

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

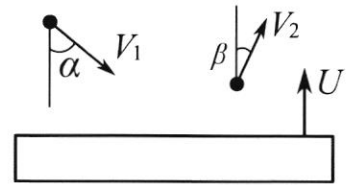
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 12$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

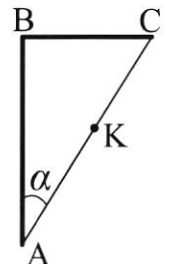


- 1) Найти скорость  $V_2$ .
  - 2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве  $\nu = 6/7$  моль. Начальная температура водорода  $T_1 = 350$  К, а азота  $T_2 = 550$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

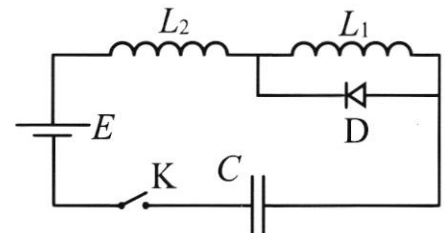
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



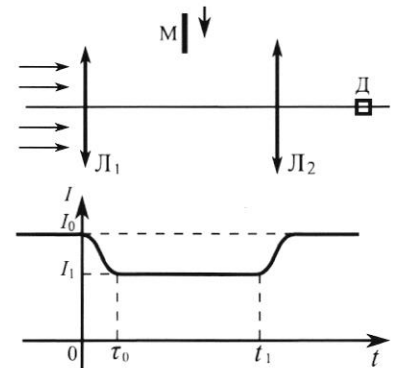
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 3\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/5$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .



- 1) Найти период  $T$  этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
- 3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $3F_0$  и  $F_0$ , соответственно. Расстояние между линзами  $2F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 5I_0/9$ .



- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
- 2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

### Задача 1

$$v_1 = 12 \frac{m}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$v_2, u - ?$$

Перейдем в систему отсчета плиты. В этой системе отсчета:

- относительная скорость шарика до удара:  $\vec{w}_1 = \vec{v}_1 - \vec{u}$

- относительная скорость шарика после удара:  $\vec{w}_2 = \vec{v}_2 - \vec{u}$

Угол  $\gamma$  - угол между горизонтальной и  $\vec{w}_1$ ,

$\delta$  - угол между горизонтальной и  $\vec{w}_2$ .

Потому:

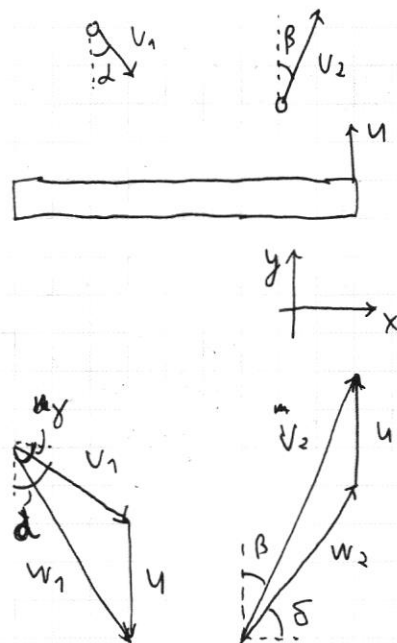
- так как поверхность плиты гладкая, то в проекции на горизонтальную ось  $Ox$  импульс шарика сохраняется:  $m w_1 \cos \gamma = m w_2 \cos \delta$ . Но

$$w_1 \cos \gamma = v_1 \sin \alpha, \quad w_2 \cos \delta = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \cdot \frac{1/2}{1/3} = 18 \frac{m}{c}$$

- так как удар неупругий, то в проекции на вертикальную ось  $Oy$  часть импульса шарика теряется:

$$m w_1 \sin \gamma > m w_2 \sin \delta \geq 0 \quad \text{отсюда:}$$

$$\begin{cases} \tan \gamma > \tan \delta \geq 0; & \frac{v_1 \cos \alpha + u}{v_1 \sin \alpha} > \frac{v_2 \cos \beta - u}{v_2 \cos \delta} \geq 0; & v_1 \cos \alpha + u > v_2 \cos \beta - u \geq 0; \\ \begin{cases} 2u > v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha \\ u \leq v_2 \cos \beta \end{cases} & ; & \begin{cases} u > \frac{v_1}{2} \left( \frac{\sin \alpha}{\tan \beta} - \cos \alpha \right) \\ u \leq v_1 \frac{\sin \alpha}{\tan \beta} \end{cases} \end{cases}$$



Получаем:

$$\begin{cases} u > \frac{v_1}{2} \left( \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \beta} - \cos \alpha \right) = \frac{12}{2} \cdot \left( \frac{1/2}{1/2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \frac{m}{c} \approx 3,3 \frac{m}{c} \\ u \leq v_1 \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = 12 \cdot \frac{1/2}{1/2\sqrt{2}} = 12\sqrt{2} \frac{m}{c} \approx 16,8 \frac{m}{c} \end{cases}$$

Ответ: 1)  $v_2 = 18 \frac{m}{c}$

2)  $3,3 \frac{m}{c} < u < 16,8 \frac{m}{c}$

### Задача 2

$\lambda = \frac{6}{2}$  моль

$T_1 = 350 K$

$T_2 = 550 K$

$\frac{v_1}{v_2}, T, Q - ?$

Условие равновесия поршня

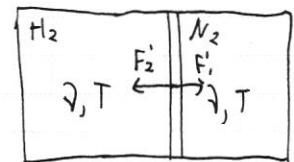
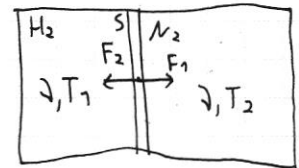
в начале:

$$F_1 = F_2; \quad p_1 S = p_2 S \Rightarrow p_1 = p_2$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1; \quad p_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11} \approx 0,64$$



Условие равновесия поршня в конце:

$$F_1' = F_2'; \quad p_1' S = p_2' S \Rightarrow p_1' = p_2'$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$p_1' V_1' = \nu R T; \quad p_2' V_2' = \nu R T \Rightarrow V_1' = V_2'$$

Закон сохранения энергии:

$$U_1 + U_2 = A_1 + A_2 + U_1' + U_2'$$

Поскольку поршень движется медленно, то в любой момент времени  $p_1 = p_2 \Rightarrow p_1 A_1 + A_2 = p_1 \Delta V + p_2 \cdot (-\Delta V) =$

$$= 0. \text{ Тогда: } \nu C_v T_1 + \nu C_v T_2 = 2\nu C_v T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 + 550}{2} =$$

$$= 450 K,$$

Азот передает водороду количество теплоты

$$\text{равное } Q = U_2' - U_2 = \nu C_v T_2 - \nu C_v T = \nu C_v \frac{T_2 - T_1}{2} =$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{2} \cdot 831 \cdot \frac{550-350}{1} = 1780 \text{ Дж}$$

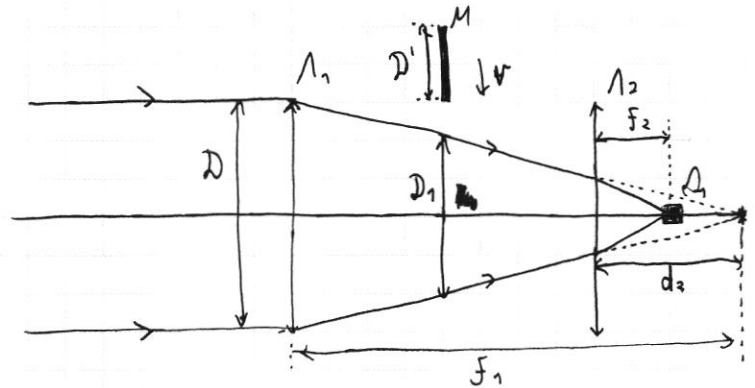
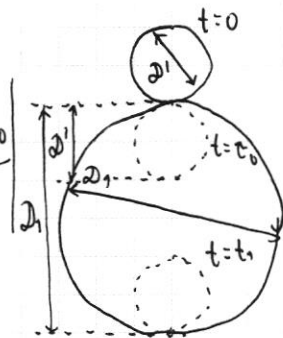
Ответ: 1)  $\frac{V_1}{V_2} = 0,64 = \frac{V_{H_2}}{V_{H_2}}$

2)  $\Phi = 450 \text{ К}$

3)  $Q = 1780 \text{ Дж}$

### Задача 5

$F_0, D, \tau_0, I = \frac{5}{9} I_0$   
 $f_2, v, t_1 - ?$



По формуле тонкой линзы для  $L_1$ :

$$\frac{1}{3F_0} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} \quad \text{Линз, падающие на линзу, параллельные:}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d_1} = 0 \Rightarrow f_1 = 3F_0$$

По формуле тонкой линзы для  $L_2$ :

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} \quad \text{Поск как } f_1 > 2F_0, \text{ то источник для}$$

второй линзы расположен за ней (линз, параллельные на  $L_1$  собираются за  $L_2$ )  $\Rightarrow d_2 = -(f_1 - 2F_0) = -F_0$ . Тогда  $f_2 = \frac{d_2 F_0}{d_2 - F_0} = \frac{1}{2} F_0$ . Линз, параллельные  $L_2$ , собираются на датчике  $\Rightarrow f_2$  - расстояние от  $L_2$  до датчика (противоположно)

Теперь проанализируем график. Пусть на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$  лучок света в поперечном сечении имеет диаметр  $D_1^*$ . Из геометрии  $\frac{D_1^*}{D} = \frac{F_1 - F_0}{3F_0} = \frac{2}{3} \Rightarrow D_1^* = \frac{2}{3}D$ . В момент времени 0 мишень начала перекрывать часть этого лучка. К моменту времени  $\tau_0$  мишень полностью "вошла" в лучок света (далее идет движение не изменяет освещенности). В момент  $t_1$  мишень начала выходить из лучка (освещенность возрастает). Так как  $I_1 = \frac{5}{9}I_0 = I_0(1 - \frac{4}{9})$ , то мишень, находясь в лучке, закрывает  $\frac{4}{9}$  его ~~площади~~ площади. Поэтому  $\frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{4}{9} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow D_1 = \frac{2}{3}D, = \frac{4}{9}D$ , диаметр мишени равен  $\frac{4}{9}$  диаметров лучка. За время  $\tau_0$  мишень проползла расстояние  $D_1 = \frac{4}{9}D \Rightarrow v = \frac{4D}{9\tau_0}$ . За время  $t_1$  мишень проползла расстояние  $D_1 = \frac{2}{3}D \Rightarrow t_1 = \frac{2D}{3v} = \frac{3}{2}\tau_0$ .

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{F_0}{2}$   
 2)  $v = \frac{4D}{9\tau_0}$   
 3)  $t_1 = 1,5\tau_0$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

### Задача 4

$$\frac{L_1 = 4L, L_2 = 3L, \mathcal{E}, C}{T, I_{M1}, I_{M2} - ?}$$

Рассмотрим случай  
движения тока по часовой  
стрелке. Тогда ток идет

через обе катушки  
(кнопку закрыта):

$$\varphi_a - \varphi_b = U = -\mathcal{E} - L_2 \frac{di}{dt} - L_1 \frac{di}{dt};$$

$$\frac{q}{C} = -\mathcal{E} - (L_1 + L_2) \frac{di}{dt};$$

$$q + C(L_1 + L_2) \ddot{q} = -\mathcal{E}C$$

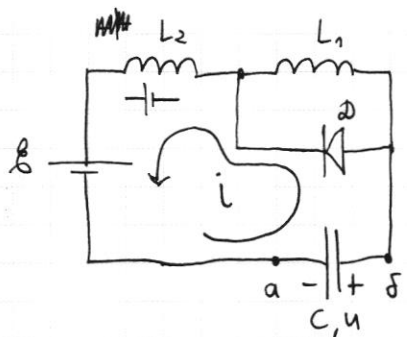
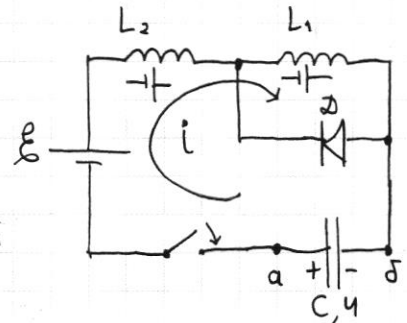
Получаем уравнение гармонических колебаний  
с периодом  $T_1 = 2\pi \sqrt{C(L_1 + L_2)} = 2\pi \sqrt{7LC}$ . Периодическое  
время  $t_1 = \pi \sqrt{7LC}$  (движение тока в одну сторону).

Теперь рассмотрим случай движения тока  
против часовой стрелки. Ток идет только  
через катушку  $L_2$  (кнопку открыта):

$$\varphi_b - \varphi_a = U = -L_2 \frac{di}{dt} + \mathcal{E}; \quad \frac{q}{C} = -L_2 \frac{di}{dt} + \mathcal{E}; \quad q + CL_2 \ddot{q} = \mathcal{E}C$$

Аналогично это уравнение гармонических колебаний  
с периодом  $T_2 = 2\pi \sqrt{CL_2} = 2\pi \sqrt{3LC}$ . Периодическое  
время  $t_2 = \pi \sqrt{3LC}$ .

$$\begin{aligned} \text{Тогда период колебаний системы} - T &= t_1 + t_2 = \\ &= \pi \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3}) \approx 13,8 \sqrt{LC} \end{aligned}$$



Закон сохранения энергии:  $0 + \xi q_m = \frac{q_m^2}{2C}$  ( $0$  - энергия системы в момент  $t=0$ ,  $\frac{q^2}{2C}$  - энергия системы в момент  $t=t_1$  (ток в цепи равен  $0 \Rightarrow$  энергия катушки  $0$ ),  $\xi q$  - работа источника)  $\Rightarrow q_m = 2 \xi C \Rightarrow$  амплитудное значение заряда -  $q_0 = \frac{q_m}{2} = \xi C \Rightarrow$  амплитудное значение тока  $-I_1 = \frac{q_0}{\sqrt{7LC}}$  (для движения тока по часовой стрелке) и  $I_2 = \frac{q_0}{\sqrt{3LC}}$  (для движения тока против часовой стрелки). Тогда максимальный ток через  $L_1$  -  $I_{m1} = I_{01} = \frac{q_0}{\sqrt{7LC}} = \frac{C\xi}{\sqrt{7LC}} = \frac{\xi\sqrt{C}}{\sqrt{7L}}$ , через  $L_2$  -  $I_{m2} = I_{02} = \frac{q_0}{\sqrt{3LC}} = \frac{\xi\sqrt{C}}{\sqrt{3L}}$

Ответ: 1)  $T = \pi(\sqrt{3} + \sqrt{7})LC$   
 2)  $I_{m1} = \frac{\xi\sqrt{C}}{\sqrt{7L}}$   
 3)  $I_{m2} = \frac{\xi\sqrt{C}}{\sqrt{3L}}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

### Задача 3

$$1) \left| \begin{array}{l} \alpha = \frac{\pi}{4} \\ k = ? \end{array} \right|$$

В данном случае  $\operatorname{tg} \alpha = 1 = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB = BC$ .

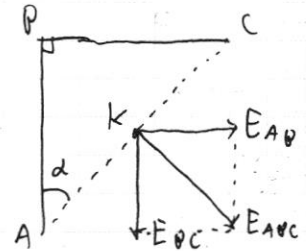
Пусть поле от пластины BC равно

$\vec{E}_{BC}$ . Тогда поле от пластины AB

$\vec{E}_{AB}$  по модулю равно  $\vec{E}_{BC}$  и перпендикулярно ему.

Тогда при заряде пластины AB поле увеличится

в  $k = \sqrt{2}$  раз

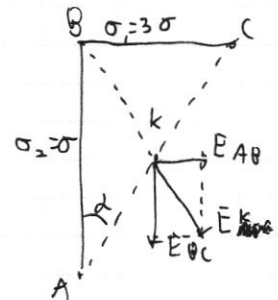


$$2) \left| \begin{array}{l} \alpha = \frac{\pi}{5}, \sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma \\ E_k = ? \end{array} \right|$$

Поле в т.к равно сумме

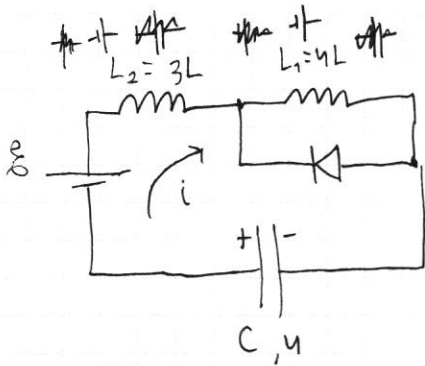
полей от пластин AB и BC:

$$\vec{E}_k = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$$









$$\mathcal{E} = -L_2 \frac{di}{dt} - L_1 \frac{di}{dt} - U = -(L_1 + L_2) \frac{di}{dt} - \frac{q}{C}$$

$$(L_1 + L_2) i' + \mathcal{E} + \frac{q}{C}$$

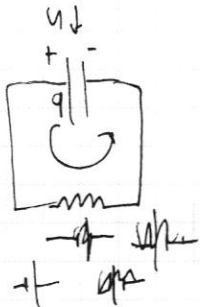
$$C(L_1 + L_2) q'' + \mathcal{E}C + q = 0 \quad q'' + \frac{q}{C(L_1 + L_2)} = -\frac{\mathcal{E}}{L_1 + L_2}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{C(L_1 + L_2)}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}}$$

$$q =$$

$$q = q_0 \cos(\omega t)$$



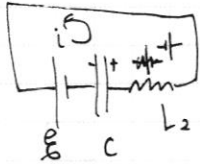
$$U = -L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt} = -L i' = -2 q' \quad q + CLq'' = 0$$

$$\frac{q}{C} = U = -L_2 q'' + \mathcal{E} \quad q + CL_2 q'' = \mathcal{E}C$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{CL_2}$$

$$\sqrt{R^2 + x^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} \cdot 2x$$



$$\frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} = (R^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{d}{dx} \sqrt{R^2 + x^2} = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{\sqrt{R^2 + x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{R^2 + x^2}}}{R^2 + x^2}$$

$$\frac{2k\sigma R dx \cos \alpha}{R}$$

$$700$$

$$\frac{26}{26}$$

$$\frac{756}{756}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$52$$

$$676$$

$$\frac{2 \sin \alpha}{2 \epsilon_0}$$

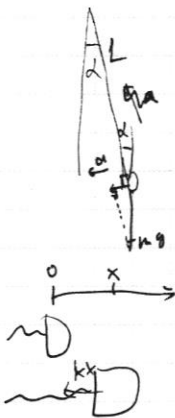
$$\frac{24}{1,78}$$

$$7$$

$$2,65$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$-\cos \frac{2\pi}{\dots}$$



$$-mg \sin \alpha = -mg \alpha = ma$$

$$-g \alpha = a = L \alpha'' \quad \frac{2}{g} L'' + L = 0$$

$$\sigma R d \alpha = p$$

$$m_{ax} = -kx \quad mx'' + kx = 0$$

$$\frac{m}{k} x'' + x = 0$$

$$\frac{2kPk}{R^2}$$

$$4,4 \cdot 3,74$$

$$\int \frac{2k\sigma dx}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \dots$$

$$\mathcal{E} q = \frac{q^2}{2C}$$

$$2(\mathcal{E} = q) \quad 2\mathcal{E}$$

$$\frac{2kP}{R}$$

$$\frac{kq}{R^2}$$

$$\frac{3,14}{4,4}$$

$$\frac{7256}{7256}$$

$$13876$$

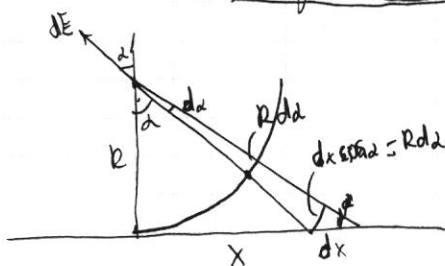
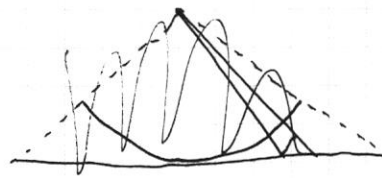
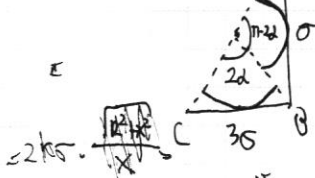
$$\frac{2kP}{R} \cdot \frac{1}{2\pi\epsilon_0}$$

$$\frac{kP R d \alpha \cos \alpha}{R^2} = \frac{kP d \alpha \cos \alpha}{R}$$

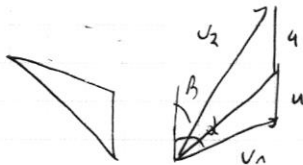
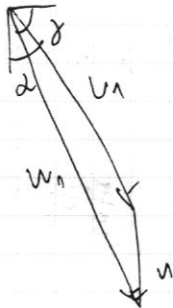
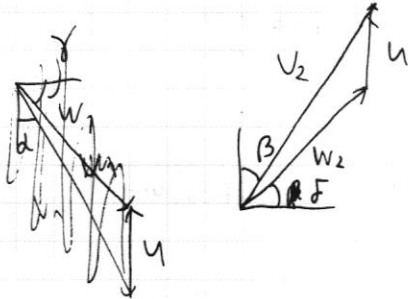
$$2 \frac{kP}{R} \int d \alpha \cos \alpha = \frac{2kP}{R} \sin \alpha$$

$$\frac{kP R d \alpha}{R^2} = \frac{kP d \alpha \cos \alpha}{R^2} = \frac{kP d \alpha}{R^2 + x^2}$$

$$\frac{2kP}{R}$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$w_1 \cos \gamma = w_2 \cos \delta$$

$$w_1 \sin \gamma \geq w_2 \sin \delta \geq 0$$

$$\sin \gamma = \frac{v_1 \cos \alpha - u}{v_1 \sin \alpha}$$

$$\text{tg } \gamma = \frac{v_1 \cos \alpha + u}{v_1 \sin \alpha} \geq \text{tg } \delta = \frac{v_2 \cos \beta - u}{v_2 \sin \beta} \geq 0$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_1 \cos \alpha + u \geq v_2 \cos \beta - u$$

$$2u \geq v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha = v_1 \left( \frac{\sin \alpha}{\text{tg } \beta} - \cos \alpha \right)$$

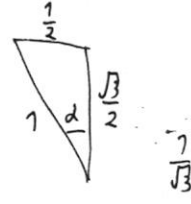
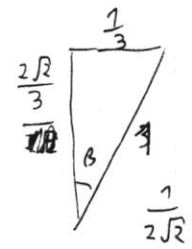
$$v_2 \cos \beta \geq u \quad u \leq v_2 \cos \beta = v_1 \frac{\sin \alpha}{\text{tg } \beta}$$

$$\frac{v_1}{2} \left| \frac{\sin \alpha}{\text{tg } \beta} - \cos \alpha \right| \leq u \leq v_1 \frac{\sin \alpha}{\text{tg } \beta}$$

$$v_2 \cos \beta = v_1 \cos \alpha + 2u$$

$$2u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$$

$$\frac{831 \cdot \sqrt{5}}{7}$$



$$\left( \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) / 6$$

$$12 \cdot 1,4 = \frac{12}{48} = 16,8$$

$$8,4 - 5,1$$

$$\frac{1}{f_0} - \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2}$$

$$d_2 - f_0$$

3  
1,7  
5,1

831  
15  
4155  
831  
72465

72465 | 7  
7  
54  
49  
56  
56  
5