# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

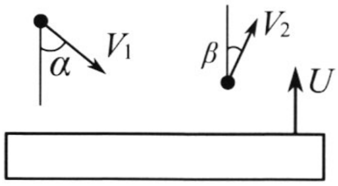
Класс 11

## Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

**1.** Массивная плита движется с постоянной скоростью $U$ вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1$ = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью $V_2$, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



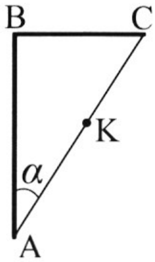

1) Найти скорость $V_2$.
2) Найти возможные значения скорости плиты $U$ при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

**2.** Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1$ = 330 К, а неона $T_2$ = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R$ = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

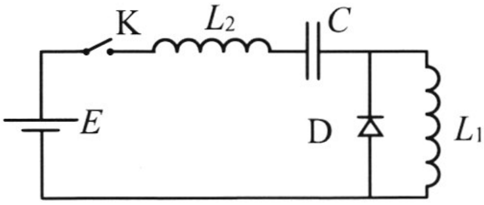
**3.** Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.




1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

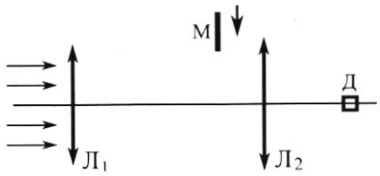
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

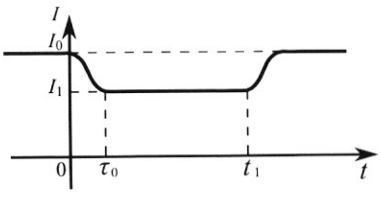
**4.** Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС $E$, катушек с индуктивностями $L_1$ = 3$L$, $L_2$ = 2$L$, конденсатора емкостью $C$, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в $L_2$.




1) Найти период $T$ этих колебаний.
2) Найти максимальный ток $I_{01}$, текущий через катушку $L_1$.
3) Найти максимальный ток $I_{02}$, текущий через катушку $L_2$.

**5.** Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $F_0$ и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами 1,5$F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны $D$, причем $D$ значительно меньше $F_0$. На линзу $Л_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии 5$F_0$/4 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока $I$ фотодетектора от времени $t$ (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.

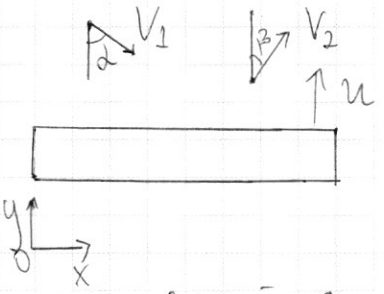



1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость $V$ движения мишени. 3) Определить $t_1$.

Известными считать величины $F_0$, $D$, $\tau_0$.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА




## Задача 1.

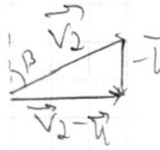
1) Перейдём в систему отсчёта плиты (плита массивная => $m_{плиты} >> m_{шарика}$ => её скорость по оси Oy остаётся постоянной до и после удара, равной $u_y = u$).

Плита гладкая => на шарик во время удара не действует сила трения. Взаимодействие шарика с плитой разбивается на две составляющие: сила нормальной реакции опоры по Oy и сила трения по Ox. Взаимодействие по Ox отсутствует => проекция импульса шарика на ось OX сохраняется (ЗСИ).

До удара:


Ox: $p_{1x} = (\vec{V_1} - \vec{u})_x = V_1 \sin\alpha$

После удара:

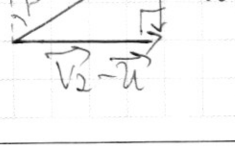



Ox: $p_{2x} = (\vec{V_2} - \vec{u})_x = V_2 \sin\beta$

$p_{1x} = p_{2x} \Rightarrow V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$

$$\boxed{V_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} V_1 = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} V_1 = 2V_1}$$

2) В С.О. плиты проекция скорости шарика после удара на ось Oy (перпендикулярную поверхности плиты) должна быть больше 0 (иначе шарик не смог бы „отлететь" от плиты). Граничный случай – скорость шарика после удара в С.О. плиты параллельна поверхности.




$$\cos\beta = \frac{u_{max}}{V_2} = \frac{u_{max}}{V_1} \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{u_{max}}{2V_1}$$

$$u_{max} = V_1 \frac{\cos\beta}{\sin\beta} \cdot \sin\alpha = V_1 \sin\alpha \, ctg\beta$$

Т.к. по условию плита движется вверх, то $\vec{u}_y > 0$ и ограничения на ~~тот~~ случай, ~~что~~ „падающей" от шарика плиты (если бы $u_y < -V_1\cos\alpha$, то удара бы не произошло) нет.

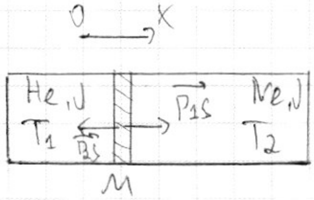
$u \in (0;\ V_1\sin\alpha\, ctg\beta]$

$u_{max} = 2V_1\cos\beta = 2V_1\cdot\sqrt{1-\frac{1}{9}} = 2V_1\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}V_1$

$\boxed{u \in \left(0;\ \frac{4\sqrt{2}}{3}V_1\right]}$

Ответ: 1) $V_2 = 2V_1$ 2) $u \in \left(0;\ \frac{4\sqrt{2}}{3}V_1\right]$

Задача 2.




1) По закону Менделеева-Клапейрона:

He: $p_1V_1 = \nu RT_1$

Ne: $p_2V_2 = \nu RT_2$

Изначально поршень в равновесии. Пусть M - масса поршня, S - его поперечное сечение $a_{поршня} = 0$

II закон Ньютона для поршня в начальный момент:

$Ox:\ p_1S - p_2S = ma_{поршня} = 0 \Rightarrow p_1 = p_2$

$\begin{cases} pV_1 = \nu RT_1 \\ pV_2 = \nu RT_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \boxed{\frac{3}{4} = \frac{V_{He}}{V_{Ne}}}$

2) I начало термодинамики для гелия:

$Q_{He} = \Delta U_{He} + A_{He}$ (1)

Для неона: $Q_{Ne} = \Delta U_{Ne} + A_{Ne}$ (2)

Поршень двигается медленно. Теорема об изменении кинетической энергии для поршня (для начального и конечного положений):

$\Delta E_k = 0 = A_{He} + A_{Ne}$

Процесс квазистатический, поршень движется медленно $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ можно считать, что давления на поршень со стороны обоих газов уравновешены (работы гелия и неона равны по модулю и

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

противоположны по знаку)

Рассмотрим количества теплоты $Q_{He}$ и $Q_{Ne}$. Сосуд теплоизолированный $\Rightarrow |Q_{He}| = |Q_{Ne}|$. Всё тепло, переданное от Ne получено He $\Rightarrow Q_{He} = -Q_{Ne} \Rightarrow Q_{He} + Q_{Ne} = 0$

$(1) + (2)$: $Q_{He} + Q_{Ne} = \Delta U_{He} + \Delta U_{Ne} + A_{He} + A_{Ne}$

$\Delta U_{He} = -\Delta U_{Ne}$

$\frac{3}{2}\nu R(T - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T)$ (в конечном сост. температуры равны)

$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330+440}{2}(K) = \boxed{385\ K = T}$

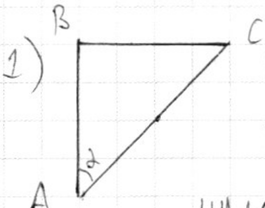
3) Процесс можно считать изобарным: $C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R$ - ф-ла Майера

$Q = C_p \cdot \nu \cdot \Delta T = \frac{5}{2}R\nu(T_2 - T) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 55 \cdot 8{,}31$ (Дж) $= \frac{3}{5} \cdot 55 \cdot 8{,}31$ (Дж) $=$

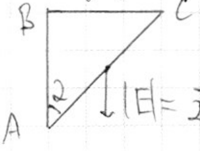
$= 33 \cdot 8{,}31$ (Дж) $\approx 270$ Дж

Ответ: 1) $\frac{\nu_{He}}{\nu_{Ne}} = \frac{3}{4}$ 2) $T = 385$ K 3) $Q \approx 270$ Дж

## Задача 3.

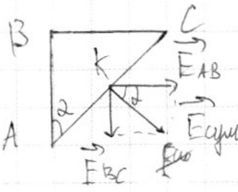
1) 


Напряжённость поля бесконечной пластины $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, где $\sigma$ - поверхностная плотность заряда пластины (формула следует из теоремы Гаусса).

а) AB не заряжена: 


$|E| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$E = E_{BC}$

б) AB заряжена 

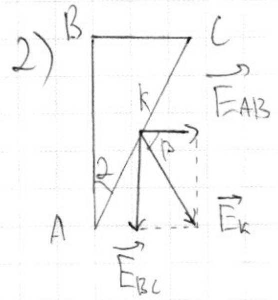

$\vec{E}_{сумм} = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$

$|E_{сумм}| = \frac{E_{AB}}{\cos\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}E_{AB} = \sqrt{2}E_{BC}$

~~(т.к. точка K нахо-~~
~~дится в середине отрезка AC, то~~

Поверхностные плотности заряда $\sigma_{BC} = \sigma_{AB} \Rightarrow |E_{AB}| = |E_{BC}|$

$$\boxed{\frac{E_{сумм}}{E_{BC}} = \sqrt{2}}$$

2) 

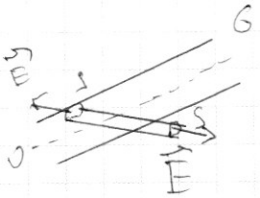


$E_{BC} = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0}$ $\quad E_{AB} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$E_K = \sqrt{\left(\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2} = \sqrt{\frac{4\sigma^2}{\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{17\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{17}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$tg\beta = 4$

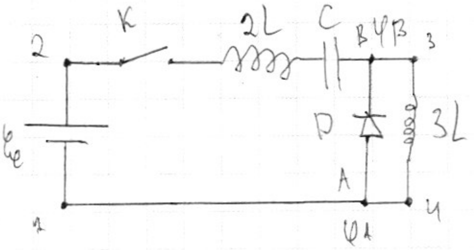
Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раз 2) $E_K = \frac{\sqrt{17}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$





Р-им напряжённость поля такой пластины на плоскости перпендикулярной пластине, проходящей через ось симметрии пластины. Возьмём цилиндр бесконечно малого диаметра (так, чтобы считать $\vec{E}$ у оснований цилиндра постоянной) По т. Гаусса $\sum E\Delta S = \frac{q}{\varepsilon_0}$, $E = const$ (основание бесконечно малое). $E\sum\Delta S = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow 2ES = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

## Задача 4.





1) Диод открывается, когда $\varphi_A - \varphi_B > 0$. Изначально ток течёт по часовой стрелке в контуре 1-2-3-4. В момент, когда ток „разворачивается" диод открывается, и ток начинает течь против часовой стрелки в контуре 1-2-В-А. Половину периода т.к. колебаний для контуров 1-2-3-4 и 1-2-В-А ток течёт в одну сторону, половину - в другую.

II правило Кирхгофа для протекания тока в 1-2-3-4:

$\mathcal{E} = (2L+3L)\dot{I} + U_C$

$\mathcal{E} = 5L\ddot{q} + \frac{q}{C} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{5LC}$

1-2-В-А: $T_2 = 2\pi\sqrt{2LC}$

$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{5LC} + \pi\sqrt{2LC} =$

$= \boxed{\pi\sqrt{LC}(\sqrt{5}+\sqrt{2}) = T}$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Ток на $L_2 = 3L$ – max (колебания в контуре 1-2-3-4) => $3L\dot{I} = 0$ => $\dot{I} = 0$ => по II правилу Кирхгофа напряжение на конденсаторе равно $\mathcal{E}$

$U_C = \mathcal{E}$

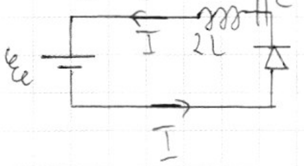
Закон сохранения энергии: $A_{\mathcal{E}} = \Delta W'_C + \frac{5L I^2_{max 3L}}{2}$

$A_{\mathcal{E}} = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$ ($q = C\mathcal{E} = CU_C$)

$\Delta W_C = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - 0 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$

$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{5L I^2_{max 3L}}{2}$ => $\boxed{I_{max L_1} = \sqrt{\frac{C}{5L}}\,\mathcal{E}}$

3) Найдём максимальный ток в контуре 1-2-B-A (при открытом диоде). Ток течёт против часовой стрелки




$I_{max} = \dot{I} = 0$ => $U_C = \mathcal{E}$

$A_{\mathcal{E}} = \Delta W'_C + L I^2_{max}$

$A_{\mathcal{E}} = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$

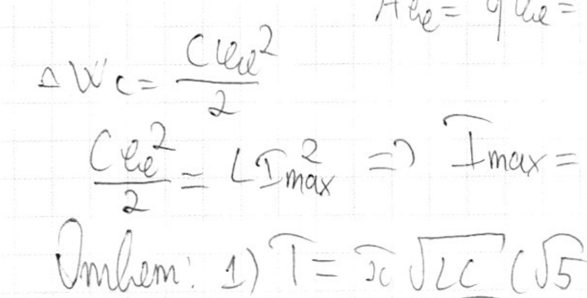
$\Delta W_C = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$

$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = L I^2_{max}$ => $I_{max} = \sqrt{\frac{C}{2L}}\,\mathcal{E} > I_{max L_1}$ => $\boxed{I_{max L_2} = \sqrt{\frac{C}{2L}}\,\mathcal{E}}$

Ответ: 1) $T = \pi\sqrt{2LC}\,(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ 2) $I_{max L_1} = \sqrt{\frac{C}{5L}}\,\mathcal{E}$

3) $I_{max L_2} = \sqrt{\frac{C}{2L}}\,\mathcal{E}$

Задача 5




1) Пучок света параллелен оси => => соберётся в правом фокусе линзы

$Л_1$ (после преломления в ней).

Расстояние $O_2F_1 = \frac{3}{2}F_0 - F_0 = \frac{F_0}{2}$

Пучок света собирается в фокусе. Для второй линзы данный пучок можно рассматривать, как выпущенный точечным источником на расстоянии $\frac{F_0}{2} > \frac{F_0}{3}$ от линзы 2.

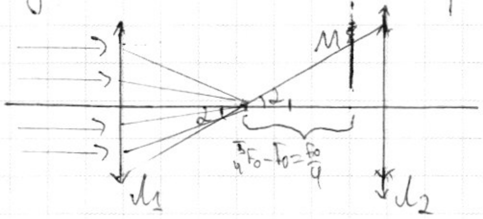
Формула тонкой собирающей линзы при $d > F_2$:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{F_2}$$

$$d = O_2F_1 = \frac{F_0}{2}; \quad F_2 = \frac{F_0}{3}$$

$$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{d_i} = \frac{3}{F_0} \Rightarrow \boxed{d_i = F_0}$$

2) Ток достигнет значения $I_1$ в тот момент, когда мишень „перекроет" максимальное количество световых лучей, которые должны бы были преломиться во второй линзе:




В этот момент крайние лучи (преломившиеся в нижней точке линзы) достигнут мишени в её верхней точке. Мощность прямо пропорциональна интенсивности излучения, а интенсивность квадратична по количеству лучей $I_{изл.} \sim n^2$

~~Ток $I \sim P$ так угол~~ Участок $0-\tau_0$ соответствует началу перекрытия мишенью лучей.

$I_{ток} \sim P \sim I_{инт} \sim n^2 \Rightarrow \frac{n'^2}{n^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow n' = \frac{2\sqrt{2}}{3}n \Rightarrow$ мишень перекрыла $\frac{3-2\sqrt{2}}{3}$ лучей.

$\cancel{\sin}\, tg\,\alpha = \frac{D}{F_0} \qquad V = \frac{S}{\tau_0} \qquad S = L_{мишени}$

$L_{мишени} = \left(2\cdot\frac{F_0}{4}\cdot tg\,\alpha\right)\cdot\frac{3-2\sqrt{2}}{3} = \frac{F_0}{2}tg\,\alpha\cdot\frac{3-2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow V = \frac{F_0\, tg\,\alpha}{2\tau_0}\cdot\left(\frac{3-2\sqrt{2}}{3}\right) =$

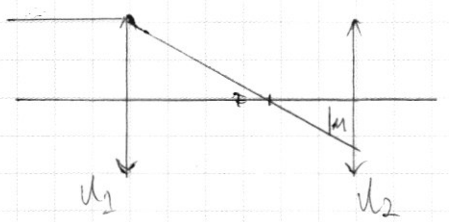
~~$\cos\alpha = 1$~~ $tg\,\alpha = \frac{D}{F_0}$

$$= \frac{F_0}{2\tau_0}\cdot\frac{D}{F_0}\left(\frac{3-2\sqrt{2}}{3}\right) =$$

$$= \boxed{\frac{D}{2\tau_0}\left(\frac{3-2\sqrt{2}}{3}\right)}$$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) В момент $t_1$: (последний момент, когда мишень перекрывает максимальное число лучей)




Путь мишени: $S = \frac{F_0}{4} \cdot 2 tg\alpha + L_{мишени} =$

$= \frac{F_0}{2} tg\alpha + \frac{F_0}{2} tg\alpha \left(\frac{3-2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{F_0}{2} tg\alpha \frac{6-2\sqrt{2}}{3} =$

$= F_0 tg\alpha \frac{3-\sqrt{2}}{3} = D \frac{3-\sqrt{2}}{3}$

$t_1' = \frac{S}{V} = D \frac{3-\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3}{3-2\sqrt{2}} \cdot \frac{2\tau_0}{D} = \frac{3-\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} \cdot 2\tau_0 = \Delta t$

$t_1 = t_1' + \tau_0 = \frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} 2\tau_0 + \tau_0 = \boxed{\tau_0 \left(2 \cdot \frac{3-\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} + 1\right) = t_1}$

Ответ: 1) $d_i = F_0$ 2) $V = \frac{D}{2\tau_0}\left(\frac{3-2\sqrt{2}}{3}\right)$ 3) $t_1 = \tau_0\left(\frac{6-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} + 1\right)$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$(V_1 - u)$

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$ ? ЗСИ $Ox$?

1) $V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$

$V_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} V_1$

2)

$V_2 \sin\beta = u \, tg\beta = u$

$\cos\beta = \frac{u}{V}$

$u \in [0; V_2 \cos\beta]$

$\boxed{u \in [0; V_1 \sin\alpha \, tg\beta]}$

№2

He Ne

$\nu = \frac{6}{25}$

$T_1 = T_{He} = 330 K$

$T_2 = T_{Ne} = 440 K$

1) $PV_1 = \nu R T_1$

$PV_2 = \nu R T_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

2) $PV_1 = \nu RT$

$PV_2 = \nu RT$

$\Delta U_1 = \Delta U_2$

$A = \Delta U$

$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$

$\boxed{\frac{3}{2} \nu R \Delta T}$

№3

$\sigma_1 = 4\sigma$

B C A

$\sigma$

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\sqrt{2}$

2) $\oint E dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\frac{3}{5} \cdot 55 = 33 \cdot 8{,}31$

$\oint E \sum_i E_i S = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$F = k \frac{q^2}{}$

$Eq$

$k \frac{q^2}{4x^2} = Eq$

$F = qE$

$$\begin{array}{r} 8{,}31 \\ \times \; 33 \\ \hline 2493 \\ +2493 \\ \hline 274{,}23 \end{array}$$

$~~E = \sigma\varepsilon_0~~ 2E \cdot S = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

№4.

$2L$, $C$, $I$, $3L$, $D$, $\mathcal{E}$

$I>0$: $\mathcal{E} = 2L\dot{I} + U_C + 3L\dot{I}$, при условии $I>0$

$I<0$: $\mathcal{E} = 2L\dot{I} + U_C$

$\mathcal{E} = 5L\dot{I} + U_C = 5L\ddot{q} + \frac{q}{C}$

$L\dot{I} + U - \frac{q}{C} = \mathcal{E}$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$

$I = I_0 \sin(\omega t)$ $\to 2\pi$

$\to \pi$

$T =$

$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} =$

$= \pi\sqrt{5LC} + \pi\sqrt{2LC} =$

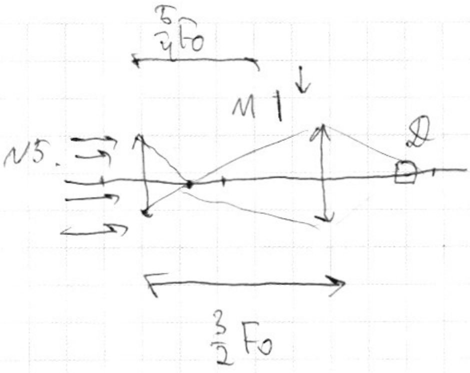
$= \pi(\sqrt{5LC} + \sqrt{2LC})$

☑ черновик ☐ чистовик

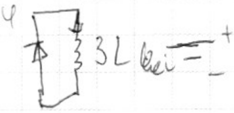
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)




$F_0;\ \frac{F_0}{3};\ D \ll F_0$




$I^2$

$P = I \cdot \gamma$

P-мощность света

$I_1 = \frac{8}{9} I_0$

$\frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{9-8}{6} = \frac{1}{6}$

$n \to n^2 = I_0$

$n'^2 = \frac{8}{9} I_0$

$\frac{n'^2}{n^2} = \frac{8}{9};\ n' = \frac{2\sqrt{2}}{3} n$