

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

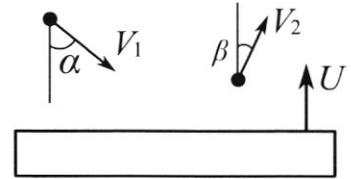
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

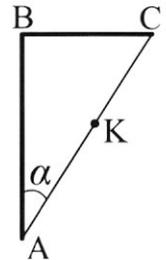


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

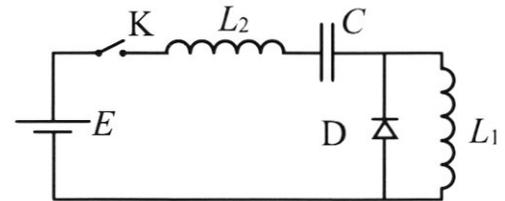
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



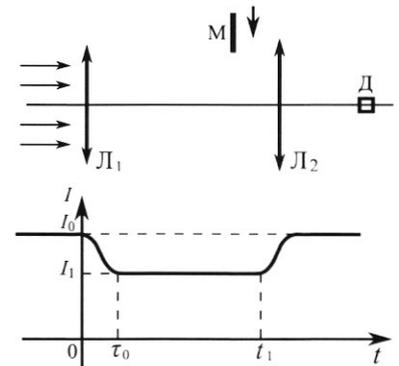
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

удар неупругий \Rightarrow выталкивается
закон сохранения импульсов

Перейдем в систему

отсчета плиты (инерциальная)

Тогда по оси Y шарик будет иметь
относительную скорость $V_y = (V_1 \cos \alpha + V)$, а по оси

$$X \quad V_x = V_1 \sin \alpha$$

по оси X ~~удара~~ удара "не было" \Rightarrow скорость
не менялась $(V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta)$

Запишем ЗСМ по оси X :

$$m V_1 \cos \alpha +$$

Подставим значения: $V_1 = 6 \text{ м/с}$; $\sin \alpha = \frac{2}{3}$; $\sin \beta = \frac{1}{3}$

$$6 \cdot \frac{2}{3} = V_2 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow V_2 = 12 \text{ м/с}$$

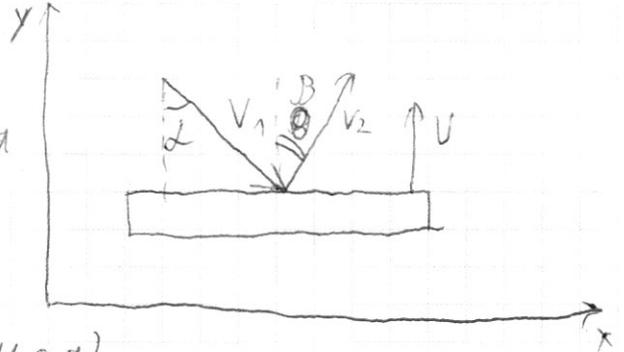
~~Запишем ЗСМ по оси X .~~

рассмотрим абсолютно ~~упругий~~ упругий удар
в системе отсчета ~~шарика~~ плиты. Тогда шарик

отразится с такой же начальной скоростью
 $(V_1 \cos \alpha + V_0)$. С такой скоростью он полетит

вверх. В лабораторной системе отсчета

его скорость ~~по~~ по оси Y будет равна $(V_1 \cos \alpha + V_0) + V_0 =$
 $= V_1 \cos \alpha + 2V_0 = V_2 \cos \beta$



$$V_0 = \frac{V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha}{2} = \frac{12 \cos \beta - 6 \cos \alpha}{2}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$V_0 = 3 \left(2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = 4\sqrt{2} - \sqrt{5} \text{ м/с}$$

Но удар неупругий \Rightarrow часть энергии ушла в теплоту \Rightarrow кинетическая энергия плиты должна быть больше, чем $\frac{M V_0^2}{2}$, где M — масса плиты \Rightarrow ~~$V > V_0$~~ $V > (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \text{ м/с}$

Рассмотрим абсолютно неупругий удар. В таком случае шарик будет двигаться по оси X с неизменной скоростью, а по оси Y будет двигаться вместе с плитой со скоростью $V_2 \cos \beta$. В таком случае $V_1 = V_2 \cos \beta$. Но удар не является абсолютно неупругим, поэтому $V < V_1 = V_2 \cos \beta = 12 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = 8\sqrt{2} \text{ м/с}$

$$V < 8\sqrt{2} \text{ м/с}$$

$$\text{по итогу } V \in (4\sqrt{2} - \sqrt{5}; 8\sqrt{2}) \text{ м/с}$$

$$\text{Ответ: } V \in (4\sqrt{2} - \sqrt{5}; 8\sqrt{2}) \text{ м/с; } 1) V_2 = 12 \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N² $v = \frac{6}{25} \text{ м/с}$

$T_2 = 440 \text{ K}$	$T_1 = 330 \text{ K}$
He	He

температуры медленно
выравниваются

поршень начинает
медленно двигаться

\Rightarrow начальные давления
равны

Запишем закон М-Г для каждого газа в
начальный момент времени:

He $P_0 V_1 = \nu R T_1$

He $P_0 V_2 = \nu R T_2$

разделим одно на другое
и подставим $T_1 = 330 \text{ K}$, $T_2 = 440 \text{ K}$

$$\frac{P_0 V_1}{P_0 V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \boxed{\frac{33}{44}}$$

теплообмен будет продолжаться до тех пор, пока
температуры не сравняются. Конечные энергии
газов: $U_{\text{He}} = \frac{i}{2} \nu R T_{\text{уст}}$; $U_{\text{Ne}} = \frac{i}{2} \nu R T_{\text{уст}}$

Гелий и Неон одноатомные \Rightarrow 3 степени свободы
($i=3$)

Запишем ЗСЭ (сосуд теплоизолирован)

$$\frac{i}{2} \nu R T_1 + \frac{i}{2} \nu R T_2 = \frac{i}{2} \nu R T_{\text{уст}} + \frac{i}{2} \nu R T_{\text{уст}}$$

$$T_1 + T_2 = 2 T_{\text{уст}} \Rightarrow T_{\text{уст}} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{440 + 330}{2} = \frac{770}{2} = \boxed{385 \text{ K}}$$

Неон передал гелию количество теплоты Q

$$Q = \Delta V_{He} = \frac{1}{2} \nu R T_2 - \frac{1}{2} \nu R T_{уст} = \frac{1}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

$$Q = \frac{3 \cdot 6 \cdot 8,31 (440 - 385)}{2 \cdot 25} = \frac{18 \cdot 55 \cdot 8,31}{50} = 1,8 \cdot 11 \cdot 8,31 \text{ Дж}$$

$$Q = 164,538 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{33}{44}$; 2) $T_{уст} = 385 \text{ К}$; 3) $Q = 164,538 \text{ Дж}$

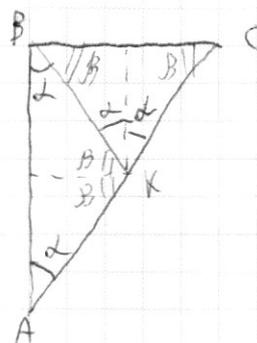
№3

K - середина AC $\Rightarrow AK = KC$

BK - медиана \Rightarrow по свойству

медианы $AK = KC = BK$

$$1) \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$



пусть поверхностная плотность заряда $\sigma = \sigma$
~~тогда~~ тогда для точки K по теореме Гаусса:

$$E_k \cdot S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q \cdot \Omega_{BC}; \quad \frac{q}{S} = \sigma$$

$$E_k = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \Omega_{BC}, \text{ где } \Omega_{BC} - \text{ телесный угол, под которым видна пластина BC}$$

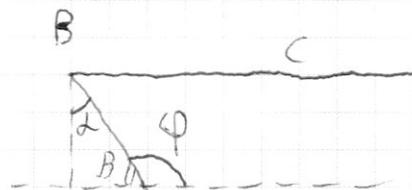
если бы пластина BC не ограничивалась

~~сегментом~~ прямой, содержащей точку B и перпендикулярной CB, то $\Omega_{BC} = 2\pi$. С учетом это-

$$\text{го ограничения } \Omega_{BC} = 2\pi \cdot \frac{\varphi}{2\pi}$$

$$\varphi = 2\pi - \beta = 2\pi - \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2}\pi$$

$$E_k = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3\pi}{2} = \frac{3\sigma}{8\epsilon_0}$$



если зарядить AB до той же σ , то добавится

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

составляющая направления от АВ
теперь, когда заряженные
пластины занимают $\frac{3}{4}(4\pi) = 3\pi$
пространства (новый телесный
угол $\Omega_{AC} = 3\pi$) закон Гаусса

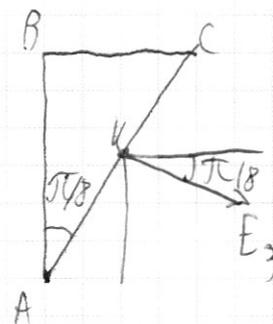
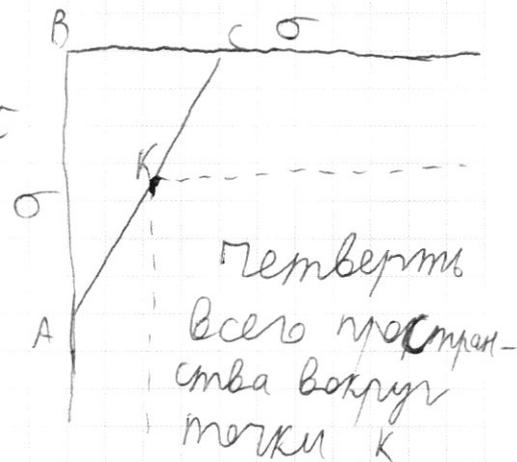
~~закон~~ будет выглядеть
следующим образом:

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho \cdot \Omega_{AC}$$

$$E_2 = \frac{3\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$\eta = \frac{E_2}{E_K} = \frac{3\sigma \cdot 8\epsilon_0}{4\epsilon_0 \cdot 3\sigma} = 2$$

$$2) E_3 = \frac{3}{4\epsilon_0} (\sqrt{\quad})$$





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

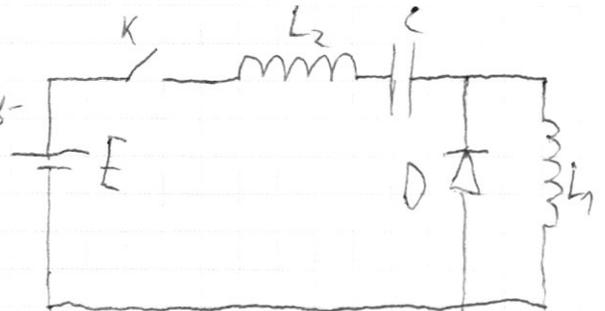
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

схема является колебатель-
ным контуром. Рассмотрим
процесс зарядки конденсатора

$$q_0 = 0 \text{ Кл}; I_0 = 0 \text{ А}$$



$I = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$; во время зарядки ток течет по часовой
стрелке \Rightarrow ~~диод~~ диод закрыт
и тока через него нет.

Запишем ЗСЭ:

$$E \cdot q = \frac{q^2}{2C} + \frac{L_1 I^2}{2} + \frac{L_2 I^2}{2}$$

(катушки подключены
последовательно \Rightarrow ток
через них одинаков)

$$Eq = \frac{q^2}{2C} + \frac{(L_1 + L_2) (\dot{q})^2}{2} \quad I^2 = (\dot{q})^2$$

продифференцируем по времени:

$$E \cdot \dot{q} = \frac{2q \cdot \dot{q}}{2C} + \frac{(L_1 + L_2) \cdot 2\dot{q} \cdot \ddot{q}}{2}$$

$$\dot{q} (L_1 + L_2) + \frac{q}{C} = E; \quad \left(\dot{q} + \frac{q}{C(L_1 + L_2)} = \frac{E}{L_1 + L_2} \right)$$

уравнение гармонических колеба-
ний

$$\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} = \omega_1$$

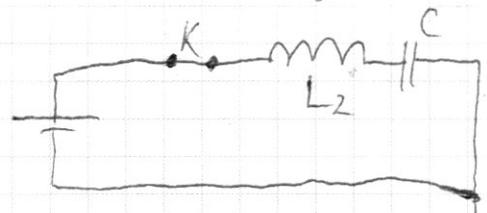
$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi \sqrt{C(L_1 + L_2)}$$

рассмотрим процесс разрядки конденсатора

напряжение на конденсаторе $> E \Rightarrow$ ток потечет против часовой стрелки. ~~В момент~~ Когда начинае тся разрядка ток в цепи отсутствует (т.к. он меняет свое направление, а раз в цепи есть катушки, то мгновенно это не произойдет, значит будет моменту когда $I=0 \Rightarrow$ энергия первой катушки равна нулю)

ток течет против часовой стрелки \Rightarrow ток течет через диод и не течет через катушку с индуктивностью L_1 . ~~Эквивалентная~~ эквивалентная схема будет иметь вид:

Это тоже колебательный контур. Частота колебаний в нем по аналогии $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$ (в цепи поменялась только индуктивность с $(L_1 + L_2)$ на L_2)



$$T_2 = 2\pi\sqrt{CL_2}$$

зарядка = $\frac{T_1}{2}$; разрядка = $\frac{T_2}{2} \Rightarrow T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$

$$T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{L_1 + L_2} + \sqrt{L_2}) = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5L} + \sqrt{2L})$$

$$T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

2) ток через катушку L_1 есть только во время зарядки. ~~В момент разрядки ток через катушку L_1 максимален, когда $\frac{dI}{dt} = 0$~~

значит по второму закону Ома: $E = (L_1 + L_2) \cdot 0 + \frac{q_A}{C}$

$q_A = CE$. Запишем ЗСЭ: $E \cdot q_A = \frac{q_A^2}{2C} + \frac{(L_1 + L_2) I_{\max}^2}{2}$

$$\triangle ABC \sim \triangle BGE \Rightarrow \frac{AB}{BG} = \frac{BC}{GE} = \frac{F_0}{2F_0} = 1,5 \Rightarrow GE = \frac{2}{3} BC$$

$$\triangle BCL \sim \triangle GEL \Rightarrow \frac{BL}{GL} = \frac{BC}{GE} = \frac{3}{2} \Rightarrow BL = 1,5 GL$$

$$BL - GL = 1,5 GL - GL = \frac{GL}{2} = BG = \frac{F_0}{3} \text{ по условию}$$

$$GL = \frac{2}{3} F_0 \Rightarrow BL = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} F_0 = F_0$$

расстояние между линзами L_2 и L_1 равно F_0

2) на чертеже $M_1 M_2$ - расстояние, которое пройдет мишень за время $t_1 + t_0$ (в это время мишень перекрывает луч)

за время t_0 ток устал с I_0 до $I_1 = \frac{8I_0}{9}$

$I = KN = K(i \cdot S)$, где i - интенсивность света

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{K i S_1}{K i S_2} = \frac{S - S_M}{S} = \frac{8}{9} \quad \text{в единицу времени и площади}$$

$[i] = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ (размерность величины i)

K - некий коэффициент

$$[K] = 1 \frac{\text{А}}{\text{Вт}}$$

$$\triangle OO'A \sim \triangle AM_0 M_2$$

$$M_0 M_2 = R'; \quad OO' = D$$

$$\frac{D}{d} = \frac{OA}{AM_0} = \frac{F_0}{(OM_0 - OA)} = \frac{F_0}{(\frac{5}{4}F_0 - F_0)} = \frac{1}{(\frac{1}{4})} = 4 \Rightarrow d = \frac{D}{4}$$

$$\frac{\frac{\pi d^2}{4} - S_M}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{8}{9}; \quad \text{мишень круглая} \Rightarrow S_M = \pi r^2 \quad (r - \text{радиус мишени})$$

$$\left(\frac{d^2 - 4r^2}{d^2} \right) = \frac{8}{9}$$

$$9d^2 - 36r^2 = 8d^2$$

$$36r^2 = d^2 \Rightarrow r = \frac{d}{6} = \frac{D}{24}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

за время τ_0 мишень полностью "выехала"
в световой пучок, который соберется на A .

$$V = \frac{2L}{\tau_0} = \frac{2D}{24\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$$

① t_1 - время, за ~~которое~~ которое мишень
проедет d и коснется своим нижним краем
точки M_2

$$t_1 = \frac{d}{V} = \frac{D}{4V} = \frac{D}{4} \frac{12\tau_0}{D} = 3\tau_0$$

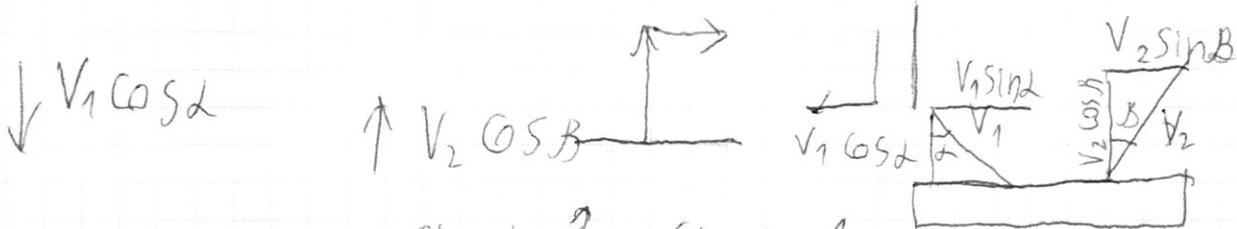
Ответ: 1) расстояние между M_2 и $A = F_0$
2) $V = \frac{D}{12\tau_0}$; 3) $t_1 = 3\tau_0$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{m v_1^2}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3} \quad \sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

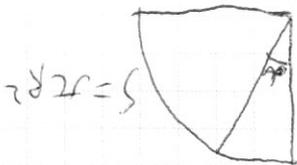
$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$m(v_1 \cos \alpha + 2v)$$

$$v_1 \cos \alpha + 2v = v_2 \cos \beta$$

$$v = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$v = \frac{3 \left(2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3} \right)}{2} = \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2}$$



$$F = \frac{4\pi R^2}{3}$$

$$F S = k q \rho$$

$$v_{ne} = \frac{1}{2} v R T \quad S = 4\pi R^2 \quad \frac{4\pi R^2 \cdot 1.64 \cdot 10^{-18}}{4}$$

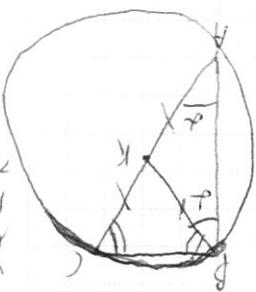
$$Q = qT + j \cdot \frac{2\pi \cdot 10^{-18} \cdot 1.64}{4}$$

$$v_{ne} = \frac{1}{2} v R T$$

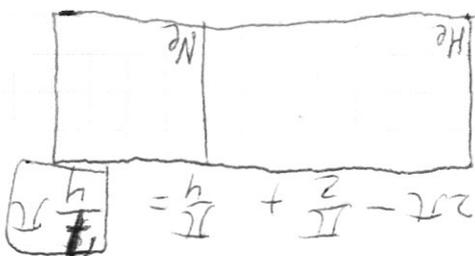
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T}{T} = \frac{440}{330}$$

$$v_2 = v R T$$

$$P V = v R T \quad j + \pi \frac{2\pi}{4\pi^2}$$



$$S = \pi R^2 \quad \frac{4\pi R^2}{4} = \pi R^2$$



$$\lambda = \frac{6}{25} \text{ мкм} \quad Q = 2\pi - (90 - 1) = 2\pi - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\dot{q} = E - \frac{q}{C}$$

$$P \cdot S = 7 \text{ P/N}$$

$$E \cdot q = \frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

$$\dot{q} E = \frac{L}{2} 2\dot{q} \cdot \dot{q} + \frac{2q \cdot \dot{q}}{2C}$$

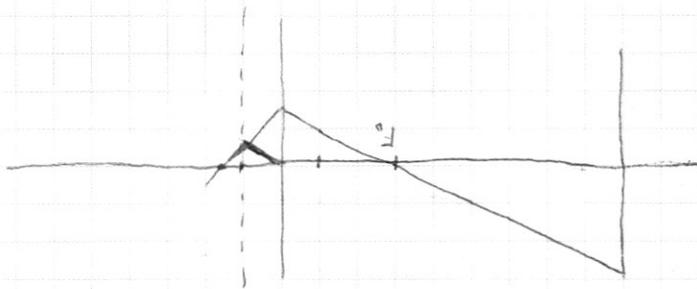
$$E = L\dot{q}' + \frac{q}{C}$$

$$q = q_0 \cos(\omega t)$$

$$I = \omega q_0 \sin$$

I

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{LI^2}{2} + E q$$



$\frac{q}{I}$

$$= N \times I$$