

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

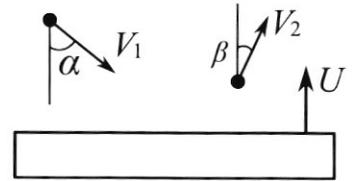
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.

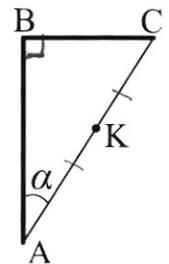
$R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

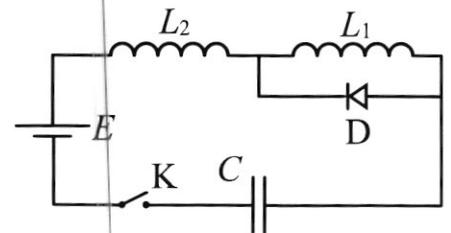
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

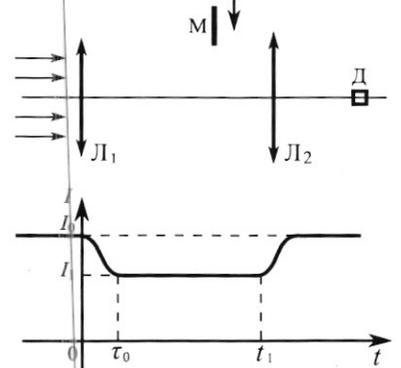


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- ① Дано: 1) При неупругом ударе импульс сохраняется.
Запишу проекцию ЗСИ на ось x (см. рис.):

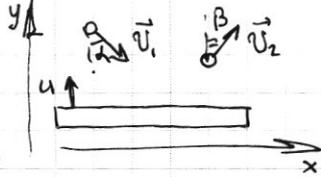
$$U_1 = 6 \text{ м/с}$$

$$\sin d = 3/4$$

$$\sin \beta = 1/2$$

$$U_2 = ?$$

$$u = ?$$



$$m U_1 \cdot \sin d = m_2 U_2 \cdot \sin \beta$$

тут m - масса шарика

$$\Rightarrow U_2 = U_1 \frac{\sin d}{\sin \beta}$$

$$U_2 = 12 \text{ м/с}$$

- 2) Для того, чтобы удар произошел $U_{1y} < u$ (U_{1y} - проекция U_1 на ось y)

Для того, чтобы шарик отскочил $U_{2y} > u$ (U_{2y} - проекция U_2 на ось y)

$$\begin{cases} -U_1 \cdot \cos d < u \\ U_2 \cdot \cos \beta > u \end{cases}$$

$$\bullet \cos d = \sqrt{1 - \sin^2 d} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

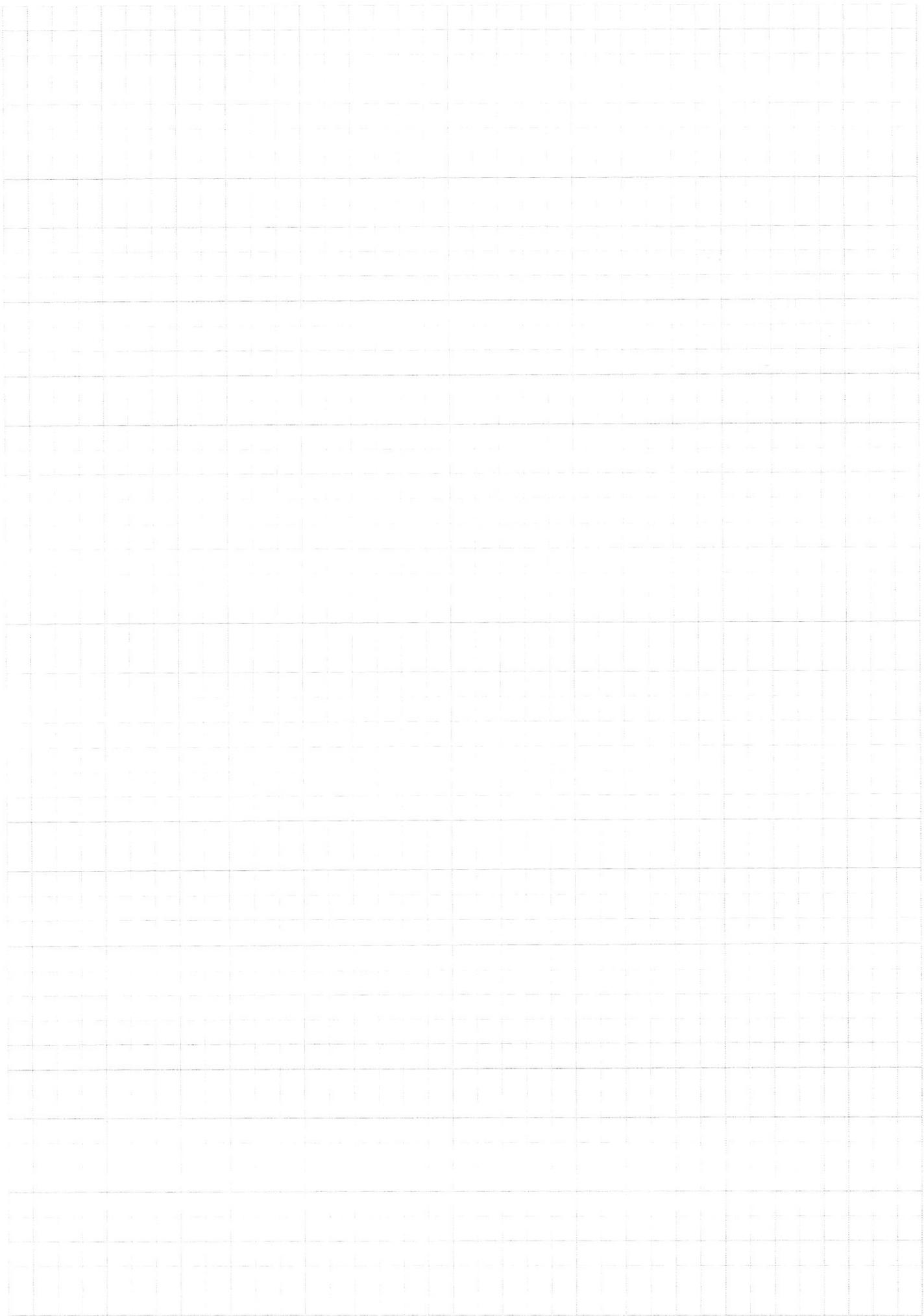
$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u > -2 \cdot \sqrt{7} \text{ м/с}$$

$$u < 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

Ответ: $U_2 = 12 \text{ м/с}$

$$-2\sqrt{7} \text{ м/с} < u < 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

② Дано:

$$\nu = \frac{3}{7} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$C_v = 5R/2$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = ?$$

$$T = ?$$

$$Q = ?$$

V_1 - начальный объём азота
 V_2 - начальный объём кислорода
 T - установившаяся температура в сосуде
 Q - кол-во теплоты, переданное кислородом азоту

1) т.к. поршень может перемещаться без трения, то в обеих частях сосуда одинаковое давление - p

По закону Менделеева-Клапейрона для начального состояния газов

$$pV_1 = \nu RT_1 \quad (\text{азот})$$

$$pV_2 = \nu RT_2 \quad (\text{кислород})$$

разделим 1-е на 2-е: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \frac{V_1}{V_2} = 0,6$

2) Обозначу V_1' - конечный объём азота
 V_2' - конечный объём кислорода

т.к. сосуд теплоизолированный и объём сосуда постоянен, то и общее давление газов в нём постоянно; т.к. поршень перемещается без трения, то давление азота и кислорода равны. Они равны $\frac{2p}{2} = p$ (в течение всего процесса)

По закону Менделеева-Клапейрона для конечного состояния.

$$pV_1' = \nu RT$$

$$pV_2' = \nu RT$$

Отсюда $V_1' = V_2'$

т.к. объём сосуда постоянен ~~$V_1' = V_1 + V_2$~~ $V_1' = \frac{V_1' + V_2'}{2} = \frac{V_1 + V_2}{2}$

$$V_1 = \frac{\nu RT_1}{p}; \quad V_2 = \frac{\nu RT_2}{p} \quad \Rightarrow \quad V_1 + V_2 = \frac{\nu R}{p} (T_1 + T_2) \quad \Rightarrow \quad V_1' = \frac{\nu R}{p} \cdot \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Подставлю: $p \cdot \frac{\nu R}{p} \cdot \frac{T_1 + T_2}{2} = \nu RT \quad \Rightarrow \quad T = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad T = 400 \text{ K}$

3) По первому началу термодинамики:

$$Q = \Delta U_{N_2} + A_{N_2} \quad (\Delta U_{N_2} - \text{изменение внутренней энергии азота})$$

$$(\quad A_{N_2} - \text{работа, совершённая азотом})$$

$$\Delta U_{N_2} = \nu \cdot c_v \cdot (T - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1)$$

~~XXXX~~ т.к. процесс изобарический (см. п. 2), то

$$A_{N_2} = p (V_2 - V_1) = p \left(\frac{\nu R}{p} T - \frac{\nu R}{p} T_1 \right) = \nu R (T - T_1)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1) + \nu R (T - T_1) = \frac{7}{2} \nu R (T - T_1)$$

$$Q = 1247 \text{ Дж}$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = 0,6$

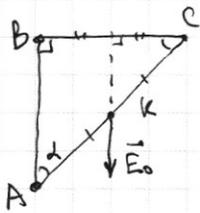
$$T = 400 \text{ К}$$

$$Q = 1247 \text{ Дж}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~②) 1) Обозначу напр. поле в точке K, когда заряжена только BC. E_0 .
Напряжённость поле в точке K, когда заряжена только BC:
 $E_0 = \frac{q_0}{2\epsilon_0}$ т.к. K находится на сер. б-е к ΔABC
в при поле BC как от бесконечной~~

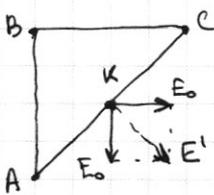
③) 1) Обозначу напр. поле в K когда заряжена только BC E_0 .



т.к. K лежит на сер. б-е к BC то $\vec{E}_0 \perp BC$ из сообр. симметрии

т.к. $\angle BAC = \alpha = \frac{\pi}{4}$, то $\angle BCA = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$

из сообр. симметрии если заряжена будет только AB, то напр. поле в K будет E_0 и $\perp AB$



По принципу суперпозиции эл. полей при зарядке ^{двух пластин} поле \vec{E}' - векторная сумма полей от AB и BC

$E' = \sqrt{2E_0^2} = \sqrt{2}E_0$ и $\vec{E}' \perp AC$

$\frac{E'}{E_0} = \sqrt{2}$

2) Дано: E - напряжённость эл. поле в K

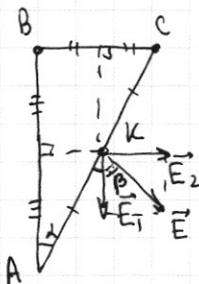
$b_1 = 2b$

$b_2 = b$

$\alpha = \pi/4$

$E = ?$

т.к. K лежит на сер. б-ах к AB и BC, то напр. эл. поле от каждой из них как от бесконечной заряженной пл.



E_1 - напр. поле от BC

E_2 - напр. поле от AB

$E_1 = \frac{b_1}{2\epsilon_0} = \frac{b}{\epsilon_0}$ и $\vec{E}_1 \perp BC$

$E_2 = \frac{b_2}{2\epsilon_0} = \frac{b}{2\epsilon_0}$ и $\vec{E}_2 \perp AB$

По принципу суперпозиции эл. полей
 $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{56^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{5}6}{2\epsilon_0}$$

и \vec{E} направлена под углом $\alpha + \beta$ (см. рис.) к AC

$$\beta = \arcsin\left(\frac{E_2}{E}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

Ответ: $\frac{E'}{\epsilon_0} = \sqrt{2}$

$$E = \frac{\sqrt{5}6}{2\epsilon_0} \quad \text{и направлена под углом } \frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \text{ к AC}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- ④ Дано: 1) Когда конденсатор заряжается ток течёт и через L_2 и через L_1 , а когда конденсатор разряжается - только через L_2 .

$$E$$

$$L_1 = 2L$$

$$L_2 = L$$

$$C$$

$$T - ?$$

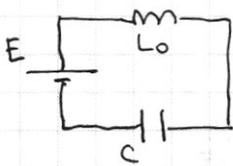
$$I_{M1} - ?$$

$$I_{M2} - ?$$

При зарядке конденсатора индуктивность ~~двух катушек~~ $L' = L_1 + L_2 = 3L$

Период колебаний в контуре из ЭДС E , катушки ~~с индуктивностью L_0~~ с индуктивностью L_0 и конденсатора с ёмкостью C $T_0 = 2\pi\sqrt{L_0 C}$

Докажу это:



По ЗСЭ: $\frac{L_0 I^2}{2} + \frac{q^2}{2C} - qE = \text{const}$ (I - ток, q - заряд C)

Возьму производную: $L_0 I \cdot \dot{I} + \frac{q \cdot \dot{q}}{C} - \dot{q}E = 0$

$$L_0 \cdot \dot{q} \cdot \ddot{q} + \frac{q \cdot \dot{q}}{C} - \dot{q}E = 0$$

$$L_0 \cdot \dot{q}' + \frac{q'}{C} - E = 0$$

Сделаю замену $q' = q - CE$. $\ddot{q}' = \ddot{q}$

$$L_0 \cdot \dot{q}' + \frac{q'}{C} = 0$$

$$\ddot{q}' + \frac{q'}{L_0 C} = 0$$

Период колебаний q' $T_0 = 2\pi\sqrt{L_0 C}$ т.к. $q = q' + CE$, то период колебаний q такой же.

~~Зарядка конденсатора~~ Зарядка конденсатора - половина периода колебаний. Если бы в течение всего периода индуктивность была бы такой же (L'), то период бы равнялся $T' = 2\pi\sqrt{L' C}$

Разрядка конденсатора - тоже половина. Если бы весь период индуктивность была бы L_2 , то период бы равнялся $T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C}$

$$T = \frac{T'}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{L' C} + \pi\sqrt{L_2 C} = \pi\sqrt{3LC} + \pi\sqrt{LC} = (\sqrt{3} + 1)\pi\sqrt{LC}$$

2 и 3) В контуре ~~с~~ ЭДС E , катушкой с индуктивностью L_0 и конденсатором с ёмкостью C ; ~~какая-то~~

~~по заданию~~

~~Найду амплитуду колебаний q (при $I=0$)~~
~~по ЗСЭ: $0 + \frac{q^2}{2C} - qE = 0$ (постоянная энергия системы)~~

Найду амплитуду колебаний q_A .

~~при~~ при максимальном и минимальном q ~~при $I=0$~~

\Rightarrow по ЗСЭ: $0 + \frac{q^2}{2C} - qE = 0$ (т.к. начальная энергия системы $\dot{v} = 0$)

$$q \cdot \left(\frac{q}{2C} - E \right) = 0$$

$q_{\min} = 0$; $q_{\max} = 2CE$ (минимальной и максимальной q)

$$q_A = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{2} = CE$$

Найду амплитуду колебаний тока I_A .

т.к. $q_A = CE$

$$q = q_A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = CE = CE \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{L_0 C}} t + \varphi_0\right) + CE$$

(здесь φ_0 - фаза колебаний, ω - их угловая частота)

$$I = \frac{CE}{\sqrt{L_0 C}} \cdot \cos\left(\frac{1}{\sqrt{L_0 C}} t + \varphi_0\right)$$

$$\Rightarrow I_A = \frac{CE}{\sqrt{L_0 C}} = \sqrt{\frac{C}{L_0}} E$$

То есть при зарядке максимальный ток, текущий через катушки $\sqrt{\frac{C}{3L}} E$

А при разрядке через L_1 ток не течёт, а максимальный ток через L_2 $\sqrt{\frac{C}{L}} E$

$$\Rightarrow I_{M1} = \sqrt{\frac{C}{3L}} E$$

$$I_{M2} = \sqrt{\frac{C}{L}} E \quad (\text{т.к. } \sqrt{\frac{C}{L}} E > \sqrt{\frac{C}{3L}} E)$$

Ответ: $T = (\sqrt{3} + 1)\pi\sqrt{LC}$

$$I_{M1} = \sqrt{\frac{C}{3L}} E$$

$$I_{M2} = \sqrt{\frac{C}{L}} E$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) Дано:

$$F_0$$

$$I_1 = 3I_0/4$$

$$D; \tau_0$$

$$e - ?$$

$$U - ?$$

$$t_1 - ?$$

1) e - расстояние между Λ_2 и Δ
~~и~~ Λ_1 ~~собирает~~ соберём все лучи ~~на~~ на
 расстоянии F_0 от себя то есть на расстоянии
 $2F_0$ от Λ_2

По формуле тонкой линзы (для Λ_2):

$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{e} = \frac{1}{F_0} \quad \Rightarrow \quad e = \frac{2F_0 \cdot F_0}{2F_0 - F_0} = 2F_0$$

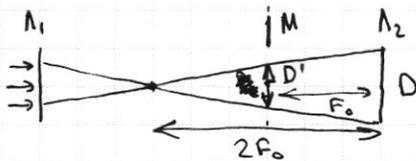
2) т.к. интенсивность ~~излучения~~ пучка была ~~одинакова~~ ^{одинакова} в сеч.,

то интенсивность \sim площади пучка после прохода мишени

~~Интенсивность стала постоянной,~~ Интенсивность стала постоянной,
 когда все мишень целиком стала находиться на пути
 пучка \Rightarrow площадь остатка перестала изменяться

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{S - S_M}{S} = \frac{3}{4}$$

(здесь S - площадь пучка на r -и $2F_0$ от Λ_1 ,
 S_M - площадь мишени)



S - площадь пучка на r -и $2F_0$ от Λ_1 ,
 \Rightarrow на r -и $3F_0 - 2F_0 = F_0$ от Λ_2

~~По подобию~~ По подобию треугольников (см. рис.)

$$\frac{D'}{D} = \frac{F_0}{2F_0} \quad (D' - \text{диаметр пучка на } r\text{-и } 2F_0 \text{ от } \Lambda_1)$$

$$D' = D/2$$

$$S = \frac{\pi D'^2}{4} = \frac{\pi D^2}{16}$$

$$\text{а } S_M = \frac{\pi d^2}{4} \quad (\text{здесь } d - \text{диаметр мишени})$$

$$\text{подставлю: } \frac{\pi D^2/16 - \pi d^2/4}{\pi D^2/16} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{D^2 - 4d^2}{D^2} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad d^2 = \frac{1}{16} D^2$$

$$\Rightarrow d = \frac{D}{4}$$

При $t=0$ нижний край мишени находится на ^{вершине} краю пучка,
 а при $t=\tau_0$ - верхний (она полностью вошла в пучок)

$$\Rightarrow U \cdot \tau_0 = d$$

$$U_* = \frac{d}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$$

3) При $t = t_1$ ближний край мишени находится на ближнем краю пушки

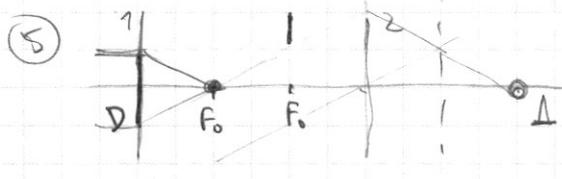
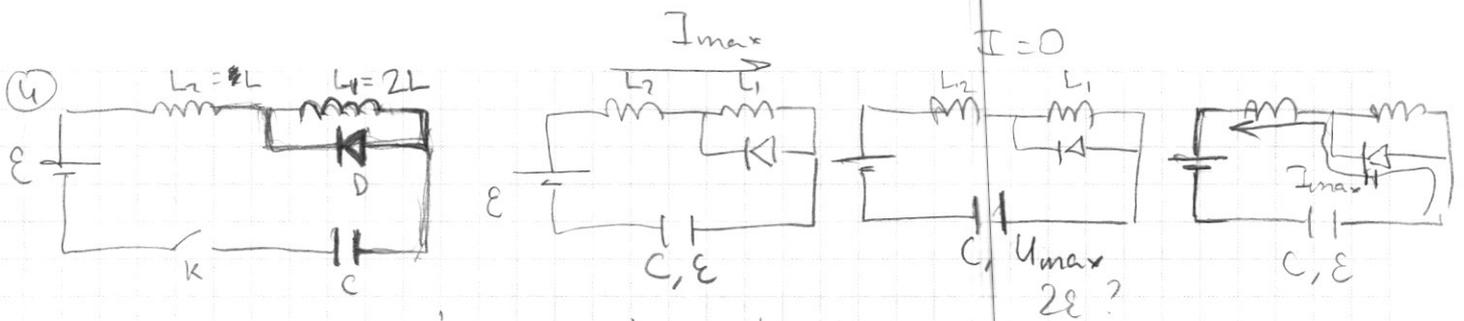
$$\Rightarrow v \cdot t_1 = D'$$

$$t_1 = \frac{D'}{v} = \frac{D \cdot 4\tau_0}{2 \cdot D} = 2\tau_0$$

Ответ: $l = 2F_0$

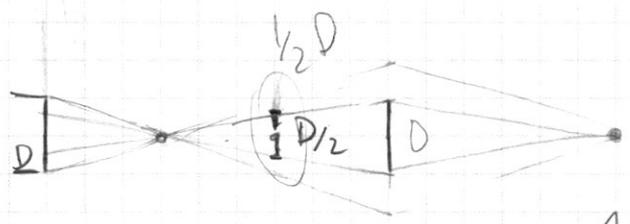
$$v = \frac{D}{4\tau_0}$$

$$t_1 = 2\tau_0$$



$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{x} = \frac{1}{F_0}$$

1) $x = 2F_0$



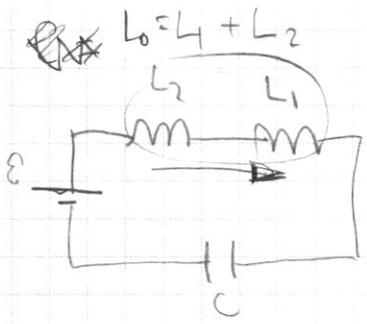
$$I_1 = \frac{3}{4} I_0$$

$$S_m = \frac{S}{4} = \frac{S_0}{16} \quad d = \frac{D}{2} / 2 = \frac{D}{4}$$

$$U = \frac{d}{r_0}$$

$$D - 4d = \frac{3}{4} D$$

$$4d^2 = \frac{1}{4} D^2 \quad d = \frac{1}{16} D$$



$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = L_1 \frac{dI}{dt} \quad \mathcal{E}_2 = L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C} + qE = 0$$

$$L \dot{I} \cdot I + \frac{q \cdot \dot{q}}{C} + \dot{q} E = 0$$

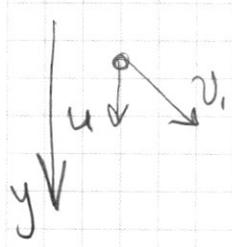
$$L \ddot{q} + \frac{q}{C} + E = 0$$

$$q' = q + CE$$

$$\ddot{q} = \ddot{q}'$$

$$L \ddot{q}' + \frac{q'}{C} = 0$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,85 \cdot 10^{-9}$$



$$u + v \cdot \cos \alpha = u - v_2 \cdot \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

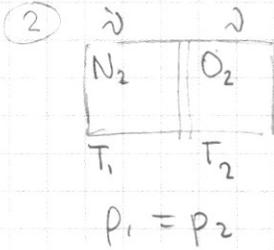
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\text{ЗСЧ}_x: m u_1 \sin \alpha = m u_2 \sin \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{ЗСЧ}_y: -m u_1 \cos \alpha + M u = m u_2 \cos \alpha + M u'$$



$$\omega = \frac{SR}{2}$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

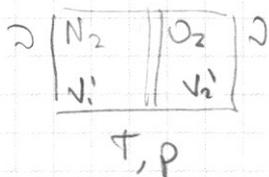
$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$p_1 = p_2$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$p(V_1 + V_2) = \nu R(T_1 + T_2)$$



$$p V_1' = \nu R T$$

$$p V_2' = \nu R T$$

$$V_1' = V_2'$$

$$2 V_1' = V_1 + V_2 = \frac{\nu R(T_1 + T_2)}{p}$$

$$V_1' = \frac{\nu R(T_1 + T_2)}{2p}$$

$$p V_1' = \nu R(T_1 + T_2)/2 = \nu R T$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

получили рез (N₂)

$$Q = \Delta U + A_{\text{газа}} = \frac{7}{2} \nu R (T - T_1)$$

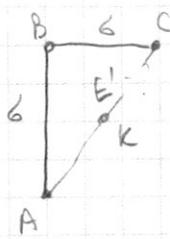
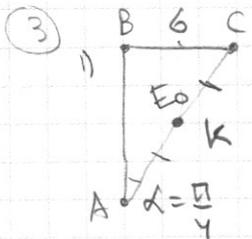
$$\nu c_v (T - T_1)$$

$$p(V_1' - V_1)$$

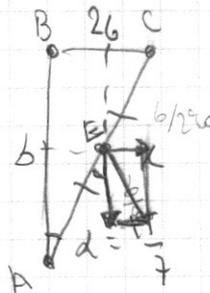
$$\nu R (T - T_1)$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 100 \text{ К} = 1,5 \cdot 831 \text{ Дж}$$

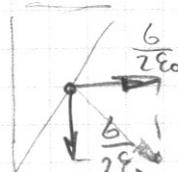
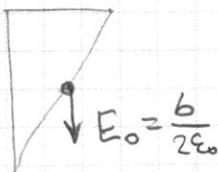
$$\begin{array}{r} 831 \\ 415,5 \\ \hline 1246,5 \end{array}$$



2)



$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} = \frac{7-2}{14} \pi = \frac{5}{14} \pi$$



$$\sqrt{\frac{b^2}{2 \epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{2} b}{2 \epsilon_0}$$

$$\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{2}$$