

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

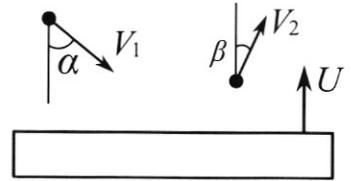
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

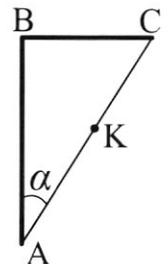


1) Найти скорость V_2 .
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

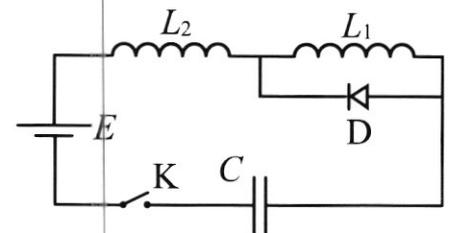
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



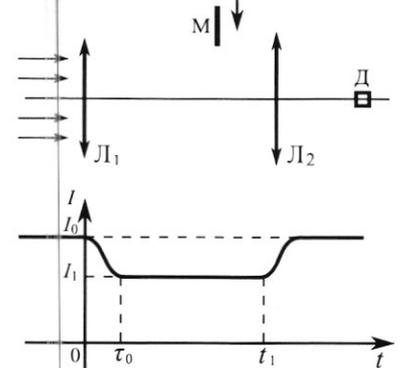
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.

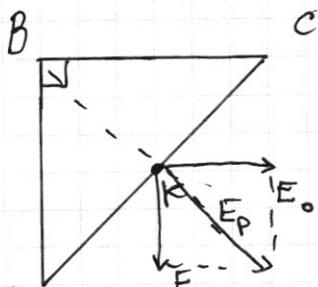


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) 1) Найдём направление поля в т. К, используя принцип суперпозиции:



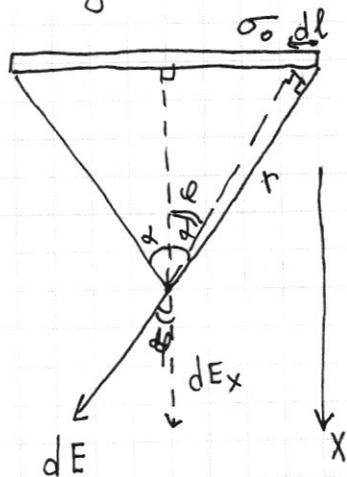
Пусть поле от BC в т. К равно E_0 . В силу симметрии К относительно BC, ~~она~~ оно направлено строго $\perp BC$.

П.к. Δ -ки BKC и BKA равны

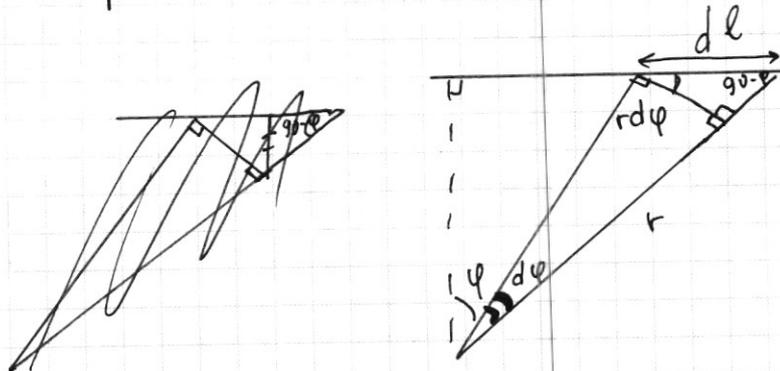
поверт. плоскости ~~равны~~ то поле от BA в т.К. в точности такое же, как и в т.К. от BC.

Поэтому ~~$E_p \neq E_0$~~ $E_p = \sqrt{2} E_0$, т.е. в $\sqrt{2}$ раз больше, чем было. - по т. Пифагора

2) Найдём поле в точке, из которой видна такая машинка под углом 2α .



Рассмотрим малый участок, расположенный под углом 2φ от вершины:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

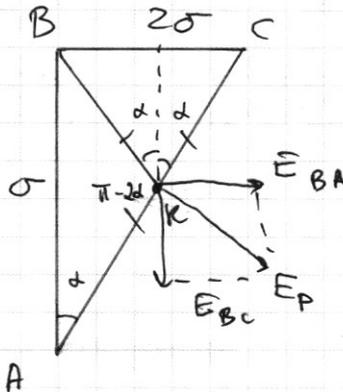
Аналогично применяем принцип суперпозиции:

на ~~от~~ ~~BC~~:

~~$$E_{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{7} \frac{2\sqrt{3}\sigma}{7\epsilon_0\pi} = \frac{2\sigma}{7\epsilon_0} = \frac{4\sigma}{14\epsilon_0}$$~~

~~$$E_{BA} = \frac{\pi - \frac{2\pi}{7} \cdot \sigma}{2\epsilon_0\pi} = \frac{5\sigma}{14\epsilon_0}$$~~

~~$$E_P^2 = E_{BA}^2 + E_{BC}^2$$~~



$$E_{BC} = \frac{\pi - \frac{2\pi}{7} \cdot \sigma}{2\epsilon_0\pi} = \frac{5\sigma}{14\epsilon_0}$$

$$E_{BA} = \frac{2\sigma}{7\epsilon_0} = \frac{4\sigma}{14\epsilon_0}$$

$$E_P^2 = E_{BA}^2 + E_{BC}^2 \quad \text{по т. Пифагора}$$

тогда

$$E_{BP} = \frac{\sqrt{41}\sigma}{14\epsilon_0}$$

Ответ: в $\sqrt{2}$ раз; $\frac{\sqrt{41}\sigma}{14\epsilon_0}$

4) ¹⁾ Когда конденсатор заряжается, через диод ток не течет. Когда он разряжается, то диод закорачивает катушку L .

Как известно, конденсатор зарядится за время равное половине периода $t_1 = \frac{T_1}{2} = \frac{2\pi\sqrt{C(L_1+L_2)}}{2}$ половина периода колебаний контура с индуктивностью $L = L_1 + L_2$, т.к. диод можно просто выкинуть

Индуктивности складываются поскольку
через них течет одинаковый ток.

t_2 Разрядка:

$$t_2 = \frac{T_2}{2} = \frac{2\pi\sqrt{CL_2}}{2} = \pi\sqrt{CL_2} - \text{половина}$$

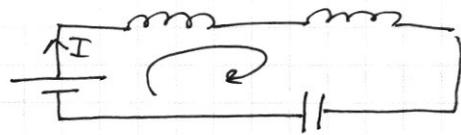
периода контура с индуктивностью L_2 .

$$T = t_1 + t_2 = \pi\sqrt{C(L_1+L_2)} + \pi\sqrt{CL_2} = \pi(\sqrt{C \cdot 3L} + \sqrt{C \cdot L}) -$$

- время зарядки плюс время разрядки
конденсатора.

2) На $\frac{1}{2}$ во время второй ~~часик~~ разрядки
ток через L_1 не течет, поэтому
максимум достигается во время зарядки.

$$\mathcal{E} - L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} = U_C -$$



- 2е прав Кирхгофа

$$\mathcal{E} - (L_1 + L_2) \ddot{q} = \frac{q}{C} \quad | \cdot C$$

$$\ddot{q} (L_1 + L_2) C = -q + C\mathcal{E}$$

$$\ddot{q}_0 (L_1 + L_2) C = -q_0, \quad q_0 = q - C\mathcal{E}$$

$$\text{I.E. } q_0 = q_x \cos(\omega_1 t) + C\mathcal{E}, \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$$

$q_x = C\mathcal{E}$ м.к. при $t=0, q_0=0$

$$I_{\text{max}} = \dot{q}_0 = \omega_1 q_x \sin(\omega_1 t) = \frac{T_1}{4}$$

$$I_{\text{max}_1} = q_x \omega_1 \quad \text{при } t = \frac{T_1}{4} \quad I_{\text{max}_1} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{C \cdot 3L}} = \mathcal{E} \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}} =$$

$$= I_{M_1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Аналогично рассмотрим ток во
время разрядки:

$$q_0 = q_x \cos(\omega_2 t - \frac{T_1}{2}) + CE$$

φ

$$q_0 = q_x \cos(\omega_2 t - \varphi) + CE, \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\varphi = \omega_1 \frac{T_1}{2} = \pi \text{ т.к. } q_0(\frac{T_1}{2}) = 2CE$$

$$I = \dot{q}_0 = \omega_2 \cdot q_x \sin(\omega_2 t - \pi)$$

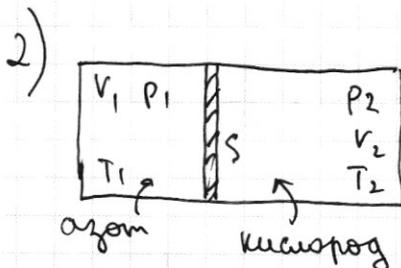
$$\text{при } t = \frac{\pi T_1}{2} + \frac{T_2}{4}$$

$$I_{\max 2} = CE \cdot \omega_2 = E \sqrt{\frac{C}{L}} = I_{M2} \text{ т.к. } I_{\max 2} > I_{\max 1}$$

Значит макс. ток через L_2 течет

на разрядке и равен $E \sqrt{\frac{C}{L}}$

Ответ: $\pi(\sqrt{CL} + \sqrt{3LC})$; $I_{M1} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$; $I_{M2} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$



1) т.к. поршень находится в равновесии
мгновенно, то силы действующие
на него скомпенсированы

$$\Rightarrow P_1 S = P_2 S, S - \text{площадь поршня}$$

$$P_1 = P_2$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2 \quad \text{— уравнение Мк-Кл.}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\nu R T_1}{p_1}}{\frac{\nu R T_2}{p_2}} = \frac{T_1}{T_2} \quad (p_1 = p_2)$$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}}$$

2) Температура в сосуде установилась меньше температуры в Т. Тогда, в силу того, что сосуд теплоизолирован, рассматривая систему из двух отсеков:

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \quad \text{— 3.с.э. т.к. сосуд теплоизолирован, работа не совершается, внешних сил нет}$$
$$C_V \nu (T - T_1) + C_V \nu (T_2 - T) = 0 =$$
$$\Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \boxed{400\text{K}}$$

3) Давление озона и кислорода, одинаково в любой момент времени т.к. поршень движется медленно. В итоге это давление p .

$$\text{Тогда } p \cdot V_1 = \nu R T_1, \quad p \cdot V_2 = \nu R T_2 \quad \text{— уравнение Мк-Кл}$$

$$\text{т.к. } p(V_1 + V_2) = \nu R (T_1 + T_2)$$

т.к. "

объем сосуда постоянен

" const в силу 3.с.э.

$$\text{т.к. } \Delta T_1 + \Delta T_2 = 0 \quad * \Rightarrow T_1 + \Delta T_1 + T_2 + \Delta T_2 = T_1 + T_2$$

$$\Rightarrow p = \text{const} \Rightarrow \text{процесс изобарный}$$

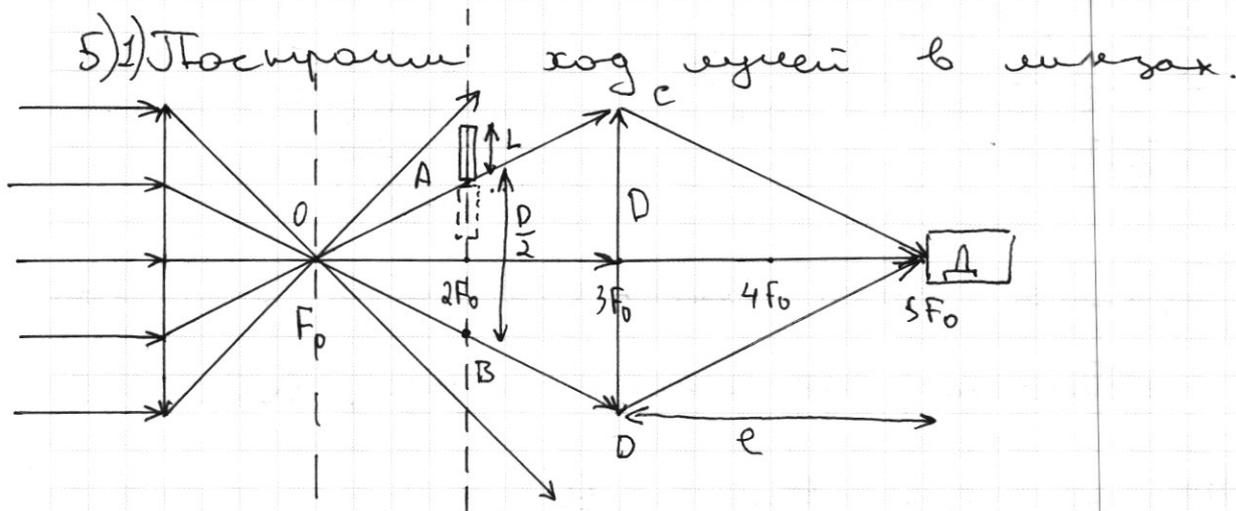
$$\Rightarrow Q = C_p \cdot \nu \Delta T = \frac{\gamma R}{2} \cdot \nu \cdot (T_2 - T) = \frac{7 \cdot 8,31}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 100 =$$

$$= 831 \cdot 1,5 = 1246,5 \text{ Дж.}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3}{5}; 400\text{K}; 1246,5 \text{ Дж}$$

* см. стр 10

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Параллельные лучи после прохождения первой линзы собираются в фокусе F_0 .

Часть же крайние лучи не заходят во вторую линзу, а проходят мимо неё.

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{e} \Rightarrow \frac{1}{e} = \frac{1}{2F_0}, \quad e = 2F_0 - \text{ф.т.л. для}$$

второй линзы. Поэтому расстояние между осями O_1 и O_2 равно $2F_0$.

2) В момент $t = 0$ мощность ушла, значит линзы начала перекрывать часть лучей.

~~Мощность потока мощности пропорциональна площади, которую перекрывает линза~~

P-реш сечение AB точка лучей.

$$\Delta OAB \sim \Delta OCD, \quad k = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = \frac{D}{2}$$

Отношение мощностей равно отношению площадей

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{3}{4} = \frac{\frac{\pi(D/2)^2}{4} - \frac{\pi L^2}{4}}{\frac{\pi(D/2)^2}{4}}, \quad L - \text{диаметр шмента}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\frac{D^2}{4} - L^2}{\frac{D^2}{4}} = \frac{D^2 - 4L^2}{D^2} \Rightarrow 4L^2 = \frac{D^2}{4}$$

$$\boxed{L = \frac{D}{4}}$$

T_0 - время пока ~~шмента~~ шмента въезжает в область, где есть лучи, ~~возникает~~

$$L = vT_0 \Rightarrow v = \frac{L}{T_0} = \frac{D}{4T_0}$$

3) $t_1 = T_0 + (t_1 - T_0)$, T_0 - время, пока шмента проходит в обратном луче:

$$(t_1 - T_0) = \frac{D - L}{v} = \frac{D}{4} \cdot \frac{4T_0}{D} = T_0 \Rightarrow t_1 = 2T_0$$

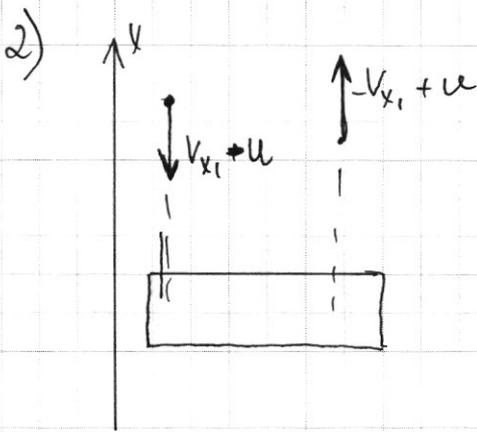
Ответ: $2F_0$; $\frac{D}{4T_0}$; $2T_0$

1) 1) ГИ.к. ~~шмента~~ поверхность шмента гладкая, но ~~лучи~~ по ~~горизонтали~~ горизонтально на шарик не действуют внешние силы. Значит ~~шмента~~ проекция шмента на эту ось сохраняется:

$$mV_1 \sin \alpha = mV_2 \sin \beta, \quad m - \text{масса шарика}$$

$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \underline{\underline{1.2 \text{ м/с}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Направим ось OX
вверх и перейдем
в с.о. земли.
скорости шарика до
удара в проекции на Ox :

~~$v_{x1} + u, v_{x1}$ - скорости~~

~~$v_{x1} - u, v_{x1}$ - скорости~~

~~в земной с.о.~~ $v_{x1} - u, v_{x1}$ - скорости ма-
рика до удара в земной с.о.

$$v_{x2} = v_{x1}$$

т.к. шара массивная, то её скорости не
изменяется \Rightarrow шарик в этой с.о.
отскакивает с такой же скоростью по
модулю. А в земной с.о. это

$$\text{скорость земли} - v_{x1} = v_{x2}$$

$$v_{x1} = v_1 \cos \alpha, \quad v_{x2} = v_2 \cos \beta$$

$$v_{x1} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 8, \quad v_{x2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = \pm \sqrt{3} \cdot 6, \quad \text{т.к. } \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}, \quad \cos \beta = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_{x1} = \pm 2\sqrt{7} \quad u = \frac{v_{x2} + v_{x1}}{2}$$

$$u = \frac{\sqrt{3} \cdot 3 + \sqrt{7}}{2} > 0$$

$$u = \frac{\sqrt{3} \cdot 3 - \sqrt{7}}{2} > 0$$

$$u = \frac{-\sqrt{3} \cdot 3 + \sqrt{7}}{2} < 0 \quad \text{т.к. } \sqrt{3} > 1, \sqrt{7} < 1$$

$$u = \frac{-\sqrt{3} \cdot 3 - \sqrt{7}}{2} - \text{так } u > 0$$

Ответ: 12 м/с; $3\sqrt{3} \pm \sqrt{7}$ м/с

* !!! Пояснение к задаче $\sqrt{2}$.

$$T_1 + T_2 = \text{const} \quad \text{м.к.}$$

$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$ - условие термодинамического равновесия

↓

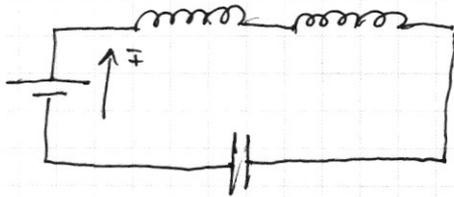
$$\cancel{C_V \Delta T} \quad C_V \Delta T_1 + C_V \Delta T_2 = 0 \Rightarrow \Delta T_1 + \Delta T_2 = 0$$

$T_1' = T_1 + \Delta T_1$, $T_2' = T_2 + \Delta T_2$ - в любой момент времени темп. температуры азота и кислорода выражаются так.

$$T_1' + T_2' = T_1 + \Delta T_1 + T_2 + \Delta T_2 = T_1 + T_2 \Rightarrow$$

величина $T_1 + T_2$ неизменна.

4) \curvearrowright :



~~$\epsilon - \dots$~~

$$\epsilon - (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = U_C$$

$$\epsilon - (L_1 + L_2) \ddot{q} = \frac{q}{C} \quad | \cdot C$$

$$\ddot{q} C (L_1 + L_2) = -q + C\epsilon$$

$$\ddot{q}' C (L_1 + L_2) = -q' \quad q' = q - C\epsilon$$

$$V_1 \cdot \sin \alpha = V_2 \cdot \sin \beta$$

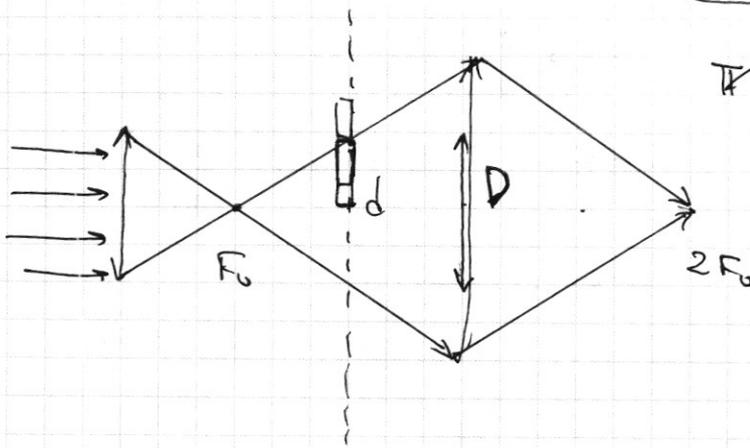


$$V_1 \cos \alpha + 2u = V_2 \cos \beta$$

$$\frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 8 + 2u = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 12 \cdot 6$$

$$2\sqrt{7} + 2u = 6\sqrt{3}$$

$$u = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$$



$$\pi D^2 \quad \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{Болю}$$

$$\frac{3\pi d^2}{4 \cdot 4} \quad \text{стало}$$

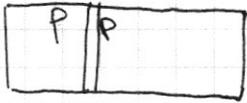
$$\frac{\pi d^2}{4 \cdot 2} = \frac{\pi \cdot a^2}{4}$$

$$a = \frac{d}{2}$$

$$a = \frac{d}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



$$pV_1 = \nu RT_1$$

$$pV_2 = \nu RT_2$$

$$T_1 = T_2, p_1 = p_2$$

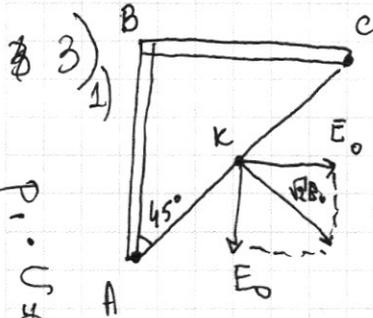
$$p_1 V_1 = \nu RT_1$$

$$p_2 V_2 = \nu RT_2$$

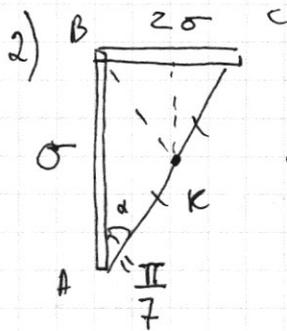
$$p C_v \nu \nu (T_2 - T) = C_v \nu (T - T_1)$$

$$T = 400K$$

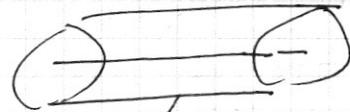
$$Q = C_v \nu (T_2 - T) =$$



$$p_1 \cdot S = 2RT_1$$

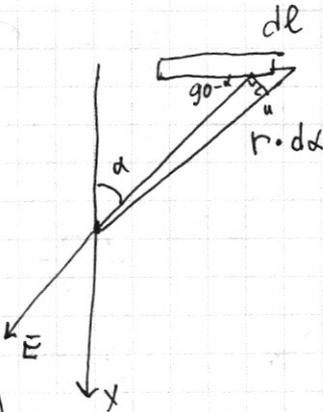
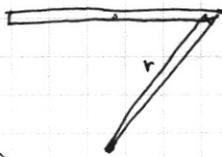


$$2 \cdot \frac{2\pi}{7} \cdot k \cdot \sigma \cdot z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi}{7} \cdot 2$$



$$\frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0} = E \cdot 2\pi r \cdot l$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$



$$\cos \alpha dl = r dx$$

$$dl = \frac{r dx}{\cos \alpha}$$

$$dE = \frac{20 \cdot dl}{2\pi r \epsilon_0}$$

$$dE_x = dE \cdot \cos \alpha = \frac{20 \cdot r dx}{2\pi r \epsilon_0 \cos \alpha} \cdot \cos \alpha$$

$$dE_x = \frac{\sigma dx}{\pi \epsilon_0}$$

$$E_x = \frac{\sigma \cdot 20}{\pi \epsilon_0}$$

$$16 + 25 = 41$$

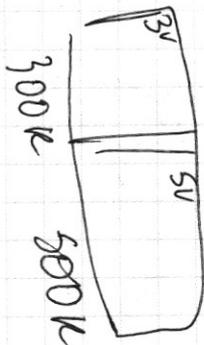
$$\frac{5\pi}{7} \quad \frac{5\pi}{14} + \frac{2\pi}{7}$$

$$\frac{2RT_1}{p_1} = \frac{2RT_2}{p_2}$$

$$T_1 + T_2 = \text{const}$$

$$\nu V_1 + \nu V_2 = \text{const}$$

$$\frac{2RT_1}{p_1} = \frac{2RT_2}{p_2}$$



$$p_1 = p_2$$

$$\frac{8 - \sqrt{49}}{\sqrt{49}} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{8 - 7}{7} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{1}{7} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 1,3 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 12465 \end{array}$$