega^2}{2g}(\underset{x'}{x + x_0})^2$$

$$W_1 = \int \frac{\varepsilon_0}{2}\frac{k^2Q^2\frac{r_2^2}{r_1^2}}{r^4}4\pi r^2 dr = \frac{kQ^2 r_2^2}{2r_1^2}\int_{r_2}^{r_1}\frac{dr}{r^2} = \frac{kQ^2 r_2^2}{2r_1^2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$h = \frac{\omega^2}{2g}x_0^2$$

$$0 = \frac{q\varphi}{2}$$

$$y' = -\frac{\omega^2}{2g}x'^2$$

$$\cancel{k}\ \frac{q\varphi}{2}$$

$$y = -\frac{\omega^2}{2g}(x - 2x_0)x$$

$$\frac{v_x^2}{g} = r = \frac{g}{\omega^2}$$

$$y = v_y t - g\frac{t^2}{2} = v_y\frac{x}{v_x} - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_x^2} = -\frac{\omega^2}{2g}(x - 2x_0)x$$

$$x = v_x t$$

$$\frac{kQ^2 r_2^2(r_1 - r_2)}{2r_1^2 r_2 r_1} = \boxed{\frac{kQ^2 r_2(r_1 - r_2)}{2r_1^3}}$$

$$R_{кр} = \frac{v_x^2}{g} =$$

$$-\frac{\omega^2}{2g} = -\frac{g}{2v_x^2}$$

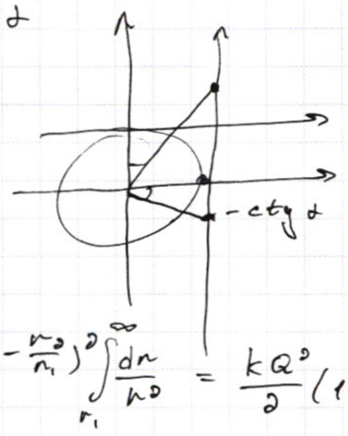
$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{\omega^2 x_0}{g}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{2}(E_1^2 - E_2^2) = \frac{\varepsilon_0}{2}$$

$$tg\,(2\alpha - 90) = -ctg\,2\alpha$$

$$-\frac{1}{tg\,2\alpha} =$$

$$\frac{\varepsilon_0}{2}(E_1 - E_2)^2\, 4\pi r^2 dr$$



$$= \frac{-1}{2tg\,\alpha}(1 - tg^2\alpha)$$

$$E_1 - E_2 = \frac{k}{r^2}Q\left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$k$$

$$\frac{\varepsilon_0}{2}4\pi k^2Q^2\left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right)^2\int_{r_1}^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{kQ^2}{2}\left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right)^2\left(\frac{1}{r_1} - 0\right) = \frac{kQ^2(r_1 - r_2)^2}{2r_1^3}$$

$$\frac{kQ^2}{2r_1^3}(\cancel{r_2 r_1} - \cancel{r_2^2} + r_1^2 - \cancel{2r_1 r_2}) + \cancel{r_2^2}$$

$$kQ^2\frac{r_1 - r_2}{2r_1^2}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)