

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

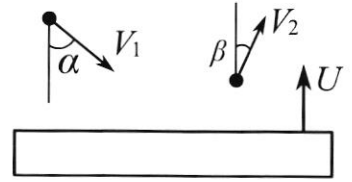
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

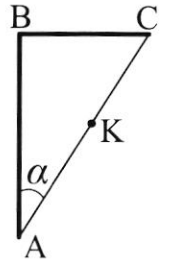


- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

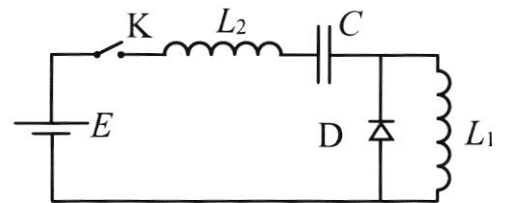
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

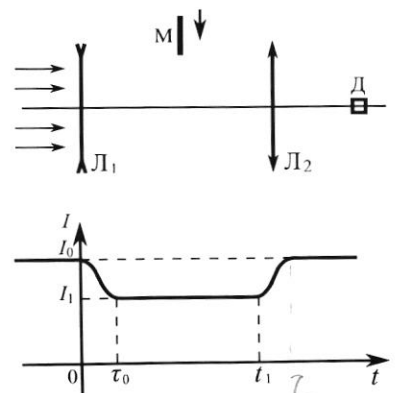
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

Дано: $i=3$

$$V = V_{Ar} = V_{Kr} = \frac{3}{5} \text{ моля}$$

$$T_{1(Kr)} = 320 \text{ K}$$

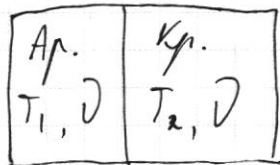
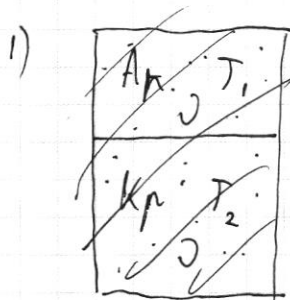
$$T_{2(Ar)} = 400 \text{ K}$$

$$1) \frac{V_{1(Ar)}}{V_{2(Kr)}} = ?$$

$$2) T_{уст.} = ?$$

$$3) \Delta Q = ?$$

Решение:



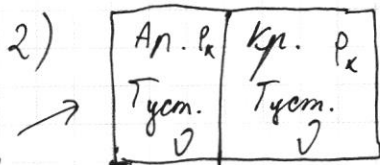
1) В нач. момент
поршень в равновесии,
 \Rightarrow давлению газв
равны. Пусть давление равно P_1 ,

тогда по 1-му Менд.-Кл.:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta R T_1 &= P_1 V_{Ar} & (1) \\ \Delta R T_2 &= P_1 V_{Kr} & (2) \end{aligned} \right.$$

(где V_{Ar} и V_{Kr} - объемы аргона и криптона)

$$(1) : (2) : \frac{V_{Ar}}{V_{Kr}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \frac{8}{10} = 0,8$$



Пусть в конце установилась
температура $T_{уст.}$, тогда
запишем ур-ие Менд.-Кл.:

т.к. поршень
в конце в равновесии,
то давлению газв
равны, $= P_k$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta R T_{уст.} &= P_k V_k \\ \Delta R T_{уст.} &= P_k V_{2k} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{V_{1k}}{V_{2k}} = 1$$

(где V_{1k} и V_{2k} -
уст. объемы аргона
и криптона)

Получаем, что $V_{1k} = V_{2k}$. Т.к. объем сосуда не меняется,
то $V_{1k} + V_{2k} = V_{1Ar} + V_{2Kr} = V_c$ (объем сосуда)

$$\text{Пусть } V_{1k} = V_{2k} = V_k = \frac{1}{2} V_c.$$

Т.к. поршень сосуда теплоизолирован и в конечном и начальном

Состояния поршня неподвижны, то для системы
можно записать ЗСЭД:

$$\overset{\substack{\uparrow \\ \text{начальные внут. энергии газов}}}{U_{кр.0}} + U_{кр.0} = U_{кр.1} + U_{кр.1} \leftarrow \text{конечные вн. энергии газов}$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T_{уст} + \frac{3}{2} \nu R T_{уст}$$

$$3 \nu R T_{уст} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 + T_2) \quad | : 3 \nu R$$

$$T_{уст} = \frac{1}{2} (T_1 + T_2) = \frac{1}{2} (320 + 400) = 360 \text{ К}$$

3) Q количество теплоты, отданное криптоном, = Q

$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_{уст}) + A' \quad (*) \leftarrow \text{работа, совершенная криптоном}$$

П.к. над сосудом теплоизолирован, то кол. теплоты,
полученное аргонном = Q

$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T_{уст} - T_1) - A'' \quad (**) \leftarrow \text{работа, совершенная над аргонном}$$

Сложим (*) и (**): $2Q = \frac{3}{2} \nu R (T_{уст} - T_1) - A'' + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_{уст}) + A'$

$$2Q = \frac{3}{2} \nu R (T_{уст} - T_1 + T_2 - T_{уст})$$

$$Q = \frac{3}{4} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot (400 - 320) = \frac{9 \cdot 8,31 \cdot 80}{20} = 299,16 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) 0,8

2) 360 К

3) 299,16 Дж \approx 300 Дж

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1 (показано)

Дано:

$$v_1 = 18 \text{ м/с}$$

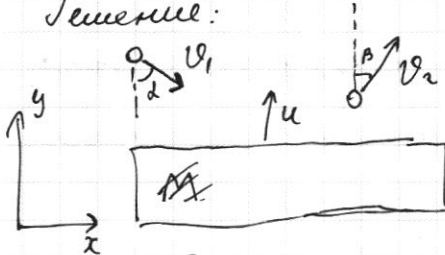
$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sin \beta = \frac{4}{5}$$

1) $v_2 = ?$

2) $u_{\text{пл}} = ?$

Решение:



1) Введем ~~теперь~~ оси Ox и Oy
(Oy сонаправлена с u , Ox ей
перпендикулярна)

П.к. по оси x на шарик не действовали
никакие силы, то составляющая его скорости
 v_2 по этой оси не изменится. Значит:

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{18 \cdot \frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{18 \cdot 3}{4} = 13.5 \text{ м/с}$$

2) Пусть масса плиты = M , шарика = m , после удара
скорость плиты = u . Тогда т.к. за время удара
действием сторонних сил можно пренебречь, то
можно записать ЗСИ для системы в направлении
по Oy :

$$m v_1 \cos \alpha = m v_2 \cos \beta + M u$$

$$M u - m v_1 \cos \alpha = m v_2 \cos \beta$$

• П.к. шарик отскочил от доски, то $u < v_2 \cos \beta$

$$u < \frac{4}{5} v_2 = 10.8 \text{ м/с}$$

• Перейдем в СО доски (т.к. она массивная, то её
СО можно считать инерциальной, т.к. её скорость ^{незначительно} _{изменяется})

$$v_{\text{пл}}^2 = (v_1 \cos \alpha + u)^2 + (v_1 \sin \alpha)^2 = v_1^2 + 2 v_1 u \cos \alpha + u^2$$

$$v_{\text{ш}}^2 = (v_2 \cos \beta - u)^2 + (v_2 \sin \beta)^2 = v_2^2 - 2 v_2 u \cos \beta + u^2$$

(продолжение - стр 8)

Задача 4

Дано:

$L_1, L_2,$

$L_1 = 5L$

$L_2 = 4L$

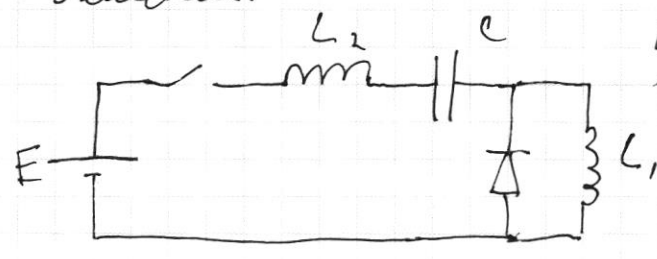
E

1) $T = ?$

2) $I_{01} = ?$

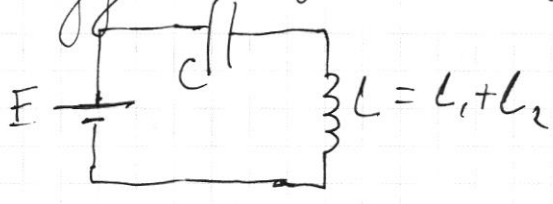
3) $I_{02} = ?$

Решение:



1) В начальное время ток в цепи течет по направлению E батареи (т.е. по часовой

стрелке) \Rightarrow диод открыт. Тогда цепь будет эквивалентна динмой:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

1) $\angle \alpha = \frac{\pi}{4}$,

Во сколько раз
увеличится E ?

2) $\sigma_1 = \sigma$

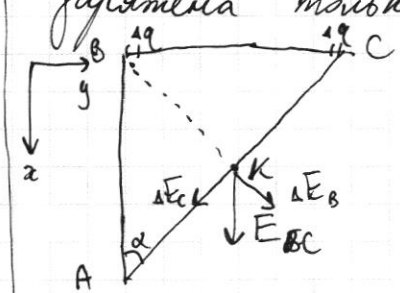
$\sigma_2 = \frac{2}{7}\sigma$

$\angle \alpha = \frac{\pi}{9}$

$E_k = ?$

Решение:

1) Рассмотрим напряженность в т. К, до когда зарядов только пластинка BC.



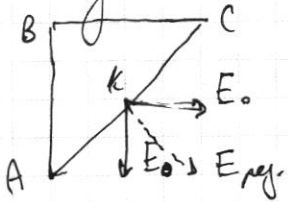
т.к. т.к. находится на середине AC, то она если провести перпендикуляр KM на сторону BC, то KM будет ср. линия $\triangle ABC \Rightarrow$

т.к. равноудалена от краёв B и C пластинки.

Тогда если ввести $Ox \parallel AB$ и $Oy \parallel BC$, то функции

\vec{E} на dy , создаваемые каждым Δq на стороне BC, будут учитываться, $\Rightarrow E_{BC}$ ^{в т.к.} направлена $\perp BC$. Пусть сторона BC создаст ^{эт. поле} напряженность E_0 в т.к.

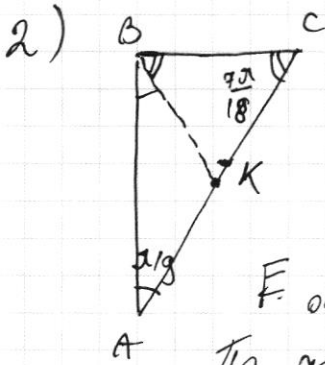
Тогда т.к. $\angle \alpha = 45^\circ$, то $\triangle ABC$ - р.т.б., и когда мы зарядим сторону AB с такой же пов. плотностью заряда, она создаст ~~то~~ эл. поле такой же напряженностью E_0 , что и BC, но \perp пластинке AB.



т.к. вект. напряженность эл. поля - аддитивная вел., то после зарядки AB ~~эт.~~ ^{эт.} ~~напр.~~ ^{напр.} эл. поля станет

равной $E_{рез} = \sqrt{E_0^2 + E_0^2} = \sqrt{2} E_0$ (по т. Пиф.)

Тогда есть ~~поле~~ ~~увеличит~~ ^{напр.} эл. поля в т.к. увеличится в $\sqrt{2}$ раз.



$$\angle BCA = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9} = \frac{7\pi}{18}$$

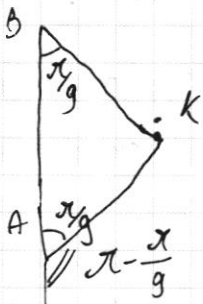
Аналогично т.к лежит на серединных перпендикулярах к BC и AB, \Rightarrow составляющие E от сторон BC и AB \perp этим сторонам.

По формуле для напр. эл. поля бекк. зар. пластины $E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_k)$, где α_0 и α_k - углы между радиус-векторами от крайних точек пластины (не обязательно самой пластиной) напрям.

BC:

$$E_{BC} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} (\cos \frac{7\pi}{18} - \cos(\pi - \frac{7\pi}{18})) = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} (\cos \frac{7\pi}{18} + \cos \frac{7\pi}{18}) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cos \frac{7\pi}{18}$$

• Коэф. напр. поля, создаваемого пластиной AB = E_{AB}



$$E_{AB} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} (\cos \frac{\pi}{9} - \cos(\pi - \frac{\pi}{9})) = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \cos \frac{\pi}{9}$$

• $E_{BC} \perp BC$, $E_{AB} \perp AB \Rightarrow E_{BC} \perp E_{AB}$ (AB \perp BC)

• Когда напряженность поля, создаваемого двумя пластинами, по т. Пиф. = $\sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$

$$E_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} \cos^2 \frac{7\pi}{18} + \frac{\sigma^2}{49\epsilon_0^2} \cos^2 \frac{\pi}{9}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{4} \cos^2 \frac{7\pi}{18} + \frac{1}{49} \cos^2 \frac{\pi}{9}}$$

$\parallel \sin \frac{\pi}{9}$

Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раз

$$2) \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{\pi}{9} + \frac{1}{49} \cos^2 \frac{\pi}{9}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

Дано:

$$F_0,$$

$$D$$

$$r_0$$

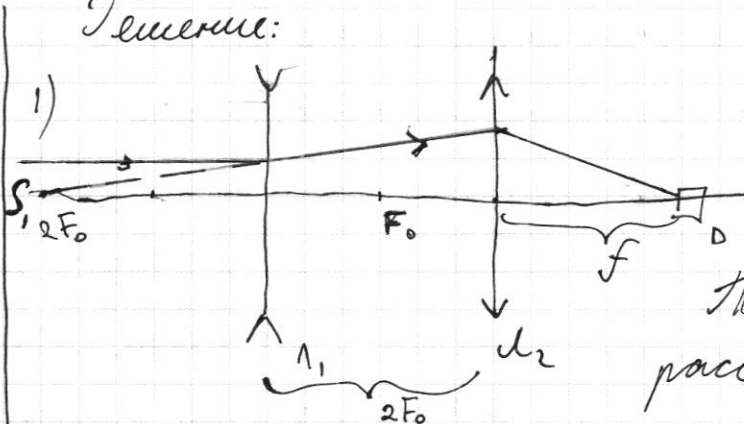
$$I_1 = \frac{7}{16} I_0$$

1) $f = ?$

2) $\nu = ?$

3) $t_1 = ?$

Решение:



Путь детектор находится на расстоянии f от L_2 .

П.к. в объективную рассеивающ. линзу ($F < 0$),

попадает параллельный пучок света, то лучи из неё выйдут так, чтобы их продолжения проходили через фокус линзы (т.е. через M, S_1 на расстоянии $2F_0$ от L_1) Тогда первая линза создаст действ. мнимое изображение S_1 , которое станет действительным предметом для линзы L_2 , расстояние d от него до $L_2 = 2F_0 + 2F_0 = 4F_0$.

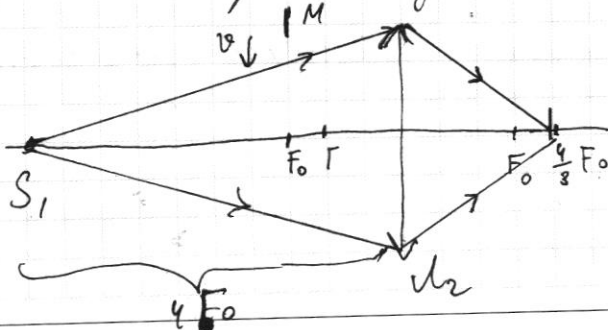
По ФТЛ для L_2 : $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$ (F -расстояние до точки, где сфокусируются лучи, т.е. до детектора)

$$\frac{1}{d} f = \frac{F_0 d}{d - F_0} = \frac{F_0 \cdot 4F_0}{4F_0 - F_0} = \boxed{\frac{4}{3} F_0}$$

2) Рассмотрим изображение

линзы в пучке света, исходящем из S_1 :

интенсивность света пока на детекторе начинает падать, когда

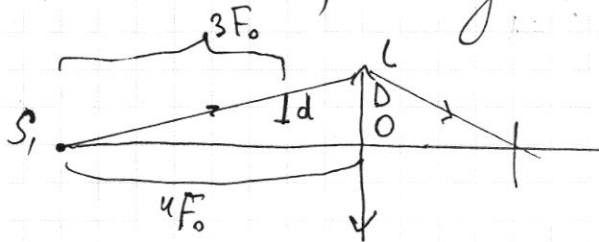


минимум захватывает концы - то часть пучка, и достигает минимального значения в тот момент, когда минимум попадает в пучок. Т.е. за время τ_0 минимум проходит в пучок. Пусть ~~диаметр~~ ^{радиус} минимума = d , тогда:

$$\frac{2d}{v} = \tau_0 \Rightarrow d = \frac{\tau_0 v}{2}$$

П.к. сила тока I интенсивности света, а световая мощность \sim площади пучка $\sim R^2$, где

В момент, когда минимум попадает в пучок;



Пусть r - радиус пучка в плоскости минимума. Минимум находится на расст. $4F_0 - F_0 = 3F_0$

от S_1 , \Rightarrow у подобию $r = \frac{3}{4} R$ (где $R = \frac{1}{2} D$)

Когда минимум попадает в пучок: $S_{\text{пучка}} = \pi r^2 - \pi d^2 =$
 $= \pi \left(\frac{9}{16} R^2 - d^2 \right)$, т.е. часть пучка, которую оставил
 минимум = $\frac{\pi \left(\frac{9}{16} R^2 - d^2 \right)}{\pi \left(\frac{9}{16} R^2 \right)} = \frac{\frac{9}{16} R^2 - d^2}{\frac{9}{16} R^2} = 1 - \frac{16d^2}{9R^2}$

При этом минимальная интенсивность составляет $\frac{7}{16}$ максимальной, $\Rightarrow 1 - \frac{16d^2}{9R^2} = \frac{7}{16}$

$$\frac{16d^2}{9R^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow d^2 = \frac{81}{16^2} R^2$$

$$|d| = \frac{9}{16} R = \frac{9}{32} D$$

Тогда $\frac{9}{32} R = \frac{\tau_0 v}{2} \Rightarrow v = \frac{9D}{16\tau_0}$

3) Время, за которое

t_1 - это время, за которое минимум пройдет весь пучок шириной $\frac{3}{4} D = t_1$

т.е. $t_1 = \frac{3D}{4v}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t_1 = \frac{3D}{4 \cdot \frac{gD}{16\tau_0}} = \frac{16 \cdot 3}{4 \cdot 9} \tau_0 = \frac{4}{3} \tau_0$$

Ответ:

- 1) $\frac{4}{3} F_0$
- 2) $\frac{9}{16} \frac{D}{\tau_0}$
- 3) $\frac{4}{3} \tau_0$

Задача 1 (продолжение)

ЗУМЭ в ИСО Дюам:

$$\frac{mV_{\text{отн}}^2}{2} = \frac{mV_{\text{отн}}^2}{2} + Q \Rightarrow V_{\text{отн}}^2 = V_{\text{отн}}^2 + \frac{2}{m} Q$$

$$V_1^2 + 2V_1 u \cos \alpha + \underbrace{u^2}_{\approx} = V_2^2 - 2V_2 u \cos \beta + \underbrace{u^2}_{\approx} + \frac{2}{m} Q$$

$$u(2V_1 \cos \alpha + 2V_2 \cos \beta) = V_2^2 - V_1^2 + \frac{2}{m} Q$$

т.к. т.к. удар был неупругим, то $Q > 0 \Rightarrow$

$$u > \frac{V_2^2 - V_1^2}{2V_1 \cos \alpha + 2V_2 \cos \beta} = \frac{20^2 - 18^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot 18 + 2 \cdot 20 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{400 - 324}{12\sqrt{5} + 160} \approx 32$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \left. \right\} \approx \frac{76}{24 + 32} = \frac{19}{14} \text{ м/с}$$

Ответ: 1) 20 м/с

2) $\frac{19}{14} \text{ м/с} < u < 16 \text{ м/с}$

$$v_{1 \text{ норм}}^2 = (v_1 \cos \alpha + u)^2 + v_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$v_1^2 \cos^2 \alpha + 2v_1 u \cos \alpha + u^2 + v_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$u < v_2 \cos \beta$$

$$v_{2 \text{ норм}}^2 = (v_2 \cos \beta - u)^2 + v_2^2 \sin^2 \beta$$

$$\frac{m(v_1^2 + 2v_1 u \cos \alpha + u^2)}{2} = \frac{m(v_2^2 - 2v_2 \cos \beta u + u^2)}{2} + \frac{2Q}{m}$$

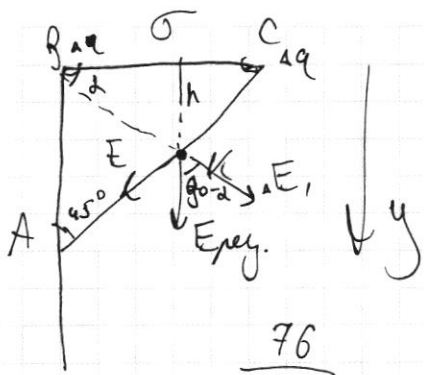
$$v_1^2 + 2v_1 u \cos \alpha + u^2 = v_2^2 - 2v_2 \cos \beta u + u^2 + \frac{2Q}{m}$$

$$v_1^2 - v_2^2 + 2v_1 v_2 u (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) = \frac{2Q}{m}$$

$$2u(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) = \frac{2Q}{m} + v_2^2 - v_1^2 \quad u < v_2 \cos \beta$$

$$u = \frac{\frac{2Q}{m} + v_2^2 - v_1^2}{2(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)}$$

$$u > \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$



$$\Delta E_x = \frac{kq}{r^2}$$

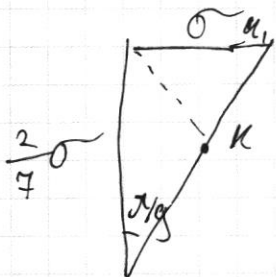
$$\Delta E_y = \frac{kq}{\left(\frac{h}{\sin \alpha}\right)^2} \cos \alpha$$

$$E = \frac{F}{\alpha}$$

$$\Delta E_y = \sum kq$$

$$E_{inc} = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\cos \theta - \cos \theta_0)$$



$$\frac{\pi}{g} = \frac{1}{3} \lambda$$

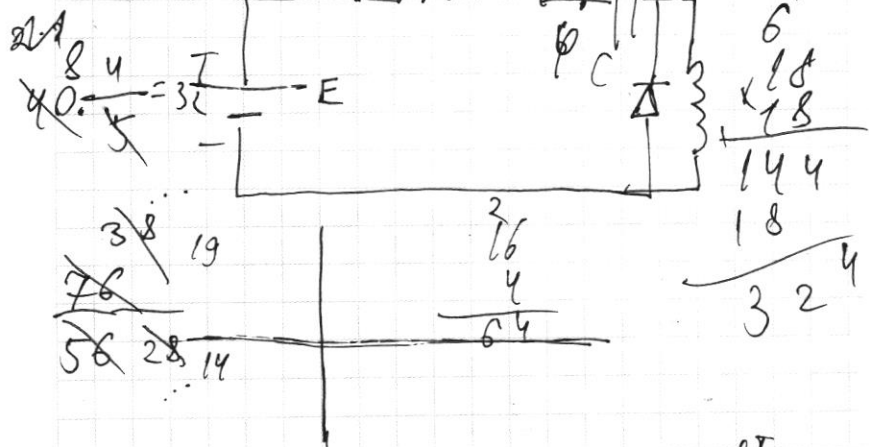
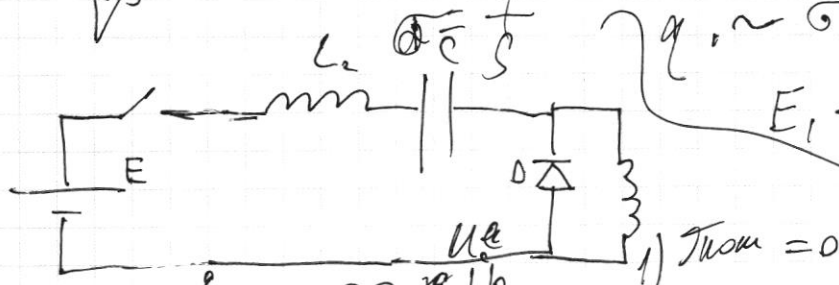
$$E \sim \frac{q}{r^2} \quad ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$

sin

$$q \sim \sigma S$$

$$E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} (\cos \theta - \cos \theta_0)$$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 S}$$



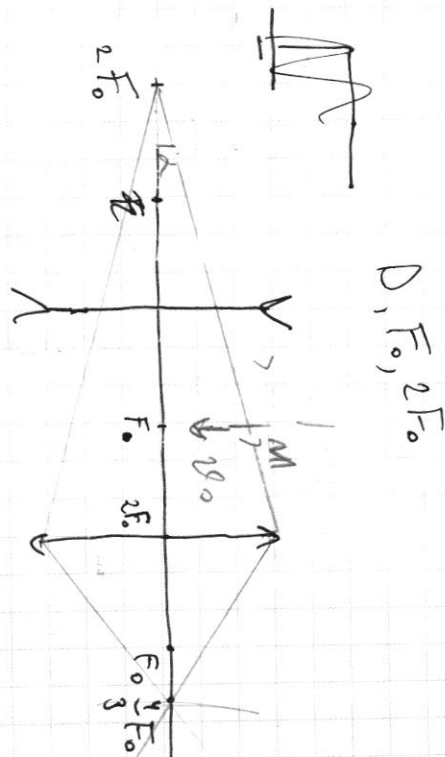
$$C \cdot U + \dots \quad \text{''} \cdot \epsilon_{si} = L \frac{dI}{dt}$$

$$E - U_c - U_a = 0$$

$$E - qC - Lq'' = 0$$

$$q'' = -\frac{qC}{L} + \frac{E}{L}$$

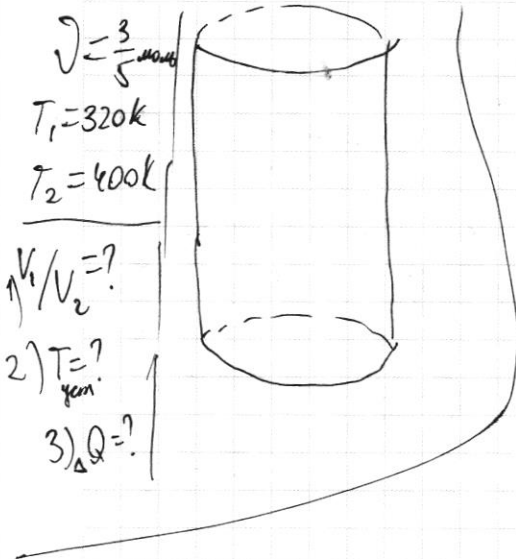
$$(v_1 \cos \alpha + U)^2 + (v_1 \sin \alpha)^2$$



D, F_0, 2F_0

8,31
1,831
1,36
4986
2493
29916

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

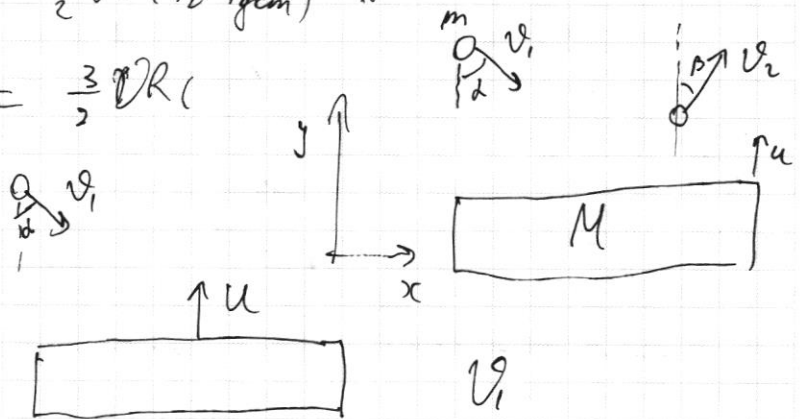


$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T_{\text{ср}} \tau$$

$$Q_{\text{кр}} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_{\text{ср}}) \tau A'$$

$$Q_{\text{кр}} = \frac{3}{2} \nu R$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$



$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 35 \\ \hline 4986 \\ 2493 \\ \hline 29916 \end{array}$

$$v_1 \cos \alpha - u = u + v_2 \cos \beta$$

$$m v_1 \cos \alpha - M u = m v_2 \cos \beta + M u$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{5} m (v_1 \cos \alpha - u)}{m (v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta)} = M (u + u)$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} (u + u) = \frac{m (v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta)}{M}$$

$$M u - m v_1 \cos \alpha = M u + m v_2 \cos \beta$$

$$M (u - u) = m (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)$$

$$m v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta$$

$$M (u - u) = m (v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha)$$

$$M (u - u) = m (20 \cdot \dots)$$

$$\frac{M}{m} (u - u) = (20 - \frac{4}{5} + 18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3})$$