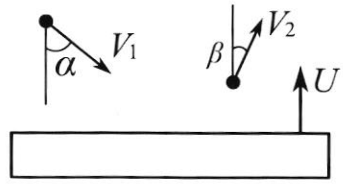
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)



1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 18 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{3}{5}\right)$ с вертикалью.

1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

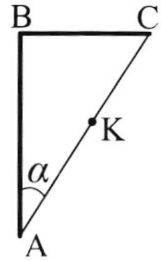
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона T_1 = 320 К, а криптона T_2 = 400 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

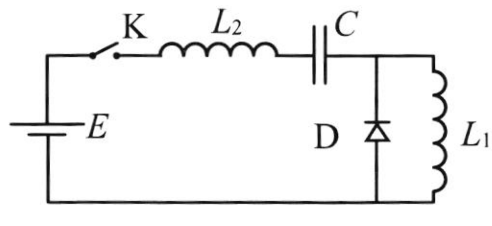
3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?



3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.

1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.



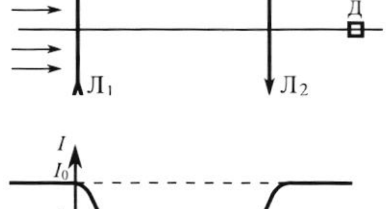
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

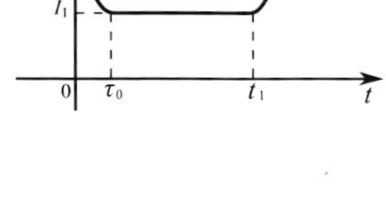
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями -2F_0 и F_0, соответственно. Расстояние между линзами 2F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$





.

1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

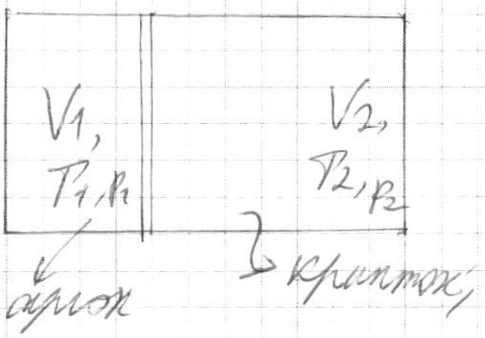
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Дано: $\nu = \frac{3}{5}$ моль; $T_1 = 320K$; $T_2 = 400K$;

1) $V_1 : V_2$ - ? 2) T - ? 3) Q - ?

Решение:



1) В начальном состоянии $p_1 = p_2$;

$$\frac{\nu K T_1}{V_1} = \frac{\nu K T_2}{V_2};$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4}$$ ~ отношение объёмов;

2) При том, что один газ отдаёт тепло другому, запишем первое начало термодинамики:

для аргона: $Q = \int p dV + \Delta U_1$

для криптона: $-Q = -\int p dV + \Delta U_2$

(т.к. процесс медленный, поэтому давления газов постоянно примерно равны);

$\Delta U_1 = -\Delta U_2$; $\nu K \Delta T_1 = -\nu K \Delta T_2$; $\Delta T_1 = -\Delta T_2$;

$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360(K)$ - конечная температура;

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

3) Теплоёмкости газов совпадут при изобарных процессах (а также их давления):

$$C_1 = C_2 = \frac{5}{2}\nu R\Delta T \quad (\nu_1 = \nu_2,\ \Delta T_1 = -\Delta T_2)$$

Тогда для аргона процесс изобарного расширения:

$$Q = p\cdot\Delta V + \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot 8{,}31\cdot(360-320) =$$

$$= 1{,}5\cdot 8{,}31\cdot 40 \approx$$

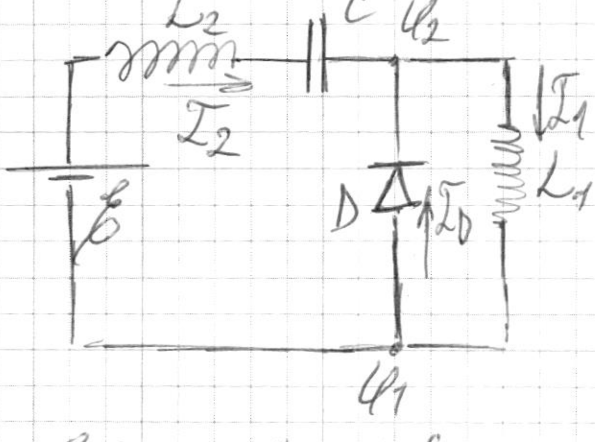
$$\approx 12{,}5\cdot 40 = 500\ (Дж)$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$; $T = 360K$; $Q = 500$ Дж;

№4.

Дано: $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, C; T-?, I_{01max}-?, I_{02max}-?

Решение:



1) Рассмотрим процесс зарядки конденсатора (при этом $I_D = 0$):

$$\mathcal{E} = L_2\dot I_2 + \frac{q}{C} + L_1\dot I_1 = \frac{q}{C} + (L_1+L_2)\dot I \quad (I_1 = I_2)$$

$$\mathcal{E}C - q = (L_1+L_2)\dot I\cdot C$$

$$\ddot{(\mathcal{E}C-q)} = -(\mathcal{E}C-q)(L_1+L_2)C;$$

$$\mathcal{E}C - q = \mathcal{E}C\cos\left(\frac{1}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}t\right) \quad q_{(t)} = \mathcal{E}C\left(1-\cos\left(\frac{1\cdot t}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\right)\right)$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Время достижения максимального заряда: ($\cos\omega t = -1$); $t_1 = \pi \cdot \sqrt{C(L_1+L_2)}$; $q_{max} = 2\mathcal{E}C$;

2) Рассмотрим процесс разрядки:

При этом $\dot{I}_1 L_1 = 0$, т.к. $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ (диод идеальный);

Тогда $\dot{I}_1 = 0$ (производная тока по времени всегда равна 0);

$\mathcal{E} = L_2 \dot{I}_2 + \frac{q}{C}$; $q_{(t)} = \mathcal{E}C + \mathcal{E}C \cdot \cos(t \cdot \frac{1}{\sqrt{L_2 C}})$ (при заданном $q_{max} = 2\mathcal{E}C$);

Время разрядки $t_2 = \pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C}$;

$T = t_1 + t_2 = \pi(\sqrt{L_2 C} + \sqrt{C(L_1+L_2)})$ - искомый период;

3) $I_{01\,max} = I_{max} = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}$;

$I_{02\,max} = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{CL_2}}$ $(5L + 4L > 4L)$;

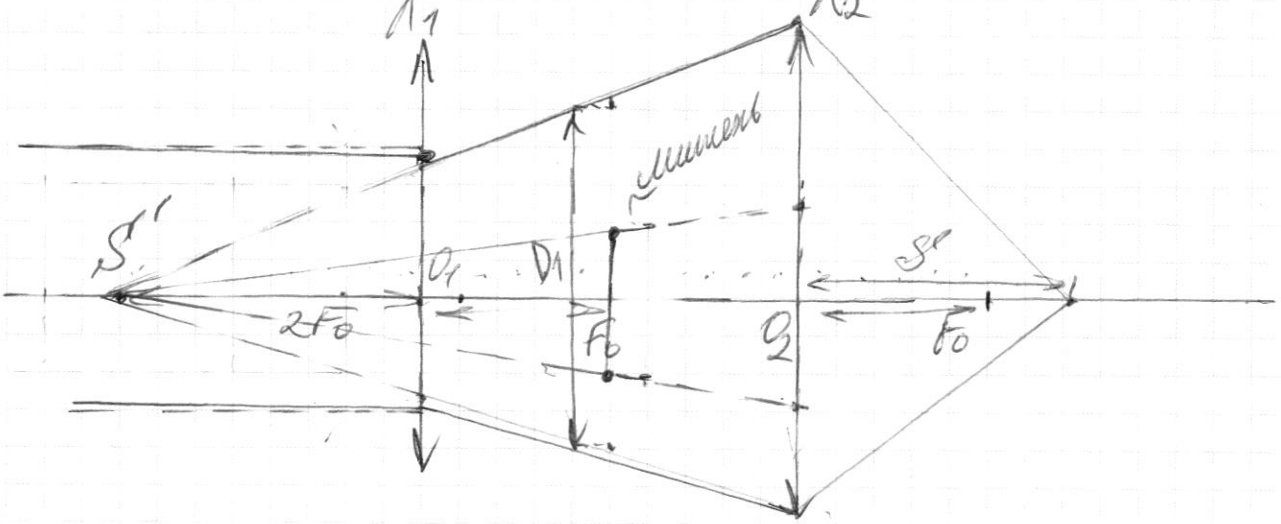
Ответ: $T = \pi(\sqrt{4LC} + \sqrt{9LC}) = \pi \cdot 5\sqrt{LC}$;

$I_{01\,max} = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{LC} \cdot 3}$; $I_{02\,max} = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{LC} \cdot 2}$.

№5.

Дано: $2F_0$, $D \ll F_0$, $\tau_1 = \frac{7}{16}\tau_0$; S'-?, v-?, τ_1-?
(даны F_0, D, τ_0);

Решение:



1) При падении на линзу Л2 лучи будут как бы „исходить" из мнимого изображения S', которое будет находиться на расстоянии $d = 4F_0$ от т. O_2;

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{S} = \frac{1}{F_0}; \quad \frac{1}{4F_0} + \frac{1}{S} = \frac{1}{F_0}; \quad S = \frac{4}{3}F_0;$$

2) Найдём, какую долю лучей закрывает мишень: $n = \frac{\tau_1}{\tau_0} = \frac{7}{16}$; Тогда $\frac{l}{D_1} \approx \frac{7}{16}$ (l ~ диаметр мишени; $D \ll F_0$)

$$l = \frac{7}{16}D_1;$$

Согласно графическим данным, мишень полностью прошла свою длину за время τ_0;

$$v = \frac{l}{\tau} = \frac{7D_1}{16\tau}$$ — скорость мишени;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найдём D_1: $\frac{D_1}{D} = \frac{3F_0}{4F_0} = \frac{3}{4}$ (из подобных треугольников);

$$v = \frac{7}{16}\cdot\frac{3D}{4\tau} = \frac{21D}{64\tau};$$

2) За время t_1 нижний конец линзы пройдёт расстояние D_1;

$$t_1 = \frac{D_1}{v} = \frac{16}{7}\tau.$$

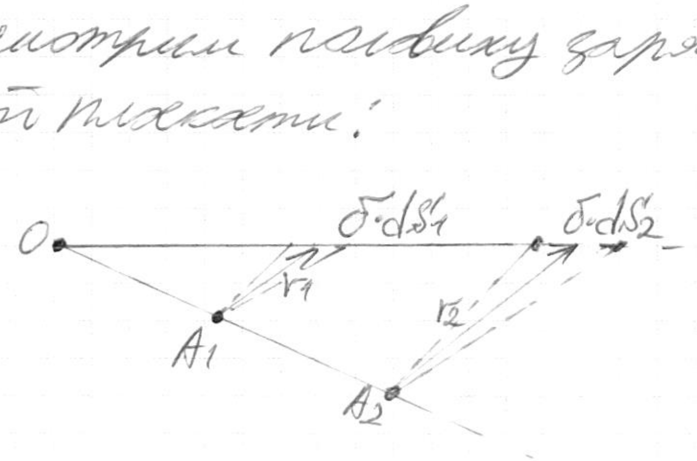
Ответ: $S' = \frac{4}{3}F_0$; $v = \frac{7}{16}\frac{D_1}{\tau}$; $t_1 = \frac{16}{7}\tau$.

№3.

Дано: 1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $\frac{E_2}{E_1}$ – ?; 2) $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \frac{2}{7}\sigma$, $\alpha = \frac{\pi}{9}$; E_k – ?

Решение:

1) Рассмотрим половину заряженной бесконечной плоскости:



Найдём отношение напряжённостей в т. A_1 и A_2, лежащих на одном луче.

Пусть $\frac{OA_2}{OA_1}=k$, $r_1 \parallel r_2$, $\frac{r_1}{r_2}=\frac{1}{k}$; $\frac{r_2^2}{r_1^2}=\left(\frac{1}{k}\right)^2$

Но $\frac{dS_2}{dS_1}=k^2$, $\frac{\sigma\cdot dS_2}{\sigma\cdot dS_1}=k^2$;

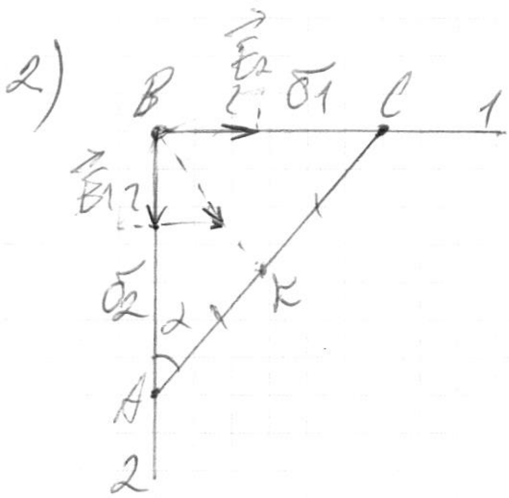
$$\frac{\sum E_{A2i}}{\sum E_{A1i}}=\frac{r_1^2}{r_2^2}\cdot\frac{\sigma\cdot dS_2}{\sigma\cdot dS_1}=1;$$

в т. A_2

суммарная напряжённость в т. A_1

$E_{A1}=E_{A2}$ ~ напряжённость поля полуплоскости не меняется при движении вдоль одного направления;

2)



Тогда $E_K = E_B$ - напряжённость поля в т. B;

Тогда при $\alpha=\frac{\pi}{9}$

$E_1=\frac{\sigma_1}{4\varepsilon_0}$; $E_2=\frac{\sigma_2}{4\varepsilon_0}=\frac{2\sigma}{4\cdot 7\varepsilon_0}$

($4\varepsilon_0$ в знаменателе, т.к. поля полуплоскостей)

$$E=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{\frac{\sigma^2}{16\varepsilon_0^2}+\frac{\sigma^2}{28\varepsilon_0^2}};$$

При $\alpha=\frac{\pi}{4}$ $\frac{E}{E_1}=\frac{\sqrt{2E_1^2}}{E_1}=\sqrt{2}$ ($\sigma_1=\sigma_2$);

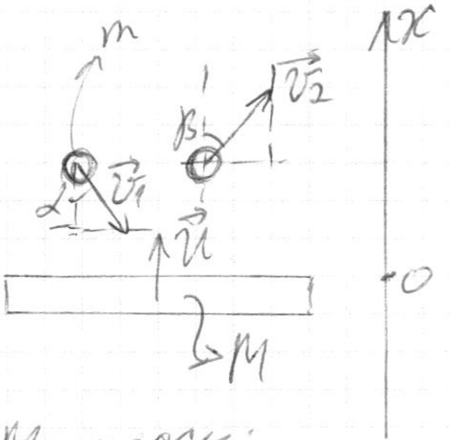
Ответ: 1) $\sqrt{2}$; 2) $E=\sqrt{\frac{\sigma^2}{16\varepsilon_0^2}+\frac{\sigma^2}{28\varepsilon_0^2}}$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N. 1.

Дано: $v_1 = 18$ м/с, $\sin\alpha = \frac{2}{3}$, $\sin\beta = \frac{3}{5}$; v_2 - ? u - ? - скорость плиты.

Решение:



1) взаимодействие происходит вдоль оси Ox, поэтому горизонтальная компонента скорости шара сохраняется, то есть $v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$;

m, M - массы;

$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 18 \cdot \frac{2\cdot5}{3\cdot3} = 20$ (м/с)

$\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $\cos\beta = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$;

2) По з-ну сохранения импульса вдоль оси Ox:

$$Mu - mv_1\cos\alpha = mv_2\cos\beta + M(u - \Delta u)$$

$$M\Delta u = mv_1\cos\alpha + mv_2\cos\beta;$$ на эту величину уменьшилась скорость плиты;

З-н изменения энергии: $\frac{m(v_1\cos\alpha)^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{M(u-\Delta u)^2}{2} + \frac{m(v_2\cos\beta)^2}{2} + Q$

Q - потерянная энергия

$$m(v_1\cos\alpha)^2 = -2Mu\Delta u + \underbrace{M\Delta u^2} + m(v_2\cos\beta)^2 + Q\cdot 2$$

↳ плита массивна, $\frac{m}{M}\to 0$, тогда $M\Delta u^2$ можно пренебречь;

$$2\cdot Q = m(v_1\cos\alpha)^2 - m(v_2\cos\beta)^2 + 2Mu\Delta u;$$

$2Q > 0$ — условие неупругости;

$$-2Mu\Delta u > m(v_1\cos\alpha)^2 - m(v_2\cos\beta)^2$$

$$-u > \frac{m(v_1\cos\alpha)^2 - m(v_2\cos\beta)^2}{2m(v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta)};$$

$$u < \frac{m(v_2\cos\beta)^2 - (v_1\cos\alpha)^2}{v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta};$$

$$u < v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha;$$

$$u < \frac{20}{5}\cdot 4 - 18\frac{\sqrt{5}}{3}\ (м/с)$$

Ответ: $v_2 = 20$ м/с; $u < 16 - 6\sqrt{5}$ м/с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

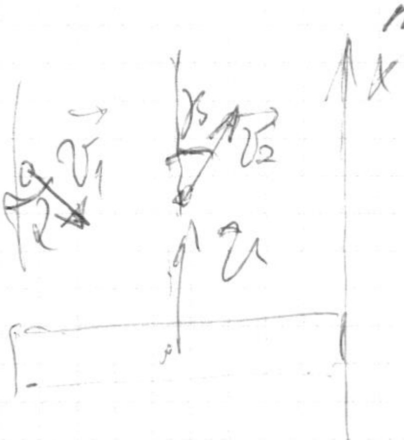
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

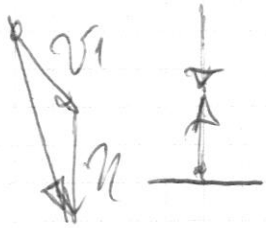
№ 1



$Mu_1 - mv_1\cos\alpha = Mu_2 + mv_2\cos\beta$

$u_2 - u_1 = \frac{m(v_2\cos\beta + v_1\cos\alpha)}{M} \to 0$

$v_1\sin\alpha = v_2\sin\beta$



$Mu - mv_1\cos\alpha = Mu + mv_2\cos\beta$

$\boxed{Mu - mv_1\cos\alpha = M(u+\Delta u) + mv_2\cos\beta}$

Δu ✓

$-mv_1\cos\alpha = -M\Delta u + mv_2\cos\beta$

$\frac{mv_1^2\cos^2\alpha}{2} + \frac{Mu^2}{2} = M(u+\Delta u)^2 + 2Q + mv_2^2\cos^2\alpha$

$M(2u\Delta u + \Delta u^2) = m(v_1^2\cos^2\alpha - v_2^2\cos^2\alpha) - 2Q$

$m(v_1^2\cos^2\alpha - v_2^2\cos^2\alpha - M(2u\Delta u + \Delta u^2) \geq 0$

$M\Delta u = mv_1\cos\alpha + mv_2\cos\beta$

$m(v_1^2\cos^2\alpha - v_2^2\cos^2\alpha) + \frac{(mv_1\cos\alpha + mv_2\cos\beta)^2}{M} \geq u \cdot 2(mv_1\cos\alpha + mv_2\cos\beta)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№2

$p_1 = p_2$ $\quad pV = \nu RT$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_2}{T_1}$ $\quad p = \frac{\nu RT}{V}$

1) $\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$

$p_1 \approx p_2$

$\frac{5}{2}\nu R\Delta T_1$

$\frac{5}{2}\nu R\Delta T_2$

$p_1V_1 = \nu RT_1 \quad Q = \int p\,dV + \frac{3}{2}\nu R\,dT_1$

$p_2V_2 = \nu RT_2 \quad -Q = -\int p\,dV + \frac{3}{2}\nu R\,dT_2$

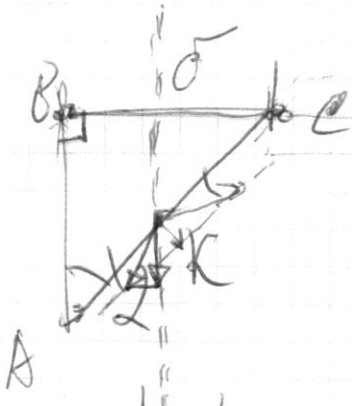
$\frac{5}{2}\nu R$

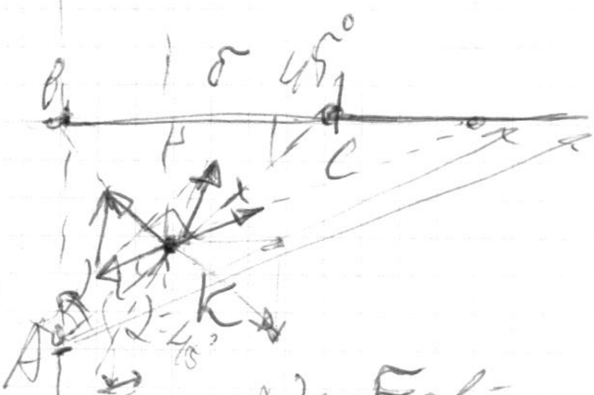
2) $\boxed{dT_1 = dT_2}$

$p_1 \approx p_2 \approx p$

3) $Q = p \cdot \frac{5}{2}\nu R\Delta T$

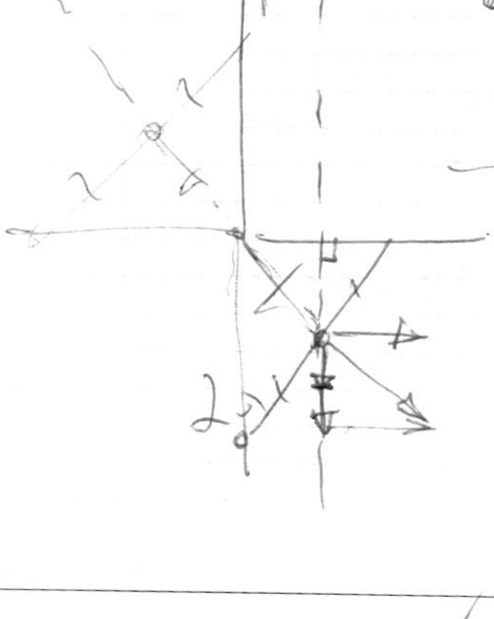
№3

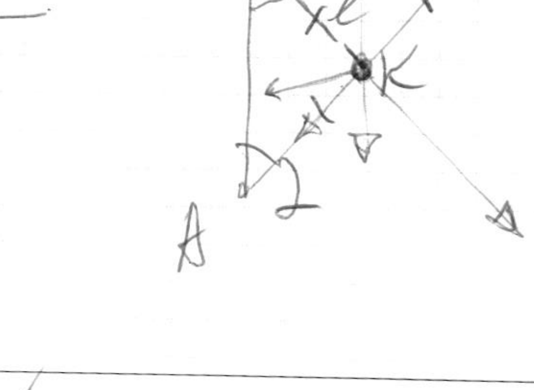




Отраз.

$\Delta\varphi = E \cdot l = E_1 l_1 + E_2 l_2$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

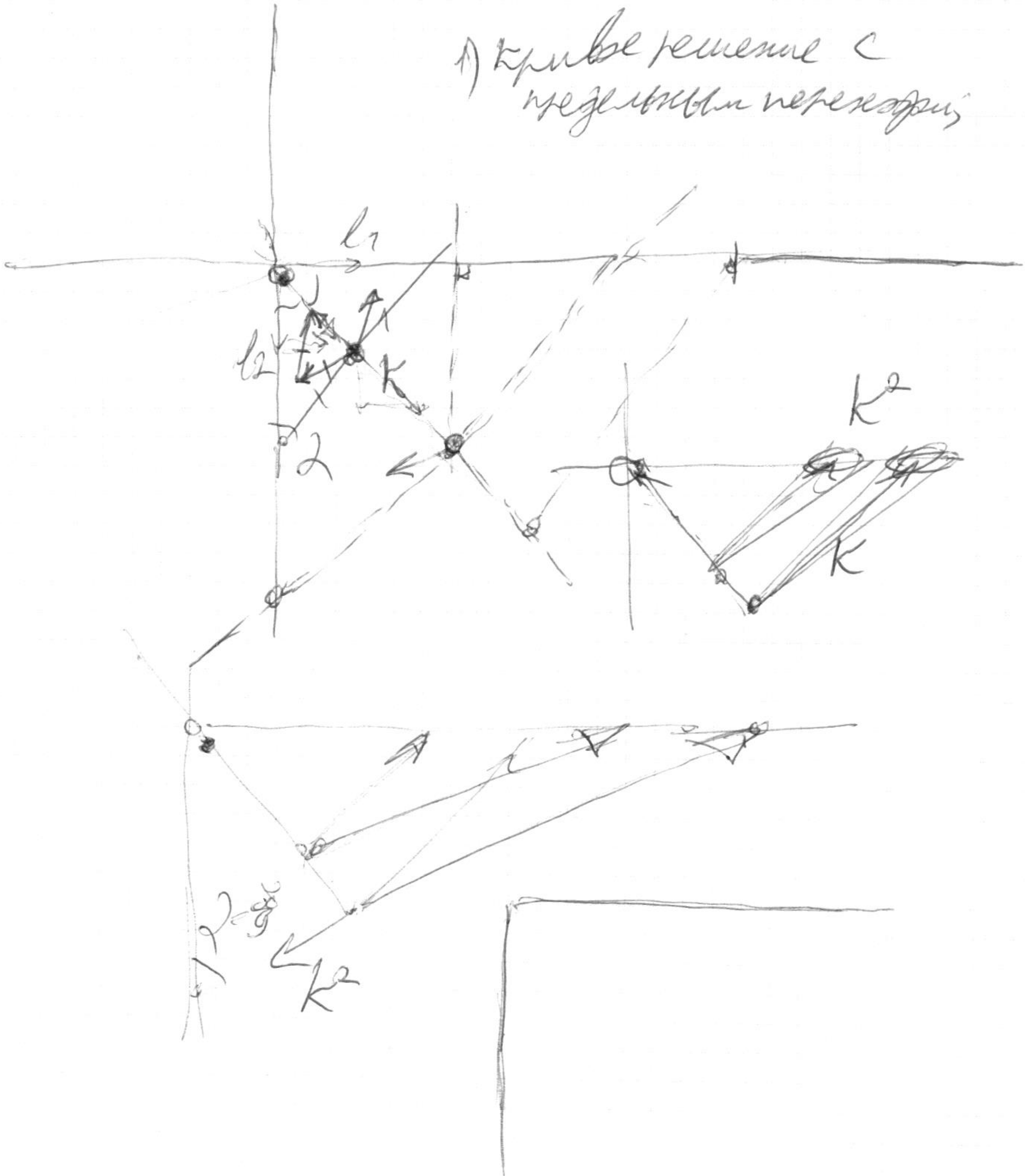
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) кривое решение с предельным переходом



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

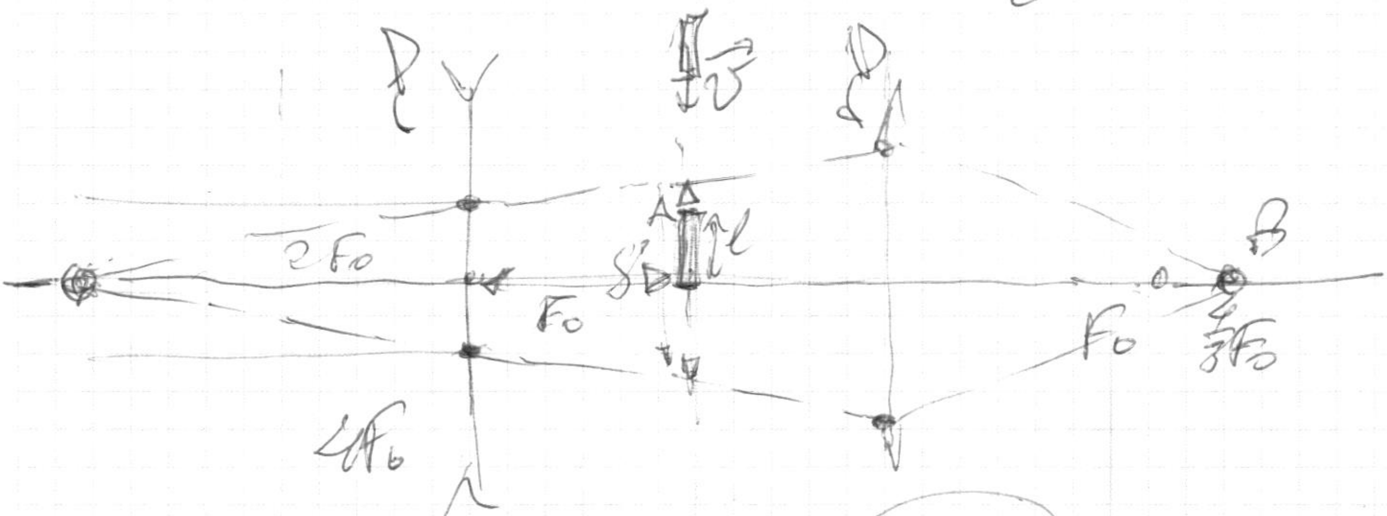
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№5

Решение:

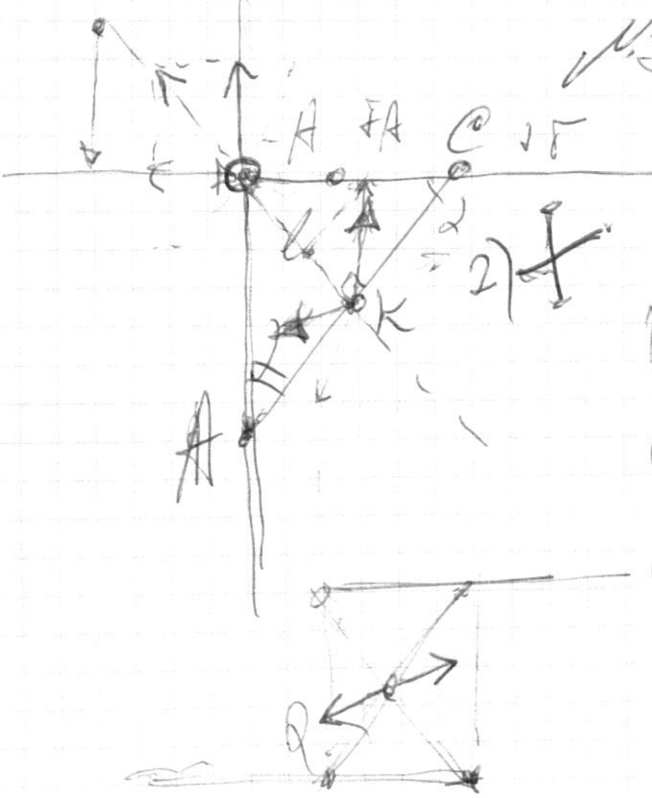
$l5$



$\frac{1}{4F_0}+\frac{1}{F_0}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F_0}$ $d=\frac{4}{3}F_0$ $l : 5 - v$

$\boxed{\frac{l}{\tau_0}=v}$ τ_0 $\tau_1=\tau_0+\cancel{2\tau_0}+\tau_0+\frac{8l}{v}$

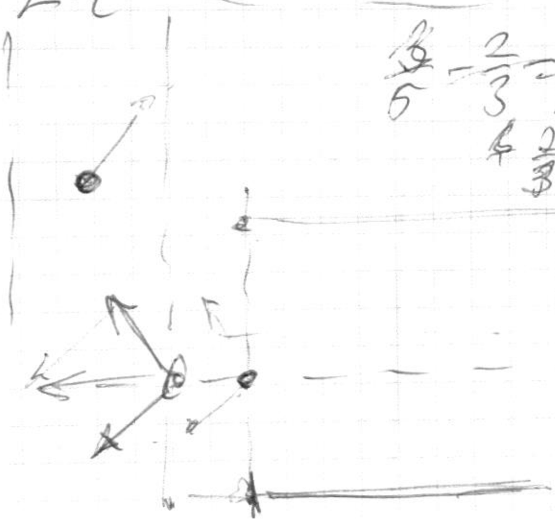
№3



$\frac{\sqrt{5}}{3}\cdot 18 = 6\sqrt{5} \approx 2{,}5$

4 16

E·l =



$\frac{3}{5}-\frac{2}{3}=\frac{9}{15}-10$

$\frac{2}{3}>\frac{3}{5}$

$\frac{\sqrt{5}}{3}$ $\frac{4}{5}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

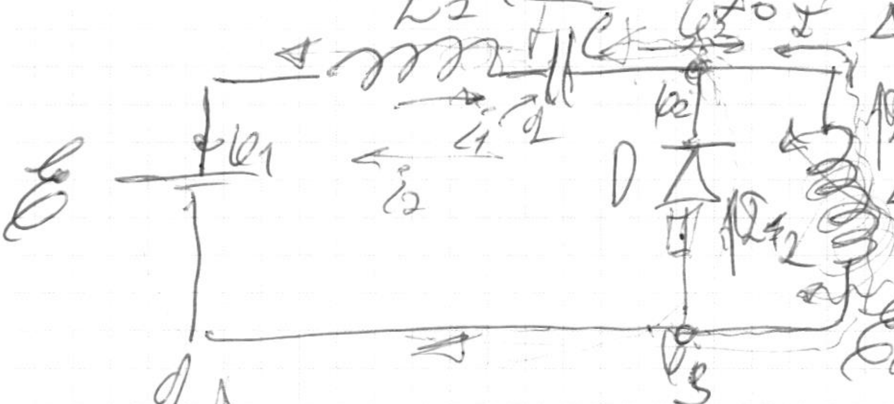
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$L_1 = 5L;\ L_2 = 4L,\ C;\ D$

Решение:

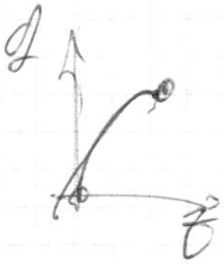


$\Delta\varphi = 0$

$\dot{I} L_1 = \Delta\varphi = \varphi_1$

$\varphi_1 - \varphi_2$

$\boxed{\varphi_3 - \varphi_2 = 0}$



$\Delta\varphi = \mathcal{E}$ $\quad R \to 0$

$\Sigma R = \mathcal{E}_{ind} = \dot{I}_1 L$ $\quad \mathcal{E}_{ind} = 0$ $\quad \dot{I} = 0$

$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{q}{C}$ $\quad \varphi_1 - \varphi_2 = -L_2 \dot{I}_0 + \frac{q}{C}$

$$\begin{cases} \varphi_3 - \varphi_2 = \mathcal{E} - \dot{I}_0 L_2 + \frac{q}{C} \\ \varphi_3 - \varphi_2 = I_2 r_? \\ \varphi_3 - \varphi_2 = \dot{I}_1 L_1 \\ I_1 + I_2 = I_0 \end{cases}$$

$\varphi_2 - \varphi_3 = L_2 \dot{I}_0 + \frac{q}{C}$

$I_{max} = \frac{q_{max}}{\sqrt{L_2 C}}$, I_{max}, I_{max}

$I_{max_2} = \frac{q_{max}}{\sqrt{(L_1 + L_2) C}}$,