

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

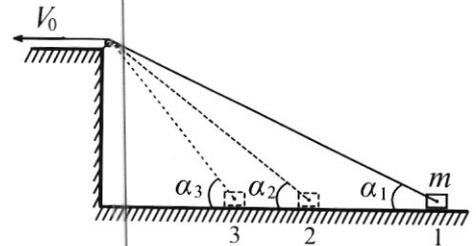
Класс 11

Вариант 11-05

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0 . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin \alpha_1 = \frac{1}{3}$, $\sin \alpha_2 = \frac{1}{2}$, $\sin \alpha_3 = \frac{3}{4}$. От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время t_{12} .



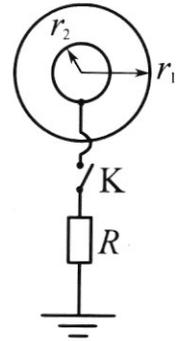
- 1) Найти скорость V_1 груза при прохождении точки 1.
- 2) Найти работу лебедки A_{12} при перемещении груза из точки 1 в точку 2.
- 3) Найти время t_{23} перемещения груза из точки 2 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура $T_0 = 373 \text{ K}$. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1 , в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/5$, где P_0 - нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

- 1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
- 2) Найти изменение массы Δm воды.
- 3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды L , молярная масса воды μ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится положительный заряд Q , внутренний шар не заряжен и соединен с Землей через ключ K и резистор R . Ключ замыкают.

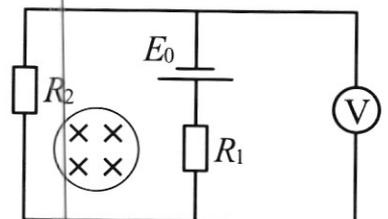


- 1) Найти заряд q внутреннего шара после замыкания ключа.
- 2) Найти энергию W_0 электрического поля вне шаров до замыкания ключа.
- 3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, идеальный источник с ЭДС E_0 , вольтметр с сопротивлением $R_V = 3R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области - магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S .

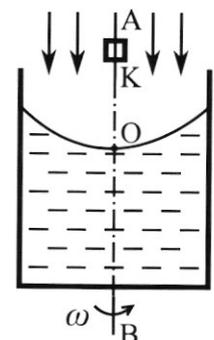
- 1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
- 2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.



5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью $\omega = 10/3 \text{ c}^{-1}$ вокруг вертикальной оси AB , совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры K , расположенной на оси вращения.

- 1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке O .
- 2) На каком расстоянии от точки O будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Решение

Дано

$$v_0$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{1}{3}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{1}{2}$$

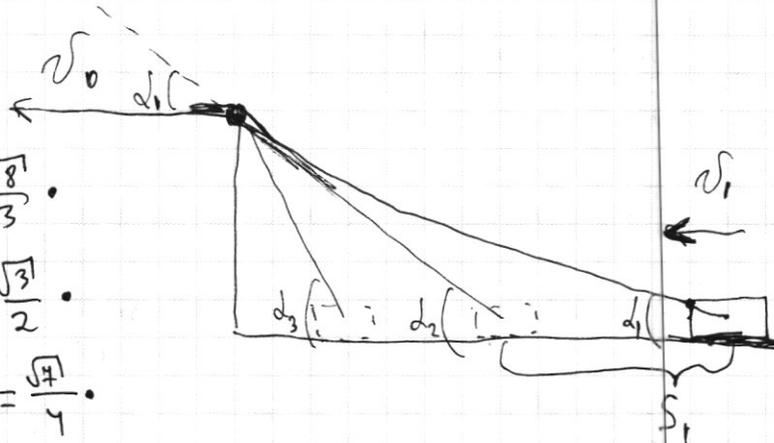
$$\sin \alpha_3 = \frac{3}{4}$$

m
 t_{12}

$$\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

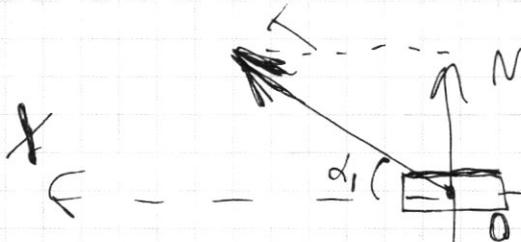
$$\cos \alpha_3 = \frac{\sqrt{7}}{4}$$



1) v_1 - ?

2) A_{12} - ?

3) t_{23} - ?



(1) ОУ: $T \cos \alpha_1 = m a_1$ (в точке 1)

\vec{v} — проекция на поверхность / \vec{v} — проекция на ось Ox

здесь — не равноускоренное

ОУ: $mg = T \sin \alpha_1$; $T = \frac{mg}{\sin \alpha_1}$ — нормальная в.л.

$\frac{mg}{\sin \alpha_1} \cdot \cos \alpha_1 = m a_1 \Rightarrow a_1 = g \cot \alpha_1$

• проекция скорости на нить должна быть равна:

$v_0 \cos \alpha_1 = v_1 \cos \alpha_1 \Rightarrow v_1 = v_0$

• $A_{12} = F_{12} \cdot S_1 \cdot \cos \alpha_2$; v_2 — скорость груза массой m в точке 2

• проекция скорости v_2 v_0 на нить галтели будет равна:

$$v_0 = v_2 \cdot \cos \alpha_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{\cos \alpha_2}; \quad \sin \alpha_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \alpha_1 = \sqrt{9 - \frac{1}{9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \quad \cos \alpha_2 = \sqrt{\frac{4}{4} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\bullet v_1 = \frac{v_0}{\cos \alpha_1} = \frac{v_0 \cdot 3}{2\sqrt{2}} = \frac{3v_0\sqrt{2}}{2 \cdot 2} = \frac{3v_0\sqrt{2}}{4}; \quad \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3 =$$

$$\bullet v_2 = \frac{v_0}{\cos \alpha_2} = \frac{v_0 \cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}v_0}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$$

• Законом сохранения кинематической энергии:

$$A_{12} = E_{k2} - E_{k1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{4v_0^2}{1 \cdot 3} - \frac{9v_0^2}{8} \right) =$$

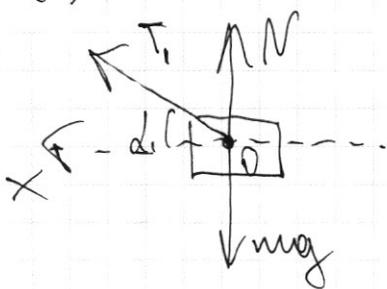
$$= \frac{m}{2} \left(\frac{32v_0^2 - 27v_0^2}{24} \right) = \frac{m}{2} \cdot \frac{5v_0^2}{24} = \frac{5mv_0^2}{48}$$

$$\bullet \Delta S_{12} = v_0 \cdot \Delta t_{12} + \frac{a_{12} \cdot \Delta t_{12}^2}{2}; \quad \sin \alpha_2 = \frac{H}{x_1}; \quad \sin \alpha_1 = \frac{H}{x_2}$$

2 3-й узел:

$$x_2 = \frac{H}{\sin \alpha_1}; \quad x_1 = \frac{H}{\sin \alpha_2}$$

(.) 1:

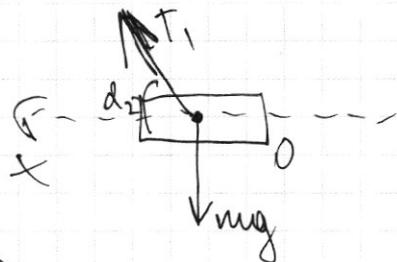


$$\text{Ox: } T_1 \cdot \cos \alpha_1 = ma_1$$

$$\frac{T_1 \cos \alpha_1}{T_1 \cos \alpha_2} = \frac{ma_1}{ma_2}$$

$$a_2 = \frac{a_1 \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}$$

(.) 2:



$$\text{Ox: } T_1 \cdot \cos \alpha_2 = ma_2$$

$$\bullet \text{участок 1-2: } \sum \Delta S_{12} = S_{12} = x_2 - x_1 = \frac{H}{\sin \alpha_1} - \frac{H}{\sin \alpha_2}$$

~~участок 1-2:~~

$$\frac{H}{\sin \alpha_1} - \frac{H}{\sin \alpha_2} = v_0 t_{12} + \frac{(a_1 + a_2) t_{12}^2}{2}$$

$$v_3 - \text{скорость груза в точке 3: } v_3 \cdot \cos \alpha_3 = v_0 \Rightarrow v_3 = \frac{v_0}{\cos \alpha_3}$$

продолжение на странице №8.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

Дано

$$T_0 = 373 \text{ K}$$

V_1

$$P_1 = \frac{P_0}{5}$$

L

μ

1) $V_2 = ?$

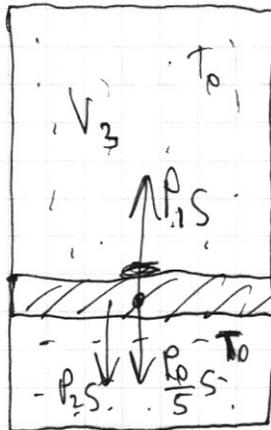
2) $\Delta m = ?$

3) $\Delta U = ?$

Решение

①

В. ПАР + вода



Воздух

V_1

1 шаг

23-й з.

$$P_1 S = P_2 S + \frac{P_0}{5} S$$

$$P_1 = P_2 + \frac{P_0}{5}$$

т.к. в верхней части сосуда находится

водяной пар и вода, то

$$\varphi_1 = 100\% \text{ (влажность)}$$

в этой части сосуда)

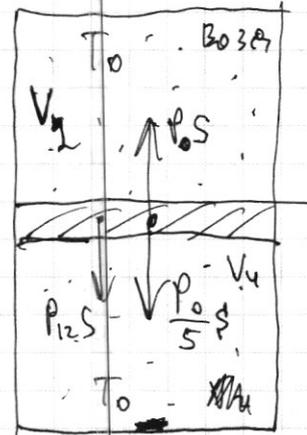
т.к. $T = T_0 = 373 \text{ K}$ и $\varphi_1 = 100\%$;

$P_2 = P_0$ (атм. давл.), тогда

$$P_1 = P_0 + \frac{P_0}{5} = \frac{6P_0}{5}$$

• для пара: $P_2 \cdot V_3 = \frac{M_{\text{ПАР}}}{\mu} R T_0$

②



2 шаг

• 23-й з.: P_2 - давление воздуха

$$\frac{P_0}{5} S + P_2 S = P_0 S$$

$$P_2 = P_0 - \frac{P_0}{5} = \frac{4P_0}{5}$$

для воздуха:

а) $P_2 \cdot V_2 = \nu_1 R T_0$ (во 2 шаг)

б) $P_1 \cdot V_1 = \nu_1 R T_0$ (в первом случае)

разделим выражения: (а)/(б):

$$\frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} = 1 \Rightarrow \frac{4P_0/5}{6P_0/5} \cdot \frac{V_2}{V_1} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{6} \frac{V_2}{V_1} = 1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{3}{2} V_1$$

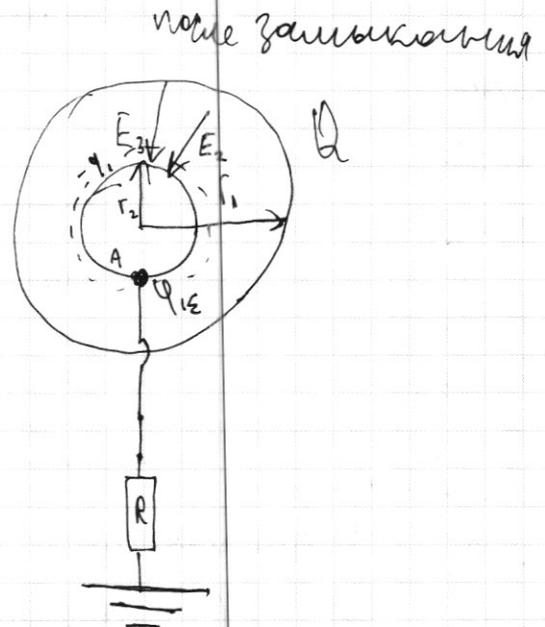
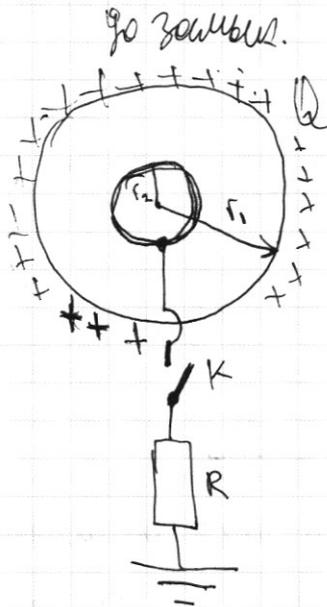
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

Решение

Дано:

r_1
 r_2
 Q
 R
1) q_1 - ?
2) W_0 - ?
3) W - ?



φ_{12} - электростатический потенциал (·) A: $\varphi_{12} = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{kq_1}{r_2} + \frac{kQ}{r_1}$

$\varphi_{12} = 0 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_2} + \frac{kQ}{r_1} = 0 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_2} = -\frac{kQ}{r_1} \Rightarrow q_1 = -\frac{Qr_2}{r_1}$

$W_0 = \omega \cdot V_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 E_{\Sigma}^2}{2} \cdot V$; $E_{\Sigma} = \frac{Q}{2\epsilon_0 S_1}$, где $S_1 = 4\pi r_1^2$

$V = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \Rightarrow W_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0}{2} \cdot \frac{Q^2}{4\epsilon_0^2 \cdot S_1^2} \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{Q^2}{2 \cdot 8\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{Q^2}{4\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 =$

$= \frac{Q^2}{6\epsilon_0 \cdot 16\pi r_1} = \frac{Q^2}{96\epsilon_0 \pi r_1}$

$A_{\text{итт}} = 0W + Q$; $A_{\text{итт}} = 0 \Rightarrow Q_2 = -0W = W_{\text{итт}}$

$E_{\Sigma 2} = E_2 + E_3 = \frac{kq_1}{r_2} + \frac{kQ}{r_2} \Rightarrow W_K = \frac{\epsilon_0 \cdot E_{\Sigma 2}^2}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3) + E_{\Sigma 3} \cdot \frac{\epsilon_0}{2} r_2^3 \cdot \frac{4}{3}\pi$; $E_{\Sigma 3} = E_2 - |E_1| = \frac{kq_1}{r_2} + \frac{kQ}{r_2} - \frac{kq_1}{r_1} = \frac{kQ}{r_2} - \frac{kQ}{r_1}$

$$A = \frac{Q^2}{96 \epsilon_0 \pi r_1} - \frac{4 \pi \epsilon_0}{3} \frac{Q}{2} (r_1^3 - r_2^3) \cdot \left(\frac{kQ}{r_2^2} + \frac{k}{r_1^2} \cdot \frac{Q r_2}{r_1} \right)^2 + \frac{4 \epsilon_0 \pi r_2^3}{3}$$

$$\left(\frac{kQ}{r_1^3} + \frac{kQ}{r_2^2} \right)^2$$

Ответ: 1) $q_1 = -\frac{Q r_2}{r_1}$; 2) $W_0 = \frac{Q^2}{96 \epsilon_0 \pi}$

Задача 4.

Дано

$R_1 = R$

$R_2 = 2R$

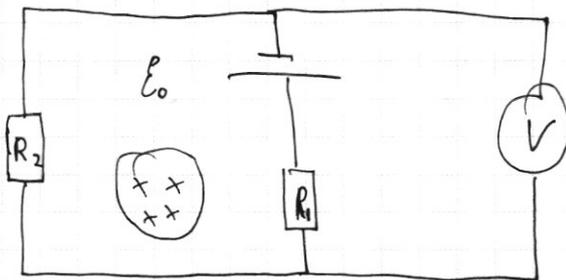
$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_0$

$R_V = 3R$

$\frac{K}{S}$

Решение

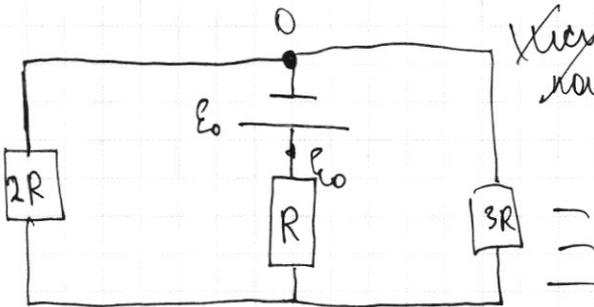
$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_0$



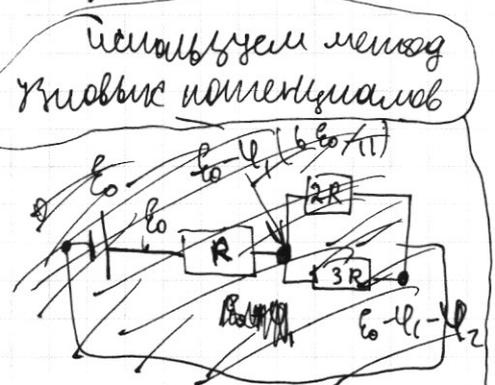
1) $U_1 = ?$

2) $U_2 = ?$

1) Если индукция магнитного поля остается постоянной, то ЭДС индукции не возникает, тогда:



Используем метод узловых потенциалов



|| сопротивление параллельно 2R и 3R:

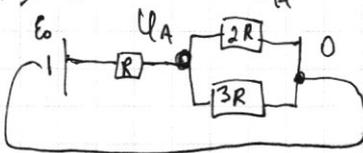
$$\frac{1}{R_{2,3}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} = \frac{5}{6R} \Rightarrow R_{2,3} = \frac{6R}{5}$$

$$R_{\text{цели}} = R + R_{2,3} = \frac{11R}{5} \Rightarrow I_{\text{одн}} = \frac{\mathcal{E}_0 \cdot 5}{11R} ; \mathcal{E}_0 - U_1 = \mathcal{E}_0 - I_{\text{одн}} \cdot R$$

$$U_1 = \mathcal{E}_0 - I_{\text{одн}} \cdot R = \mathcal{E}_0 - \frac{\mathcal{E}_0 \cdot 5}{11R} \cdot R = \frac{6\mathcal{E}_0}{11}$$

$$\mathcal{E}_0 - U_1 - U_2 =$$

$$U_2 = I_{\text{одн}} \cdot \frac{6R}{5} = \frac{\mathcal{E}_0 \cdot 5}{11R} \cdot \frac{6R}{5} = \frac{6\mathcal{E}_0}{11}$$



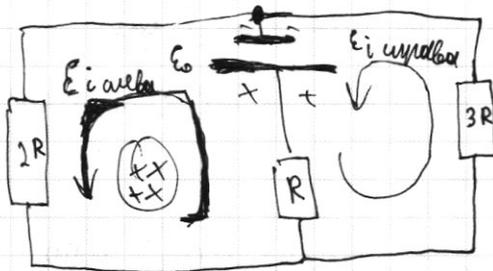
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

продолжение задания ч.

$$U_1 = U_A - 0 = \frac{6\epsilon_0}{11} = \frac{6E_0}{11}$$

2) если левый контур начеком замыкаться, то будем возмущать ЭДС индукции

при возрастании индукции м. поле будет возмущать внешнее э. поле, направленные против часовой стрелки



• в левом контуре: $\epsilon_{i\text{лева}} \neq -\dot{\Phi}_0 = -U_R + U_{2R}$

$$\epsilon_{i\text{лева}} = \dot{\Phi}_0 + U_R - U_{2R} \quad (1)$$

$$\epsilon_{i\text{справа}} = 0 = -\dot{\Phi}_0 + U_R + U_{3R} \quad (2)$$

$$U_{2R} = U_{3R} \Rightarrow \text{случим (1) и (2): } kS = 2U_{3R} \Rightarrow U_{3R} = \frac{kS}{2}$$

$$U_{3R} = U_2 = \frac{kS}{2}$$

Ответ: 1) $U_1 = \frac{6\epsilon_0}{11} = \frac{6E_0}{11}$; 2) $U_2 = \frac{kS}{2}$

Задача 5.

Решение

Дано

$$\omega = \frac{10}{3} \text{ с}^{-1}$$

$$l = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

1) $R_0 = ?$

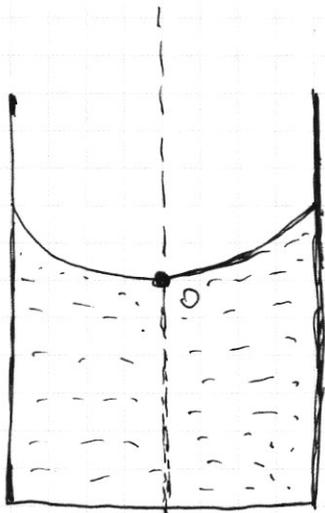
2) $X = ?$

$$\omega = 2\pi\nu$$

~~$$\omega = 2\pi\nu$$~~

~~$$v = \omega R$$~~

продолжение след. стр.



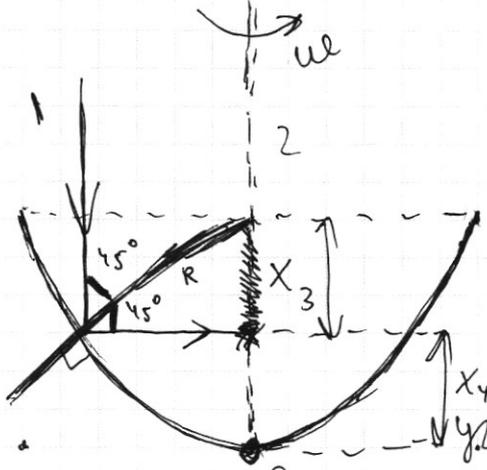
$$v = \omega R ; \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\bullet a_y = \omega^2 R ; a_y = g \Rightarrow g = \omega^2 R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\left(\frac{10 \text{с}^{-1}}{3}\right)^2} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\frac{100}{9} \text{с}^{-2}} = \frac{9}{10} \text{м} =$$

$$= 0,9 \text{ м}$$



• тригонометрически найдем 2 луча;
луч 2 - луч, идущий от
точки O и отстоящий
обратно;

луч 1 - луч, направленный под

углом 45° к перпендикуляру к

свободной поворота оси

$$\bullet X_3 = R \cdot \sin 45^\circ = R \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow X_4 = R - X_3 = R - \frac{\sqrt{2}}{2} R =$$

$$= R \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx \frac{9}{10} (1 - 0,7) \text{ м} \approx \frac{9}{10} \cdot \frac{3}{10} \text{ м} \approx \frac{27}{100} \text{ м} \approx 0,27 \text{ м}$$

Ответ: 1) $R = \frac{g}{\omega^2} = 0,9 \text{ м}$; 2) $X_4 = 0,27 \text{ м}$

продолжение задачи ①

$$v_3 = \frac{v_0}{\cos \alpha_3} ; v_2 = \frac{v_0}{\cos \alpha_2} ; n_1 = \frac{v_0}{\cos \alpha_1}$$

$$S_{12} = H \left(\frac{1}{\sin \alpha_1} - \frac{1}{\sin \alpha_2} \right)$$

$$S_{23} = H \left(\frac{1}{\sin \alpha_2} - \frac{1}{\sin \alpha_3} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{S_{23}}{S_{12}} &= \frac{\frac{1}{\sin \alpha_2} - \frac{1}{\sin \alpha_3}}{\frac{1}{\sin \alpha_1} - \frac{1}{\sin \alpha_2}} = \\ &= \frac{\frac{1 \cdot 2}{1} - \frac{1 \cdot 4}{3}}{\frac{1 \cdot 3}{1} - \frac{1 \cdot 2}{1}} = \frac{2}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$v_A = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_0}{\cos \alpha_1} + \frac{v_0}{\cos \alpha_2} = \frac{3v_0}{2\sqrt{8}} + \frac{2v_0}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}v_0 + 2\sqrt{8}v_0}{2} = \frac{3\sqrt{3}v_0 + 2\sqrt{8}v_0}{2 \cdot \sqrt{24}}$$

$$v_B = \frac{v_3 + v_2}{2} = \frac{v_0 \cdot 4}{\sqrt{7}} + \frac{2v_0}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}v_0 + 2\sqrt{7}v_0}{2 \cdot \sqrt{21}}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{v_0(3\sqrt{3} + 2\sqrt{8})}{2 \cdot \sqrt{24}} \cdot \frac{2\sqrt{21}}{v_0(4\sqrt{3} + 2\sqrt{7})} = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{8} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} \cdot 4\sqrt{3} + \sqrt{8} \cdot \sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7}} =$$

$$= \frac{3\sqrt{21} + 2\sqrt{56}}{4\sqrt{24} + 2\sqrt{56}} ; \quad \frac{t_A}{t_B} = \frac{S_{12}}{S_{23}} \cdot \frac{v_B}{v_A} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4\sqrt{24} + 2\sqrt{56}}{3\sqrt{21} + 2\sqrt{56}} \right) =$$

$$\frac{t_{12}}{t_{23}} \Rightarrow t_{23} = \frac{2t_{12}}{3 \left(\frac{4\sqrt{24} + 2\sqrt{56}}{3\sqrt{21} + 2\sqrt{56}} \right)}$$

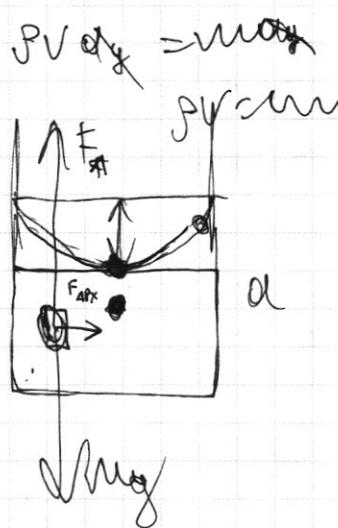
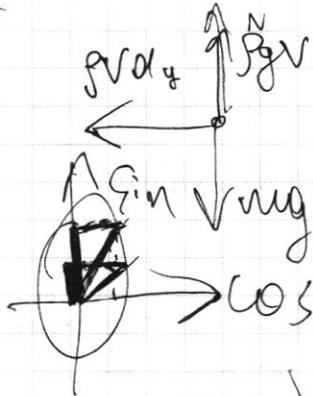
Ответ: 1) $v_1 = \frac{v_0}{\cos \alpha_1} = \frac{3v_0}{\sqrt{8}}$

2) $A_{12} = \frac{5mv_0^2}{48}$

3) $t_{23} = \frac{2t_{12}}{3 \left(\frac{4\sqrt{24} + 2\sqrt{56}}{3\sqrt{21} + 2\sqrt{56}} \right)}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

н(



$\omega = \frac{v}{R}$? $\omega = 2\pi \nu$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$
 $\nu = \frac{1}{T}$

ω, ν, T

$\nu \omega = \omega^2 R$

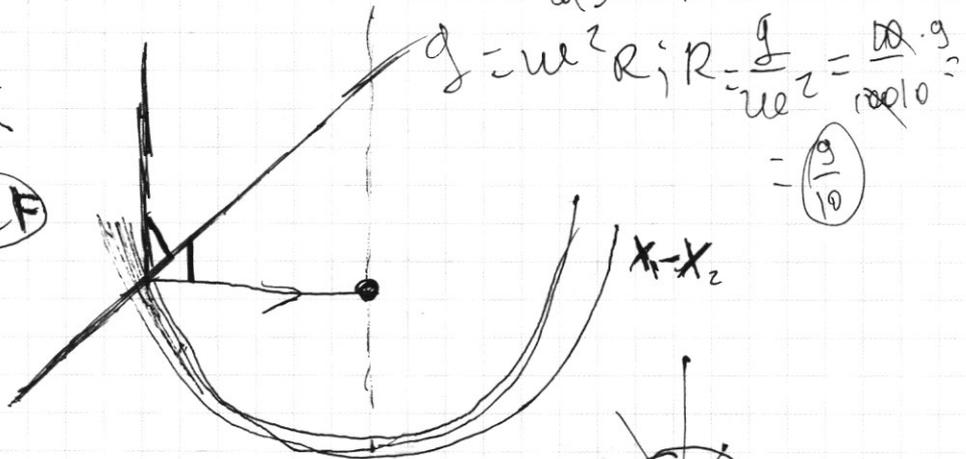
$\omega = \omega^2 R$

$\omega = 2\pi \nu$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$



$R = F$



$g = \omega^2 R; R = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10 \cdot 9}{100 \cdot 10} = \frac{9}{10}$

$\sin(\alpha_2 - \alpha_1)$

$\sin(\alpha_2 - \alpha_1) = \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 \sin \alpha_1$

$= \sin \frac{1}{2} \frac{\sqrt{8}}{3} - \frac{\sqrt{8}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{8}}{6} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6}$

$\cos \alpha_1 = \sqrt{\frac{9-1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$

$\sin(\alpha_3 - \alpha_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{4}}{4} =$

$\cos \alpha_2 =$

$\cos \alpha_3 = \sqrt{\frac{16-9}{16} \cdot \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$= \frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{4}}{24}$

$\sqrt{3} \cos \alpha_3 = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = \frac{\nu_0}{\cos \alpha_3}$

$\mu \left(\frac{1}{\sin \alpha_1} - \frac{1}{\sin \alpha_2} \right)$

$\mu \left(\frac{1}{\sin \alpha_2} - \frac{1}{\sin \alpha_3} \right)$