

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

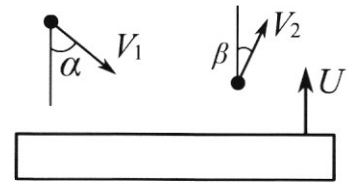
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

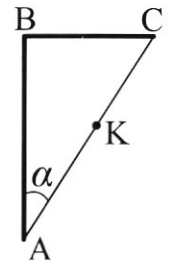


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

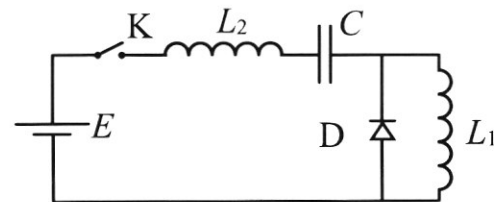
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



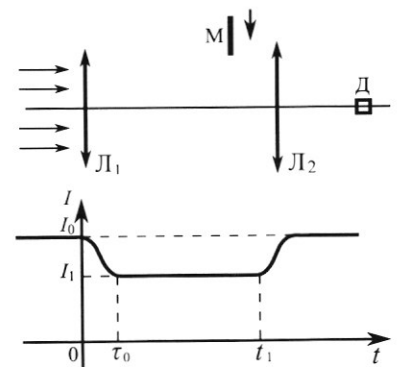
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2

Закон Бойле-Мариотта:

$$PV_1 = \nu RT_1 \quad - \text{гелий}$$

$$PV_2 = \nu RT_2 \quad - \text{неон}$$

⇓

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330\text{K}}{440\text{K}} = \frac{3}{4}$$

Также и на протяжении
всего процесса

давление газов будет одинаково, т.к. поршень
движется медленно.

3-и термодинамики: $dQ = dA + dU$

$$0 < dQ_1 = P dV + \frac{3}{2} \nu R dT_1 \quad - \text{тепло}$$

$$0 > dQ_2 = -P dV - \frac{3}{2} \nu R dT_2 \quad - \text{тепло отданное неону}$$

т.к. потеря тепла нет:

$$dQ_1 = (dQ_2) \Rightarrow dT_1 = -dT_2$$

Получается, что изменения темп равны по модулю:

$$t - T_1 = T_2 - t \quad , \text{ где } t - \text{установившаяся тем-ра}$$

$$t = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385\text{K}$$

По закону процесса изobarический, то

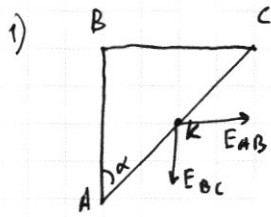
$$Q_1 = \int_0^t dQ_1 = \int_{T_1}^t \frac{5}{2} \nu R dT_1$$

$$Q_1 = \frac{5}{2} \nu R (t - T_1) \quad - \text{тепло отданное неону}$$

$$Q_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8,31 \cdot 55 \text{ Дж} = 3,91,41 \text{ Дж} = 274,23 \text{ Дж}$$

$$\text{Ответ: 1) } \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4} ; 2) t = 385\text{K} ; 3) Q_1 = 274,23 \text{ Дж}$$

3)



$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow AB = BC$$

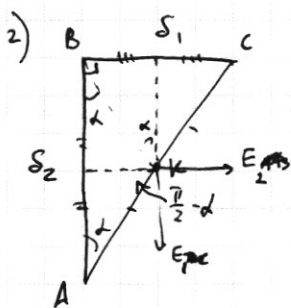
$$\Downarrow$$

$$E_{BC} = E_{AB}$$

При угле $\alpha = \frac{\pi}{4}$
 $AB = BC$ и тогда очевидно
 поле от этих двух пластинок
 будет равняться по
 модулю.

Новое поле: $E' = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{2} \cdot E_{BC}$

$$k = \frac{E'}{E_{BC}} = \sqrt{2} - \text{во столько же увеличится напряженность электр. поле в т.к.}$$



$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

поле от равномерно заряженной пластинки
 в т.к. можно посчитать по формуле

$$E = k \delta \Omega, \text{ где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \Omega - \text{ телесный}$$

угол, под которым
 видна пластинка
 из т.к.

$$\Omega_2 = 2\pi \cdot \frac{3\pi/8}{4\pi/3} = \frac{3}{2}\pi - \text{телес. угол где AD}$$

← пластинка бесконечна

$$\Omega_1 = 2\pi \cdot \frac{\pi/8}{4\pi/3} = \frac{1}{2}\pi - \text{телес. угол где BC}$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \delta_1 \cdot \Omega_1 = \frac{k\delta \cdot \frac{3}{2}\pi}{4\pi\epsilon_0} = \frac{3}{8}\frac{\delta}{\epsilon_0} - \text{поле от BC}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \delta_2 \cdot \Omega_2 = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}\pi}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{8}\frac{\delta}{\epsilon_0} - \text{поле от AB}$$

$$E_0 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{5}{8}\frac{\delta}{\epsilon_0} - \text{поле в точке K}$$

$$\text{Ответ: 1) } k = \sqrt{2} \approx 1,41; \text{ 2) } E_0 = \frac{5}{8}\frac{\delta}{\epsilon_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4

$$E = L_2 \dot{I}_1 + \frac{q}{C} + L_1 \dot{I}_1 = 5L_1 \dot{I}_1 + \frac{q}{C} = 5L_1 \ddot{q} + \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} + \frac{q - EC}{5L_1 C} = 0$$

ур-е колебаний

замена $q' = q - EC$

$$\ddot{q}' = \ddot{q}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{5L_1 C}}$$

$$q' = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

Найдём A и B, зная, что $q(0) = 0$

$$q - EC = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$I(0) = 0$$

$$0 - EC = A \Rightarrow A = -EC$$

$$I_{01} = \dot{q} = EC \omega \sin \omega t + \omega B \cos \omega t \Rightarrow$$

$$q = EC(1 - \cos \omega t)$$

$$0 = \omega B \Rightarrow B = 0$$

$$I_{01} = \dot{q} = \frac{EC}{\sqrt{5L_1 C}} \sin \omega t$$

Когда направление тока изменится
диод станет открыт и ток через
 L_1 не будет течь, тогда:

$$I_{01} = I_{1 \max} = \frac{EC}{\sqrt{5L_1 C}} \text{ - максимальный}$$

Ток, когда он течёт через одну
катушку (макс ток для
катушки L_1)

$$E = L_2 \dot{I}_2 + \frac{q}{C} = 2L_2 \ddot{q} + \frac{q}{C}$$

Аналогично (из 1 контура)

Период таких колебаний складывается
из 2 колебаний с частотами

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2L_2 C}} \quad q = EC(1 - \cos \omega t)$$

ω_1 и ω_2

$$I_2 = \frac{EC}{\sqrt{2L_2 C}} \sin \omega t \text{ - максимальный ток через}$$

$$T = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \pi \sqrt{L_1 C} (\sqrt{2} + \sqrt{5})$$

$$I_{02} = I_{2 \max} = \frac{EC}{\sqrt{2L_2 C}} \text{ - макс. ток через } L_2, \text{ т.к. } I_{2 \max} > I_{1 \max}$$

④ - продолжение

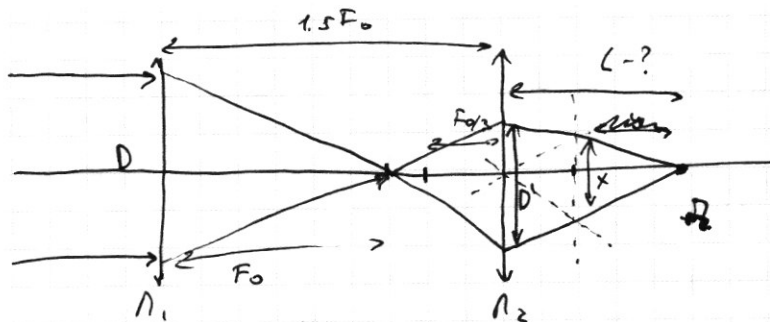
получател в такой схеме при положительном токе частота

колебаний будет $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, а при отрицательном $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$

И тогда общий период колебаний будет складываться из двух отдельных полупериодов.

Ответ: 1) $T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{2} + \sqrt{5})$; $I_{01} = \frac{EC}{\sqrt{5LC}}$
 $I_{02} = \frac{EC}{\sqrt{2LC}}$

⑤



Распишем подобие для линейных расстояний и диаметров

$$\frac{D}{F_0} = \frac{D'}{1.5F_0 - F_0} \Rightarrow D' = D/2 - \text{диаметр пучка на линзе } L_2$$

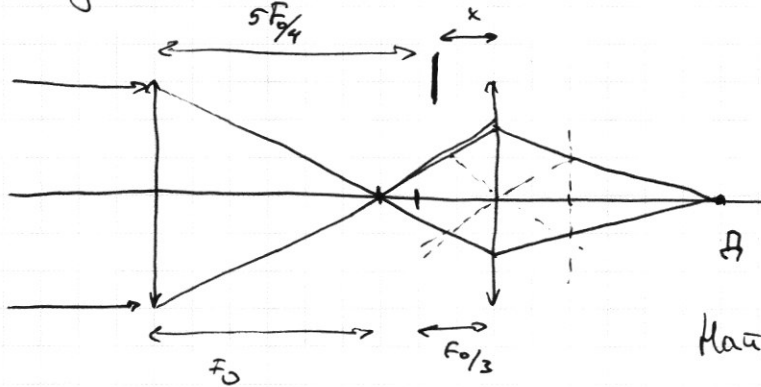
$$\frac{D'}{F_0/2} = \frac{x}{F_0/3} \Rightarrow x = D/3 - \text{диаметр пучка на фокальной плоскости после всех преломлений}$$

$$\frac{x}{L - F_0/3} = \frac{D'}{L}$$

$$\frac{D/3}{L - F_0/3} = \frac{D/2}{L} \Rightarrow 3L - F_0 = 2L \Rightarrow \boxed{L - F_0} - \text{расстояние от фотодетектора до линзы } L_2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 - Продольное



$$x = 1.5 F_0 - \frac{5}{4} F_0 = \frac{1}{4} F_0 - \text{рас-}$$

стояние от мишени
до Π_2

Найдем диаметр луча, попадающего
се на одной вертикали с
мишенью

$$\frac{D''}{F_0/2 - F_0/4} = \frac{D}{F_0} \Rightarrow D'' = \frac{D}{4} - \text{нашли}$$

Пусть d - диаметр мишени

~~Известности~~

Мощности света пропорциональна площади, а ток пропорционален
мощности, значит ток напрямую зависит от площади

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{8}{9} = \frac{D''^2 - d^2}{D^2} = 1 - \frac{d^2}{D^2} \Rightarrow \frac{d}{D} = \frac{1}{3} \Rightarrow d = \frac{D}{12} - \text{диаметр}$$

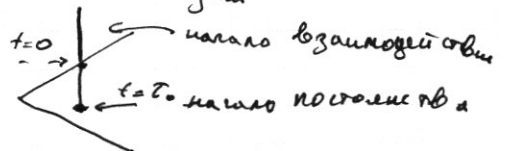
мишени

v - скорость мишени, тогда

$$t_0 = \frac{d}{v} = \frac{D}{12v} \Rightarrow \boxed{v = \frac{D}{12t_0}}$$

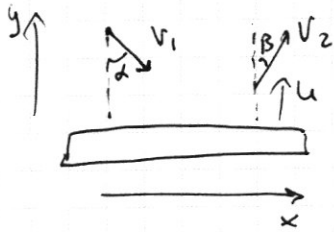
t_0 - время непостоянного
тока, т.к. мишень
еще не полностью вошла
в лучок
в угол
мишени начала выскочит из
лучка

$$\boxed{t_1 = \frac{D''}{v} = \frac{D}{4v} = 3t_0} - \text{время, когда мишень начала выскочит из}$$



$$\boxed{\text{Ответ: 1) } l = F_0, 2) v = \frac{D}{12t_0}, 3) t_1 = 3t_0}$$

1



m - масса шарика

Т.к. плита гладкая и ~~вдоль~~ то сила по горизонтали нет и тогда можно записать ЗСИ на OX :

$$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 2v_1 = 12 \text{ м/с}$$

ЗСЭ:

M - масса плиты

$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M u^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{M u'^2}{2} + Q$$

u' - новая скорость плиты

шарик по верт. танге может был сохраниться (но не действ.)

ЗСИ на Oy :

$$-m v_1 \cos \alpha + M u = m v_2 \cos \beta + M u'$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$M(u - u') = m v_1 (2 \cos \beta + \cos \alpha)$$

из ЗСЭ:

$$M u^2 = 3m v_1^2 + M u'^2 + 2Q$$

$$u'^2 = \sqrt{u^2 - \underbrace{\left(\frac{3m v_1^2 + 2Q}{M} \right)}_{k \leq u^2}} = \sqrt{u^2 - k}$$

$$M(u - \sqrt{u^2 - k}) = m v_1 (2 \cos \beta + \cos \alpha)$$

любое значение от 0 до u

$$\alpha M u = m v_1 \left(\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{5}}{3} \right)$$

$0 \leq \alpha \leq 1$

$$u = \frac{m v_1}{\alpha M} \left(\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{5}}{3} \right), \text{ т.к. } \alpha \leq 1 \Rightarrow \boxed{u \geq \left(\frac{m}{M} \right) v_1 \left(\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{5}}{3} \right)}$$

неизв. ст.н. величина



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

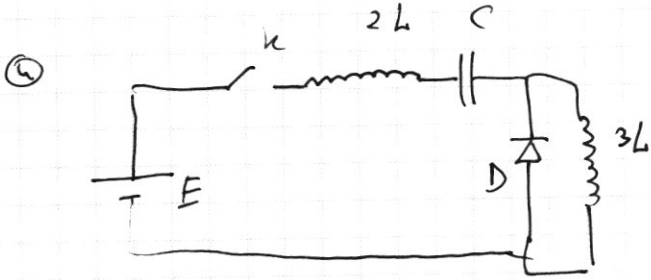
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$E = 2L\dot{I} + \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{2LC} = \frac{E}{2L}$$

$$T_1 = \pi\sqrt{2LC}$$

$$T_2 = \pi\sqrt{LC}$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{2LC} = \frac{E}{2L}$$

$$q = q - EC \quad T = \pi\sqrt{LC}(\sin \omega t)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$$

$$q - EC = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$q - EC = B \sin \omega t + EC \cos \omega t$$

$$q - EC = B \sin \omega t - EC \cos \omega t$$

$$I = B \cos \omega t + EC \sin \omega t$$

$$q = EC(1 - \cos \omega t)$$

$$I = \frac{EC \sin \omega t}{\sqrt{2LC}}$$

$$I_{max} = \frac{EC}{\sqrt{2LC}}$$

$$I_{2max} = \frac{EC}{\sqrt{2LC}}$$

$$dQ = p dU + \frac{3}{2} DR dT$$

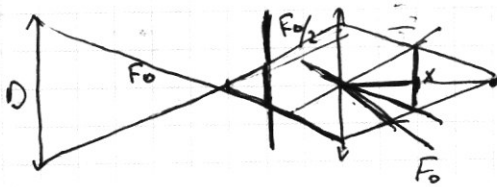
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{3}{4}$$

$$t = 385 \text{ k}$$

$$P = \frac{DR T_1}{U_1}$$

$$Q = \frac{5}{2} DR (t - T_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \frac{63}{25} \cdot 2,31 \cdot 85 = 91,41 \cdot 85 = 274,23 \text{ Дж}$$



$$\frac{D}{F_0} = \frac{d}{F_0/2}$$

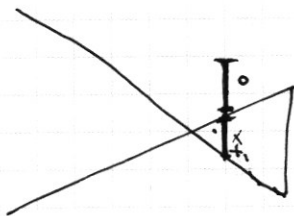
$$d = D/2$$

$$\frac{D/2}{F_0/2} = \frac{x}{F_0/3}$$

$$x = D/2$$

$$\frac{D/3}{y} = \frac{D/2}{y + F_0/3}$$

$$3y = 2y + \frac{2F_0}{3}$$



$$1 - \frac{d}{D/4} = \frac{0}{3}$$

$$d = \frac{4}{3} D$$

$$\frac{D}{F_0} = \frac{x = D/4}{F_0}$$

$$\frac{D/4}{F_0} = t_1$$

$$\frac{4D}{85} = T_0$$

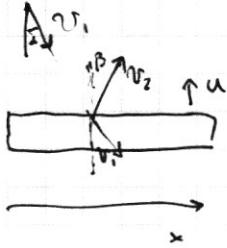
$$v = \frac{4D}{85 T_0}$$

$$t_1 = \frac{9T_0}{16}$$

h

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1



ЗУ на ось

$$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 2v_1 = 12 \text{ м/с}$$

$$dE_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{R dx}{r^2} \sin \alpha$$

$$dx \sin \alpha = \frac{R dx}{\sin \alpha}$$

2

полн: $P_1 V_1 = \nu R T_1$

кван: $P_2 V_2 = \nu R T_2$

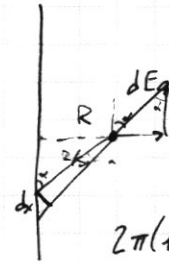
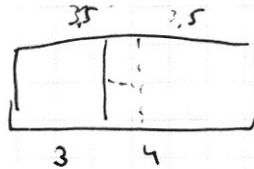
$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$$

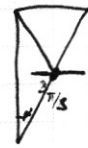
$$dQ_1 = P_1 dV + \frac{3}{2} \nu R dT$$

$$dQ_2 = -P_2 dV + \frac{3}{2} \nu R dT$$

$$t = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385 \text{ К}$$



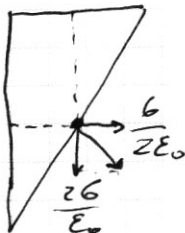
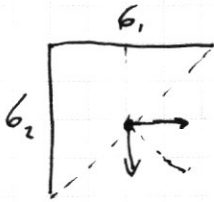
$$2\pi(1 - \cos \alpha)$$



$$\frac{2\pi(1 - \cos \frac{3}{4}\pi)}{\pi(2 - \sqrt{2} - \sqrt{2})}$$

$$dx \sin \alpha = \frac{R}{\sin \alpha} dx$$

3



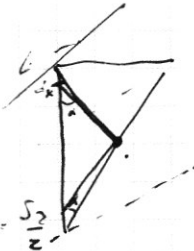
$$b\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cos \frac{2\pi}{8} - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

cos

$$\cos \frac{3}{8}\pi = \sin \frac{1}{8}\pi$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{b}{\epsilon_0} \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} = \sin \frac{\pi}{8}$$



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\delta \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{2} dx}{R^2}$$

$$\frac{k \delta \cdot L \cdot L \cdot dx}{L^2} = \frac{\delta \cdot L \cdot dx}{4\pi\epsilon_0 \cdot L}$$

$$11 \cdot 3 \cdot 8,31$$

$$83,10 + 8,31$$

$$91,41$$

$$\frac{\sqrt{145} \delta}{10 \epsilon_0}$$

$$\frac{\delta dx}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\frac{\delta}{16\epsilon_0}$$

$$\frac{12 \delta}{16\epsilon_0}$$