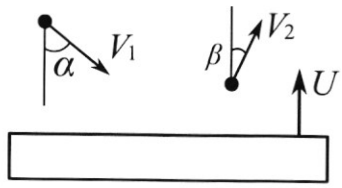
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)



1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \frac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \frac{1}{2}\right)$ с вертикалью.

1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

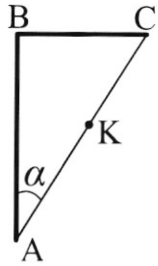
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

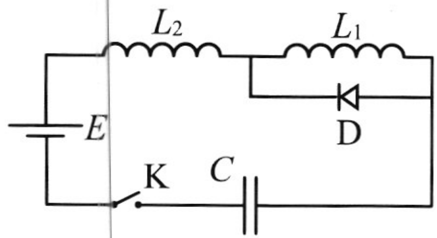
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?



3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.

1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.



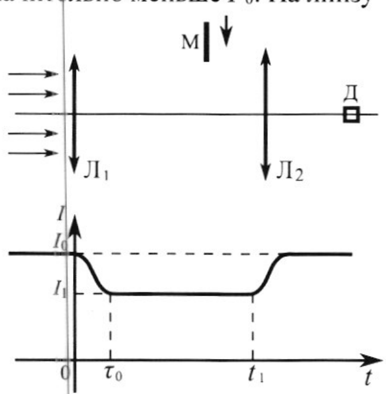
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

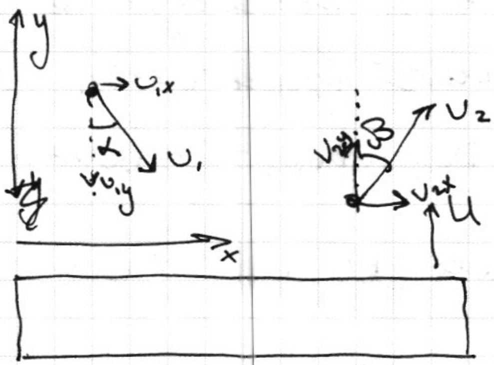
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



1) $v_{1x} = v_1 \cdot \sin\alpha$

$v_{1y} = v_1 \cdot \cos\alpha$

Перейдём в СО плиты:

$v'_{1x} = v_{1x}$, где v'_{1x} – скорость шарика по Ox в СО плиты (v'_{1y} – скорость по Oy в СО плиты)

$v'_{1y} = v_{1y} + u = v_1 \cdot \cos\alpha + u$

v'_{2y} и v'_{2x} – проекции скоростей шарика в СО плиты после удара. $v_{1x} = v_{2x}$ из ЗСИ по Ox (для системы шар + плита)

$v'_{2x} = v'_{1x} \Rightarrow v_{2x} = v'_{2x} = v_1 \sin\alpha$

$\Rightarrow v_{1x} = v_1 \sin\alpha$

$v_2 = \frac{v_{2x}}{\sin\beta} = \frac{v_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow 6 \cdot 2 = 12 \left(\frac{м}{с}\right)$

$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

2) $\beta < \alpha$. Учитывая, что $v_{2x} = v_{1x} = const$ делаем вывод, что модуль $|v_{1y}| < |v_{2y}|$ (1) Пусть $v_{упр\,2y}$ – скорость v_{2y} при упругом ударе, $v_{упр\,2y} = v_1 \cdot \cos\alpha + 2u$ (2)

Очевидно, что из-за неупругого удара реальная v_{2y} меньше, чем $v_{упр\,2y}$ (*). Учитывая (1), (2) и (*) получаем: $v_1 \cdot \cos\alpha < v_2 \cdot \cos\beta < v_1 \cdot \cos\alpha + 2u$

$12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} < 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + 2u \Leftrightarrow 6\sqrt{3} - 2\sqrt{7} < 2u \Leftrightarrow 3\sqrt{3} - \sqrt{7} < u$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Ответ: 1) $12\frac{м}{с}$ 2) $3\sqrt{3}-\sqrt{7}<u$

№2

1) Запишем законы Клапейрона-Менделеева для азота и кислорода в начальный ~~и конечный~~ момент времени. Заметим, что $p_{0N}=p_{0O_2}=p_0$, где p_{0N} и p_{0O_2} – давления азота и кислорода в нач. мом. времени

~~T_N и T_{O_2} – температуры азота и кислорода в нач. мом. времени~~

$$\begin{cases} p_0V_N=\nu RT_1 \to \text{для азота} \\ p_0V_{O_2}=\nu RT_2 \Rightarrow \text{для кислорода} \end{cases}$$

$$\frac{V_N}{V_{O_2}}=\frac{T_1}{T_2}=\frac{300}{500}=\underline{3/5}$$

V_N – объём азота в нач. мом. времени

V_{O_2} – объём кислорода тогда же.

2) Из ЗСЭ для всего поршня для нач. и кон. мом. времени

$$\frac{5}{2}\cdot 2\nu RT_k=\frac{5}{2}\nu R(T_N+T_{O_2})$$, где T_k – температура газов в кон. мом. времени.

$$2T_k=T_1+T_2 \Rightarrow T_k=\frac{T_1+T_2}{2}=\frac{300+500}{2}=400(K)$$

3) Запишем второе начало термодинамики для ~~всем~~ азота: $Q=\frac{5}{2}\nu R\Delta T+A_N$, $\Delta T=(T_k-T_1)$, $A_N=-A_{O_2}$ – работы азота и кислорода

~~$\frac{5}{2}\nu R(T_k-T_1)=\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot R\cdot 100=\frac{250\cdot 3}{7}\cdot 8{,}31=\frac{750}{7}8{,}31\approx 77{,}1\cdot 8{,}31=640{,}701(Дж)\approx 640{,}7\,Дж$~~

разность законов Клап.-Менд. $p(V_2-V_1)=\nu R(T_k-T_1)$ для азота в нач. и кон. мом. времени

$A=p(V_2-V_1)=\nu R(T_k-T_1)$ (p – const т.к. поршень движ. медленно)

$Q=\frac{7}{2}R\nu(T_k-T_1)=\frac{7}{2}R\cdot\frac{3}{7}\cdot 100=150R=1246{,}5\,Дж$

$=150\cdot 8{,}31$ ~~$=\frac{3\cdot 831}{2}=415{,}5(Дж)$~~ ~~1246,5 Дж~~

3) ~~1246,5 Дж~~

~~**Ответ:** 1) $\frac{3}{5}$ 2) 400 K 3) 640,7 Дж~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ (к №2): 1) $\frac{3}{5}$ 2) 400 К 3) 1246,5 Дж

№4

1) Из ЗСЭ $T = 2\pi\sqrt{2LC}$

2) Из второго правила Кирхгофа: $E = \dot{I}_{m_1} L_2 + L_1 \underset{0}{\dot{I}_{m_1}} + \frac{q_2}{C}$ ← заряд конденсатора $= \dot{I} L_2 + \frac{q_2}{C}$. Заметим, что q_2 = заряду, прошедшему через источник. ЗСЭ:

$$q_2 E = \frac{L_1 I_{m_1}^2}{2} + \frac{L_2 I_{m_1}^2}{2} + \frac{q_2^2}{2C} = \frac{3}{2} L_1 I_{m_1}^2 + \frac{q_2^2}{2C}$$

(ток через L_2)

3) Заметим, что в момент времени когда ток через L_2 максимален, ток через L_1 равен 0 (весь ток идёт через диод), поэтому второе правило Кирхгофа для контура $E \to C \to D \to L_2$ принимает вид: $E = \frac{q}{C} + L_2 \underset{0}{\dot{I}_{M_2}} = \frac{q}{C}$ ← заряд конденсатора $\Rightarrow q = EC$. Заметим, что $q = q_1$, q_1 – заряд, прошедший через источник.

ЗСЭ:

$q, E = \frac{q^2}{2C} + \frac{L_2 I_{m2}^2}{2} \longrightarrow q^2$

q

$E^2C = \frac{E^2C\cancel{C}}{2\cancel{C}} + \frac{I_{m2}^2 L_2}{2}$

$\frac{E^2C}{\cancel{2}} = \frac{I_{m2}^2 L_2}{\cancel{2}} \Rightarrow E\sqrt{\frac{C}{L}} = I_{m2}$

Ответ: 1) $2\pi\sqrt{2LC}$ 2) 3) $E\sqrt{\frac{C}{L}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

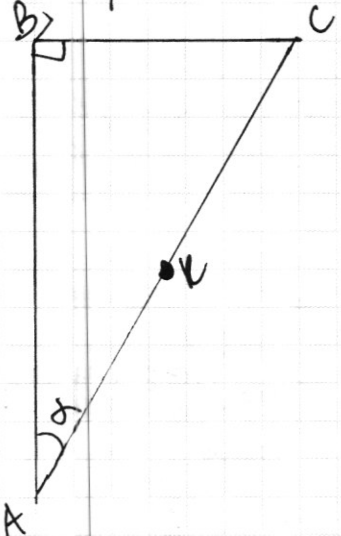
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

рис. 2



1) Пусть обе пластины ~~заряжены~~ обладают с поверх. плотностью заряда σ_0

E_1 - напр. эл. поля первой пластины (AB)

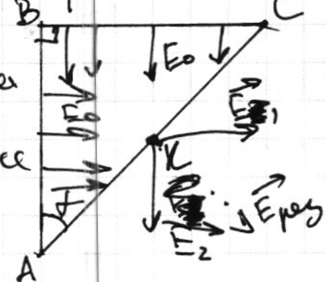
E_2 - напр. эл. поля BC.

поверхностные плотности равны =>

=> $E_1 = E_2 = E_0$ см. рис. 1

Рассмотрим $\vec{E_1} + \vec{E_2} = \vec{E}_{рез}$ для точки K. $|\vec{E}_{рез}| = \sqrt{|\vec{E_1}|^2 + |\vec{E_2}|^2} = \sqrt{2E_0^2} = E_0 \cdot \sqrt{2}$.

рис. 1



В ~~нач. мом~~ пластина BC создавала в точке K напряж. E_0 (когда AB не была заряжена). Тогда искомая величина равна $\frac{E_0}{|\vec{E}_{рез}|} = \frac{E_0 \cdot \sqrt{2}}{E_0} = \sqrt{2}$ раз

2) ~~E_{BC}~~ см. рис. 2

E_{BC} - напр. эл. поля пластины BC

E_{AB} - напр. эл. поля пластины AB.

$\frac{E_{BC}}{E_{AB}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 2$ $\quad E_{BC} = 2E_{AB} = E_x$

Заметим, что $\tg\frac{\pi}{7} \ll 1$ => нельзя считать пластины AB и BC равновеликими. Тогда E_{BC} вблизи K не будет являться однородным => ~~будет изменяться~~

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

~~ст. в зависимости от расст~~ ⇒ поэтому $|\vec{E_{вс}}|$ в К будет ~~больше~~ ~~меньше~~, чем $E_{АВ}$ в ~~...~~ и равно $E_y \cdot 2\,tg\,\alpha$

Тогда $|\vec{E_{общ.\,в\,К}}| = \sqrt{|\vec{E_{АВ}}|^2 + |\vec{E_{вс,1}}|^2} = \sqrt{E_y^2 + 4E_y^2\,tg^2\alpha} = E_y\sqrt{1+4tg^2\alpha}$

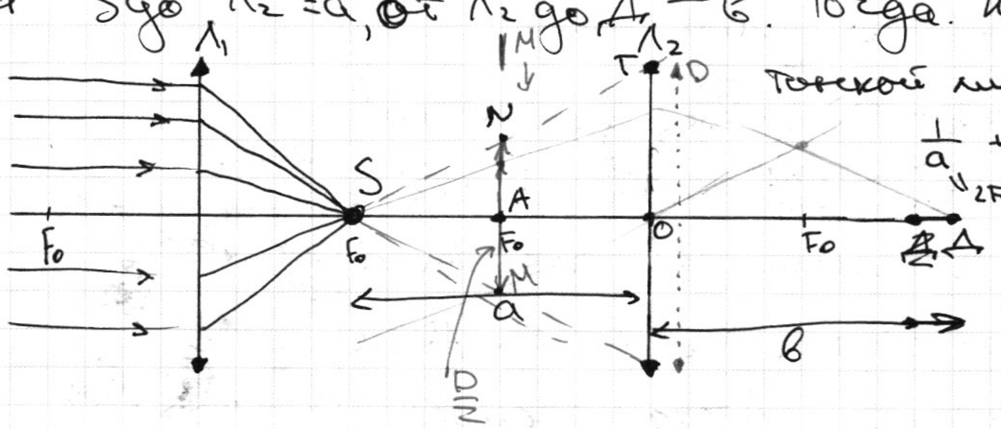
$E_y = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ ⟶ $|\vec{E_{общ.\,вк}}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{1+4tg^2\alpha}$

напр. эл. поля в К

Ответ: 1) $\sqrt{2}$ раз 2) $\boxed{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{1+4\,tg^2\frac{\pi}{7}}}$

№5

1) После прохождения через ~~первую~~ Л, свет соберётся в S, S будет источником для $Л_2$ (← расстояние от $Л_1$ до $S = F_0$). Пусть расстояние от S до $Л_2 = a$, от $Л_2$ до Д — b. Тогда по формуле тонкой линзы



$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F_0}$, $a = 2F_0$

$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F_0}$

$\frac{1}{b} = \frac{1}{2F_0}$ ⇒

⇒ $\boxed{b = 2F_0}$

2) Пусть R — радиус мишени, $S_м$ — её площадь

$S_м = \pi R^2$

Заметим, что $\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1}{S_0}$ (1), где S_0 — площадь окружности диаметром D ← из подобия $\triangle ASN$ и $\triangle OST$ $\left(k = \frac{AO}{SO} = \frac{1}{2} = \frac{AN}{OT}\right)$ ~~радиусом~~ $\frac{D}{2}$, расположенной на расстоянии F_0 перед $Л_2$ (весь свет, попадающий на эту окружность попадает и на $Л_2$ ⇒ собирается в Д, весь свет, не попадающий на эту окр. не попадает на $Л_2$ ⇒ не собир. в Д (видим это из геометрии рисунка)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S_0 = \left(\frac{D}{4}\right)^2 \cdot \pi = \frac{D^2 \pi}{16}$

$S_1 = S_0 - S_м = const$ = в этот момент отношение токов = const ⇐ это момент между τ_0 и t_1

Тогда (1) принимает вид:

$$\frac{S_0 - S_м}{S_0} = 1 - \frac{S_м}{S_0} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_м}{S_0} = \frac{1}{4} \Rightarrow \underset{\pi R^2}{S_м} = \frac{1}{4} S_0 = \frac{1}{4} \cdot \frac{D^2 \pi}{16}$$

$$R^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{D^2}{16} \Rightarrow R = \frac{1}{2} \cdot \frac{D}{4} = \underline{\frac{D}{8}}$$

За время τ_0 мишень проходит расстояние равное собственному диаметру $d = 2R = \frac{D}{4}$

Поэтому $V = \frac{d}{\tau_0} = \underline{\frac{D}{4\tau_0}}$

3) За время $t_2 = t_1 - \tau_0$ мишень проходит от одного края окружности диаметром ~~OA~~ NM до другого (см. рис.2) Тогда нижняя точка мишени ~~К переходит~~ переходит из положения K в $K_1 = M$, проходя расстояние, равное

$$\underset{\frac{D}{2}}{NM} - \underset{2R = \frac{D}{4}}{NK} = \frac{D}{2} - \frac{D}{4} = \frac{D}{4}$$

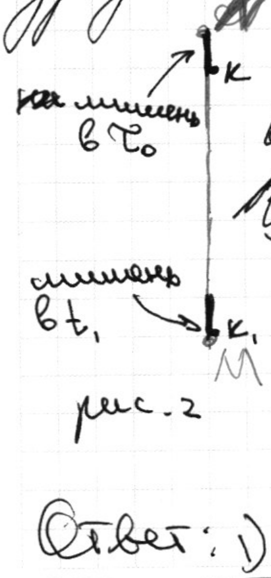


рис. 2

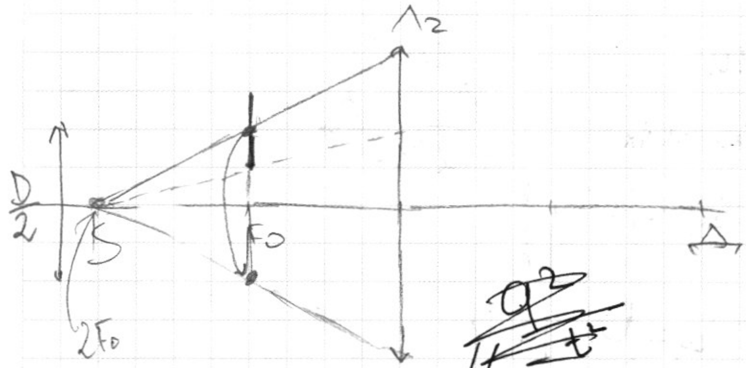
$$t_2 = \frac{D}{4} : v = \frac{D}{4} : \frac{D}{4\tau_0} = \tau_0$$

$$t_1 = t_2 + \tau_0 = 2\tau_0$$

Ответ: 1) $2F_0$ 2) $\frac{D}{4\tau_0}$ 3) $2\tau_0$

$$E = \dot{I}_2 L_2 + \frac{q_2}{C}$$

$$q_2 E = \frac{I_2^2 L_2}{2} + \frac{I_{m_1}^2 L_1}{2} + \frac{q_2^2}{2C}$$



$$qE = \frac{q^2}{2C} + \frac{I_{m_2}^2 L_2}{2} \qquad qE = \frac{q}{2} + \frac{I_{m_2}^2 L_2}{2}$$

$$q E = \frac{q}{C} + \cancel{\ldots} \qquad \cancel{q} \; U^2 C$$

$$q = EC \qquad E^2 C = \frac{E^2 C^{\cancel{2}}}{2\cancel{C}} + \frac{I_{m_2}^2 L_2}{2}$$

$$\frac{E^2 C}{L_2} = I_{m_2}^2$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 ~~$mv_1 + Mu = mv_2 + Mu$~~

$$\times\ \begin{array}{r} 415{,}5 \\ 3 \\ \hline 1246{,}5 \end{array}$$

$v'_{2x} = v'_{1x}$

$|v'_{2y}| = |v'_{1y}|$

$v_{2y} = |v'_{1y}| + u$

$v_{2y} = \boxed{v_1 \cdot \cos\alpha + 2u}$

$v'_{2x} = v'_{1x} = v_{1x} = v_1 \cdot \sin\alpha$

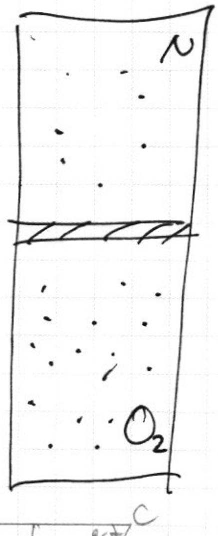
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\quad \frac{q^2}{2C} = \frac{I^2 L}{2}$

$\frac{v_{2x}}{\cos\beta} = v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin\alpha}{\cos\beta} = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\sqrt{3}/2} = \frac{6 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$ $\quad \frac{q^2}{C} = I^2 L$ $\quad \frac{1}{LC} = \frac{I^2}{q^2}$

$\frac{I}{q} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\quad \frac{q}{T \cdot q} = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$



$p_1 = p_2 = p_0$

$p_0 V_N = \nu R T_N$

$p_0 V_{O_2} = \nu R T_{O_2}$ $\longrightarrow$ $\frac{V_N}{V_{O_2}} = \frac{T_N}{T_{O_2}} = \frac{3}{5}$

T_k

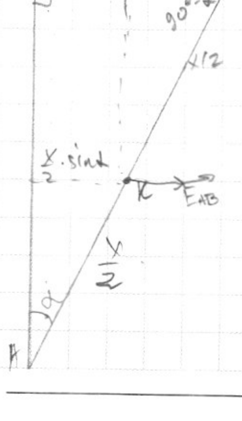
~~$\frac{5}{2} 2\nu R T_k = \frac{5}{2}\nu R (T_N + T_{O_2})$~~

$p_1 \cdot V_N = \nu R T_k$

$p_2 V_{O_2} = \nu R T_k$

$2T_k = T_{O_2} + T_N$

$\left(\frac{E_{AB}}{\frac{x}{2} \cdot \sin\alpha}\right)^2 + \left(\quad\right)^2$



$AC = x$

$\frac{x}{2} \cdot \sin\alpha$

$\frac{x}{2} \cdot \sin(90° - \alpha) = \frac{x}{2} \cdot \cos\alpha$

$\frac{E_{AB}}{E_{BC}} = \frac{\frac{x}{2} \cdot \cos\alpha}{\frac{x}{2} \cdot \sin\alpha}$

$E_{AB} = E$, $E_{BC} = 2E$

$\frac{1}{2} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = ctg\,\alpha$

$E \cdot q = \frac{I^2 L_2}{2} + \frac{I^2 L_1}{2} + \frac{q^2}{2C}$ $\quad tg\,\alpha$