

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

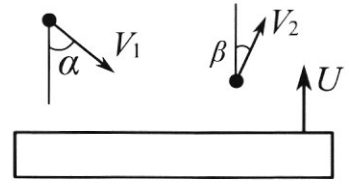
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

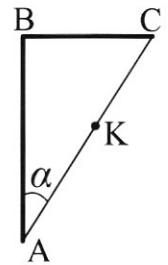
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

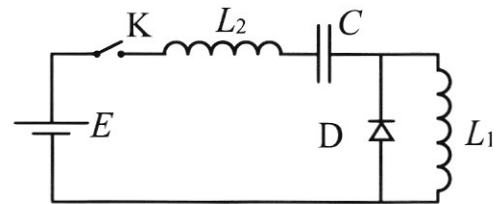
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .

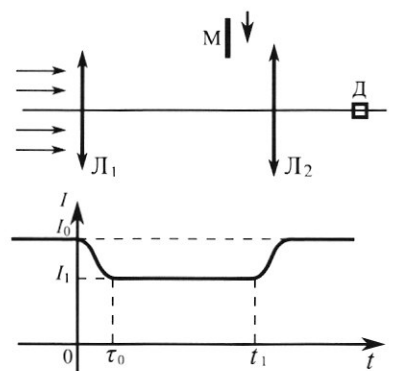


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$u = \text{const}$$

$$v_1 = 6 \text{ м/с}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

1) v_2 - ?

2) u - ?

Решение:



№1

Введем оси x и y

1) Т.к. в проекции

на ось x не действует сила, то импульс сохраняется

$$v_{1x} = v_{2x} \quad v_{1x} = v_1 \sin \alpha \quad v_{2x} = v_2 \sin \beta$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 6 \cdot \frac{2}{1} \cdot 3 = 12 \text{ м/с}$$

2) Т.к. удар неупругий, то при ударе выделится тепло

Перейдем в СО массивной плиты,

тогда $\vec{v}_1' = \vec{v}_1 + \vec{u}$ $v_{1y}' = -v_1 \cos \alpha - u$

и $v_{1x}' = v_1 \sin \alpha$

$$m v_{1x}' = m v_{2x}' \quad m v_{1y}' = -m v_{2y}' \quad -v_{2y}' = v_{1y}'$$

~~$$\frac{m v_{1y}'^2}{2} = \frac{m v_{2y}'^2}{2} + Q \quad v_{2y}' = v_2 \cos \beta - u$$~~

~~$$m v_{1y}'^2 = m v_{2y}'^2 + \Delta Q \quad -v_1 \cos \alpha - u = -v_2 \cos \beta + u$$~~

~~$$2u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$$~~

~~$$u = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} = \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$$~~

~~$$= \frac{12 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{9}} - 6 \cdot \sqrt{1 - \frac{4}{9}}}{2} = \frac{6\sqrt{8}}{3} - \frac{3\sqrt{5}}{3} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5} \text{ м/с}$$~~

Ответ: 1) $v_2 = 12 \text{ м/с}$. 2) $u = 4\sqrt{2} - \sqrt{5} \text{ м/с}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

Дано:

$$\nu = \frac{6}{25} \text{ моль}$$

$$T_1 = 330 \text{ K}$$

$$T_2 = 440 \text{ K}$$

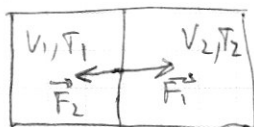
$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

1) $\frac{V_1}{V_2} - ?$

2) $T - ?$

3) $Q - ?$

Решение:



$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2}$$

$$1) F_1 = p_1 S \quad F_2 = p_2 S$$

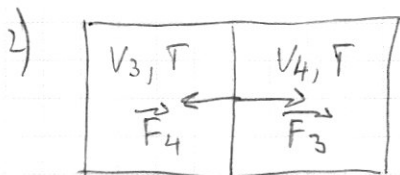
$$F_1 = F_2$$

$$p_1 S = p_2 S \quad p_1 = p_2$$

$$p_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$$

$$p_2 = \frac{\nu R T_2}{V_2}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_2}{p_1} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$$



$$p_3 V_3 = \nu R T \quad p_4 V_4 = \nu R T$$

$$p_3 = \frac{\nu R T}{V_3} \quad p_4 = \frac{\nu R T}{V_4} \quad \frac{\nu R T}{V_3} = \frac{\nu R T}{V_4} \quad V_3 = V_4$$

$$Q_1 = Q_2 \quad Q_1 = A_1 + \Delta U_1 \quad Q_2 = A_2 + \Delta U_2$$

$$A_1 = \nu R \Delta T_1 \quad A_2 = \nu R \Delta T_2$$

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_1 \quad \Delta U_2 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_2$$

$$\frac{5}{2} \nu R \Delta T_1 = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_2$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330 + 440}{2} = 385 \text{ K}$$



$$3) Q_2 = \frac{\pi}{2} UR \Delta T_2 = \frac{\pi}{2} UR (T_2 - T_1) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4}{25} \cdot 8,31 (440 - 385) =$$

$$= \frac{3}{8} \cdot 8,31 \cdot 55'' = 33 \cdot 8,31 = 274,23 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 33 \\ \hline 2493 \\ + 2493 \\ \hline 27423 \end{array}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$ 2) $T = 385 \text{ K}$ 3) $Q_2 = 274,23 \text{ Дж}$.

N 4

Дано:

E

$$L_1 = 3L$$

$$L_2 = 2L$$

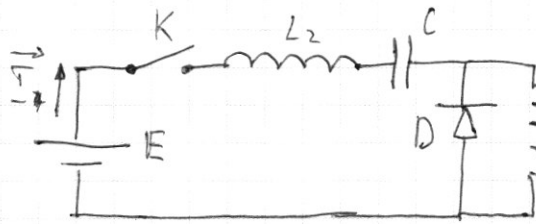
C

1) $T - ?$

2) $\Sigma_{01} - ?$

3) $\Sigma_{02} - ?$

Решение:



$$E + E_{i2} = U_C, \quad \Sigma \leq 0$$

$$L_1 \ddot{q} + E + E_{i2} + E_{i1} = U_C$$

~~Эквивалентная цепь~~

$$E + L_2 \ddot{q} - \frac{q}{C} = 0 \quad /: L \quad \ddot{q} = \frac{E}{L} - \frac{q}{LC} =$$

$$= \frac{1}{LC} (EC - q) \quad \text{Пусть } EC - q = Q_1, \text{ тогда}$$

$$\ddot{Q}_1 = \frac{1}{LC} Q_1 \sin(\omega_1 t_1 + \varphi_0) \quad \ddot{Q}_1 = \ddot{q} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\Sigma = -\frac{Q_{01}}{\sqrt{LC}} \cos(\omega_1 t_1 + \varphi_0) \quad \Sigma_0 = 0 = -\frac{Q_{01}}{\sqrt{LC}} \cos \varphi_0$$

$$\Sigma \leq 0, \text{ пока } \cos(\omega_1 t_1 + \frac{\pi}{2}) \geq 0 \quad \cos \varphi_0 = 0 \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos(\omega_1 t_1 + \frac{\pi}{2}) \geq 0 \quad \omega_1 t_1 \in \frac{\pi}{2}$$

$$0 \leq \omega_1 t_1 + \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \leq \omega_1 t_1 \leq 0$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \omega_1 t_1 \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \omega_1 t_1 + \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\pi \leq \omega_1 t_1 \leq 0 \quad -\pi \sqrt{LC} \leq t_1 \leq 0 \quad - \text{в этом промежутке времени } \Sigma \neq 0$$

При $\Sigma > 0$ $E + E_{i2} + E_{i1} = U_C$ т.к. ключ закрыт

$$E - L_2 \ddot{q} - L_1 \ddot{q} - \frac{q}{C} = 0$$

$$E - \ddot{q}(L_1 + L_2) - \frac{q}{C} = 0 \quad \ddot{q} =$$

$$\frac{E}{L_1 + L_2} - \frac{q}{C(L_1 + L_2)} = \ddot{q} \quad \ddot{q} = \frac{1}{(L_1 + L_2)C} (EC - q)$$

$$\text{Пусть } EC - q = Q_2, \text{ тогда } \ddot{q} = \ddot{Q}_2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ddot{q}_2 = \frac{1}{(L_1+L_2)C} Q_{02} \sin(\omega_2 t_2 + \varphi_0) \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{(L_1+L_2)C}}$$

$$\underline{V} = -\sqrt{\frac{1}{(L_1+L_2)C}} Q_{02} \cos(\omega_2 t_2 + \frac{\pi}{2}), \quad \underline{V} > 0 \text{ при } \cos(\omega_2 t_2 + \frac{\pi}{2}) < 0$$

$$\cos(\omega_2 t_2 + \frac{\pi}{2}) < 0, \text{ тогда } \frac{\pi}{2} < \omega_2 t_2 + \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{2}$$

$$0 < \omega_2 t_2 < \pi$$

$$0 < t_2 < \pi \sqrt{(L_1+L_2)C}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{5LC}}$$

Периоды $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{\frac{2\pi}{\omega_1} + \frac{2\pi}{\omega_2}}{2} = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} =$

$$= \pi \sqrt{2LC} + \pi \sqrt{5LC} = \pi (\sqrt{2LC} + \sqrt{5LC}) = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{2} + \sqrt{5})$$

~~$$-\pi \sqrt{2LC} < t_1 < 0$$~~

~~$$\pi \sqrt{2LC} > t_1 > 0 \quad 2\pi \sqrt{LC} < t_1 < \pi \sqrt{2LC} + 2\pi \sqrt{LC}$$~~

~~$$2\pi \sqrt{LC} < t_2 < \pi \sqrt{5LC} + 2\pi \sqrt{LC}$$~~

$$2) \quad \underline{I}_{01 \max} = \frac{1}{\sqrt{5LC}} \cdot C \varphi = \varphi \sqrt{\frac{C}{5L}}$$

$$3) \quad \underline{I}_{02 \max} = -\frac{1}{\sqrt{2LC}} \cdot C \varphi = -\varphi \sqrt{\frac{C}{2L}}$$

Ответ: 1) $\pi \sqrt{LC} (\sqrt{2} + \sqrt{5})$ 2) $\underline{I}_{01 \max} = \varphi \sqrt{\frac{C}{5L}}$ 3) $\underline{I}_{02 \max} = -\varphi \sqrt{\frac{C}{2L}}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

Дано:

$$F_1 = \frac{4}{3} F_0$$

$$F_2 = \frac{1}{3} F_0$$

$$L = 1,5 F_0$$

$D_1 = D_2 = D$ -
диаметры

$$D \ll F_0$$

$$S = \frac{5}{4} F_0$$

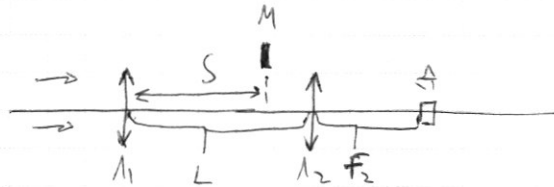
$$\Sigma_1 = \frac{8}{9} \Sigma_0$$

1) F_2 - ?

2) V - ?

3) t_1 - ?

Решение:

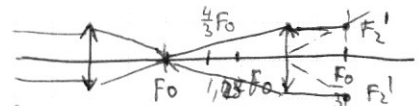
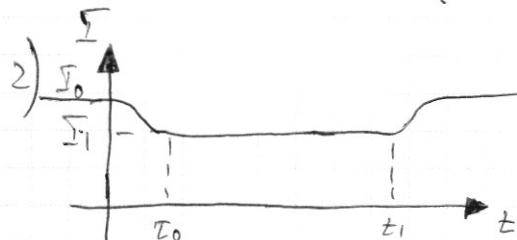


1) ~~$F_2 = \frac{1}{3} F_0$~~ Параллельный пучок света фокусируется в F_1 , если бы не было линзы L_2 , поэтому рассмотрим систему, как точечный источник света на расстоянии $d_2 = L - F_1$ от линзы L_2 и линзу L_2 оставшуюся часть системы (L_2, A, M)

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{F_2} \quad \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{d_2} = \frac{d_2 - F_2}{d_2 F_2}$$

$$F_2 = \frac{d_2 F_2}{d_2 - F_2} = \frac{(L - F_1) \cdot \frac{1}{3} F_0}{L - F_1 - F_2} = \frac{(1,5 F_0 - F_0) \cdot \frac{1}{3} F_0}{1,5 F_0 - F_0 - \frac{1}{3} F_0} =$$

$$= \frac{0,5 F_0^2}{3(0,5 F_0 - \frac{1}{3} F_0)} = \frac{0,5 F_0^2}{0,5 F_0} = F_0$$



Время ~~t_1~~ $t_1 - t_0$ - это время, которое минимально накопилось между крайними лучами, исходящими из F_0

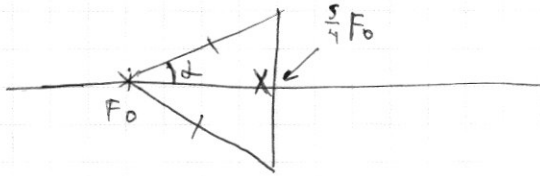
[Handwritten signature]



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\tau_{-1} = \frac{8 \frac{\tau_0}{9}}{9}$ - следовательно
мишень закрывается $\frac{1}{9}$ светового
потока

$$\sin \alpha = \frac{D}{2(L-F_0)} = \frac{D}{2(1,5F_0-F_0)} = \frac{D}{F_0}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{F_0} \quad \cos \alpha = \frac{x}{x} \cdot \frac{2x}{F_0} = \frac{2x}{F_0}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \frac{D^2}{F_0^2} + \frac{4x^2}{F_0^2} = 1$$

$$D^2 + 4x^2 = F_0^2 \quad x^2 = \frac{F_0^2 - D^2}{4} \quad x = \frac{\sqrt{F_0^2 - D^2}}{2}$$

Пусть y - размер мишени, тогда $y = \frac{x}{9}$

~~Эол~~ $y = v \tau_0$, т.к. τ_0 - время которое
мишень входит внутрь светового потока

$$v = \frac{y}{\tau_0} = \frac{x}{9\tau_0} = \frac{\sqrt{F_0^2 - D^2}}{18\tau_0}$$

$$v \tau_1 = x \quad \tau_1 = \frac{x}{v} = \frac{\sqrt{F_0^2 - D^2}}{2} \cdot \frac{18\tau_0}{\sqrt{F_0^2 - D^2}} = 9\tau_0$$

Ответ: 1) $f_2 = F_0$ 2) $v = \frac{\sqrt{F_0^2 - D^2}}{18\tau_0}$ 3) $\tau_1 = 9\tau_0$.

№3

Дано:

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$1) \frac{E_2}{E_1} = ?$$

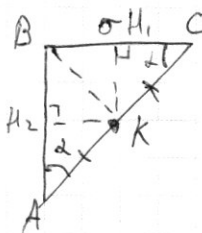
$$2) \sigma_1 = 4\sigma$$

$$\sigma_2 = \sigma$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$E_k = ?$$

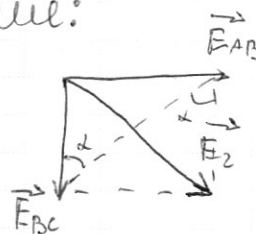
Решение:



$$E = -\varphi'(r)$$

$$E_2 = E_1 \sqrt{2}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$$

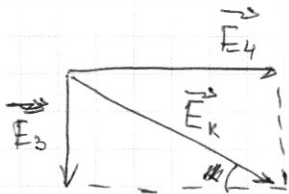


$$E_{BC} = E_1$$

$$E_2 = \sqrt{E_1^2 + E_{AB}^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{H_2K}{AC} = \frac{H_1K}{AC} \Rightarrow H_2K = H_1K$$

$\Rightarrow H_2K = H_1K$ - расстояния
от пластин до точки K
 $AB = BC \Rightarrow E_{AB} = E_{BC}$



$$E_k = \sqrt{E_3^2 + E_4^2}$$

$$E_3 = k \frac{q_{BC}}{H_1 K^2} \quad E_4 = k \frac{q_{AB}}{H_2 K^2}$$

$$\sigma = \frac{q}{s} \quad \sigma_1 = \frac{q_{BC}}{S_{BC}} = 40$$

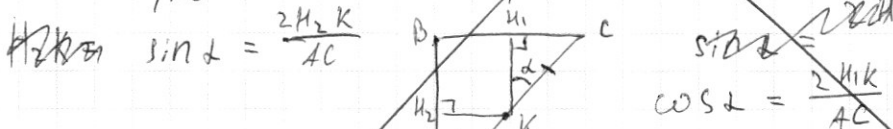
$$\sigma_2 = \frac{q_{AB}}{S_{AB}} = 0$$

$$S_{BC} = L \cdot BC \quad S_{AB} = L \cdot AB$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 4 \quad \frac{q_{BC}}{S_{BC}} \cdot \frac{S_{AB}}{q_{AB}} = 4 \quad \frac{q_{BC}}{L \cdot BC} \cdot \frac{L \cdot AB}{q_{AB}} = 4$$

$$\frac{q_{BC}}{q_{AB}} \cdot \frac{AB}{BC} = 4 \quad q_{BC} = \frac{q_{AB}}{AB} \cdot 4 \cdot BC = 40 \cdot L$$

$$q_{BC} = 40 \cdot L \cdot BC \quad q_{AB} = 0 \cdot L \cdot AB$$



$$\sin \alpha = \frac{H_2}{AC}$$

$$\cos \alpha = \frac{H_1}{AC}$$

$$E_k = \sqrt{E_3^2 + E_4^2} = k \sqrt{\frac{2 \cdot q_{BC}^2}{H_1 K^4} + \frac{q_{AB}^2}{H_2 K^4}} = k \sqrt{\frac{160^2 L^2 BC^2}{H_1 K^4} + \frac{0^2 L^2 AB^2}{H_2 K^4}}$$

$$\frac{S_{BC}}{S_{AB}} = \frac{BC}{AB} = \tan \alpha$$

$$E_k = \sqrt{E_3^2 + E_4^2} \quad E_3 = \frac{\sigma_1}{2 \epsilon_0 H_1 K} \quad E_4 = \frac{\sigma_2}{2 \epsilon_0 H_2 K}$$

$$q = q_{AB} + q_{BC} = \sigma_1 S_{AB} + \sigma_2 S_{BC}$$

$$\frac{2 q_{AB}}{AB} = \frac{2 q_{BC}}{BC} \quad \frac{q_{AB}}{AB} = \frac{q_{BC}}{BC} \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 4 \quad \frac{q_{BC}}{BC} \cdot \frac{AB}{q_{AB}} = 4$$

$$\sin \alpha = \frac{2 H_2 K}{AC} \quad \cos \alpha = \frac{2 H_1 K}{AC}$$

$$E_k = \sqrt{\frac{160^2}{4 \epsilon_0^2 H_1 K^2} + \frac{0^2}{4 \epsilon_0^2 H_2 K^2}} = \frac{0}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{4}{H_1 K^2} + \frac{1}{4 H_2 K^2}}$$

$$\frac{q_{BC}}{q_{AB}} = 4 \quad \frac{BC}{AB} = 4 \tan \alpha$$

$$H_1 K = \frac{AC \cos \alpha}{2}$$

$$H_2 K = \frac{AC \sin \alpha}{2}$$

$$E_3 = \frac{\sigma_1}{2 \epsilon_0 H_1 K} = k \frac{q_{BC}}{H_1 K^2}$$

$$H_1 K = \frac{2 k q_{BC} \epsilon_0}{40}$$

$$E_k = \frac{0}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{16}{AC^2 \cos^2 \alpha} + \frac{1}{AC^2 \sin^2 \alpha}} = \frac{0}{AC \epsilon_0} \sqrt{\frac{16}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha}}$$

$$= \frac{0}{AC \epsilon_0} \sqrt{\frac{16 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}} = \frac{0}{AC \epsilon_0} \sqrt{\frac{64 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{\sin^2 2\alpha}} = \frac{20}{AC \epsilon_0 \sin 2\alpha} \sqrt{16 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{20}{AC \epsilon_0 \sin 2\alpha} \sqrt{15 \sin^2 \alpha + 1} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 0}{AC \epsilon_0} \sqrt{15 \sin^2 \alpha + 1}$$

Ответ: $0 \sqrt{2}$