

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

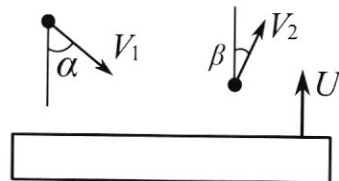
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

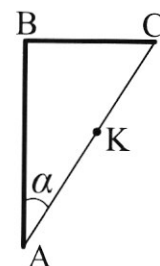


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

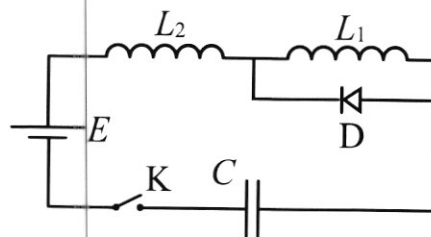
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

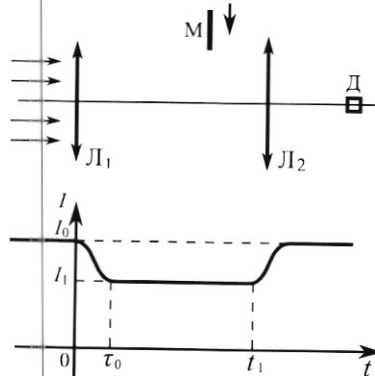
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

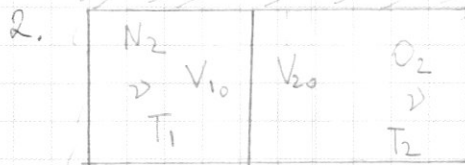
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Т.к. температура выравнивается медленно, то можно считать, что поршень всегда в равновесии, т.е. давления газов равны.

$$\left. \begin{aligned} p \cdot V_{10} &= \nu RT_1 \\ p \cdot V_{20} &= \nu RT_2 \end{aligned} \right\} \text{упр-е Менделеева-Клапейрона}$$

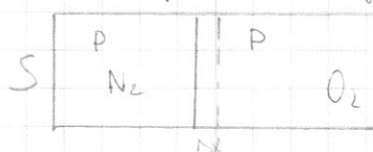
$$\frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300^\circ\text{K}}{500^\circ\text{K}} = \frac{3}{5};$$

$$\frac{V_{20}}{V_{10}} = \frac{5}{3}$$

; Ответ: $\frac{V_{20}}{V_{10}} = \frac{5}{3}$

2) ~~$p_{\text{уст}} \cdot V_1 = \nu RT_{\text{уст}}$
 $p_{\text{уст}} \cdot V_2 = \nu RT_{\text{уст}}$~~ $\Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{V_{O_2} + V_{N_2}}{2}$;

2) Рассмотрим произвольное положение поршня. Пусть пор-



шень переместился на Δx

Тогда работа азота над поршнем:

$$\Delta A_{N_2} = p \cdot S \cdot \Delta x;$$

А работе кислорода: $\Delta A_{O_2} = -pS \Delta x$;

т.е. $\Delta A_{N_2} = -\Delta A_{O_2}$

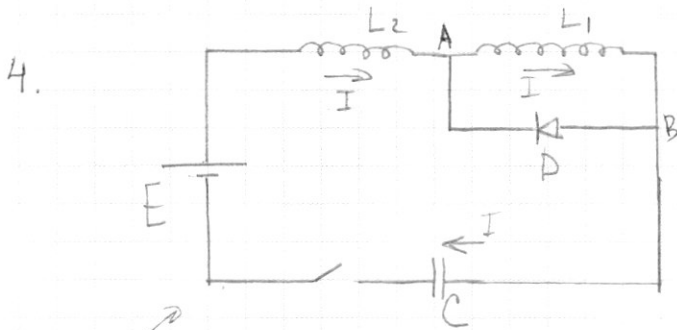
Тогда работа газов от начального положения до конечного равна нулю: $A_{N_2} = -A_{O_2}$;

1 закон термодинамики для N_2 и O_2 :

$$\left. \begin{aligned} N_2: Q &= C_v \nu (T_{\text{уст}} - T_1) + A_{N_2} \\ O_2: -Q &= C_v \nu (-T_2 + T_{\text{уст}}) + A_{O_2} \end{aligned} \right\} \oplus \Rightarrow \begin{aligned} 0 &= C_v \nu (2T_{\text{уст}} - T_1 - T_2) \\ T_{\text{уст}} &= \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300^\circ\text{K}}{2} = 400^\circ\text{K} \end{aligned}$$

Ответ: $T_{\text{гем}} = 400^\circ\text{K}$

$$3) \begin{cases} Q = C_v \nu (T_{\text{гем}} - T_1) + A_{\text{изл}} \\ -Q = C_v \nu (T_{\text{гем}} - T_2) - A_{\text{изл}} \\ A_{\text{изл}} = C_v \nu (T_{\text{гем}} - T_2) + Q \end{cases}$$



до того, пока не отпроектируется диод (т.е. ток пойдет в обратном направлении)

4) 2 правило Кирхгофа:

$$E - L_2 \frac{dI}{dt} - L_1 \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C};$$

$$E = (L_1 + L_2) \dot{q}' + \frac{q}{C};$$

$$\ddot{q} (L_1 + L_2) = E - \frac{q}{C};$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{C(L_1 + L_2)} = \frac{E}{L_1 + L_2}; \quad q = q_0 + q_{\text{ст}}$$

Хар. ур-е: $\ddot{q} + \frac{q}{C(L_1 + L_2)} = 0;$

$$\lambda^2 + \frac{1}{C(L_1 + L_2)} = 0;$$

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} i$$

$$q_0 = A \sin\left(\frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} t + \varphi_0\right)$$

$$q_{\text{ст}} = EC;$$

$$q = A \sin\left(\frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} t + \varphi_0\right) + EC;$$

$$\begin{cases} q(0) = 0 = A \sin \varphi_0 + EC; \\ \dot{q}(0) = 0 = \frac{A}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} \cos \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}; \end{cases}$$

$$A + EC = 0 \Rightarrow A = -EC;$$

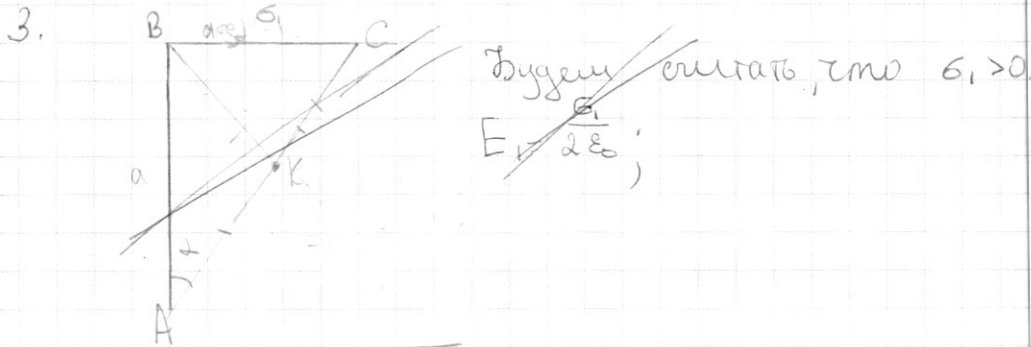
$$q = EC \left(1 - \sin\left(\frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} t + \frac{\pi}{2}\right)\right) = EC \left(1 - \cos\left(\frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} t\right)\right);$$

$$\dot{q} = EC \frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} t\right) = E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} t\right) \text{ (M)}$$

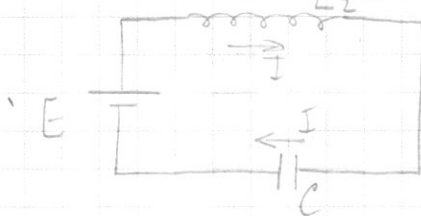
Тогда $\dot{q} > 0$ до $t^* = \pi \sqrt{C(L_1 + L_2)}$; (момент времени t^* ток в L_1 не считается)

Хочешь этого ток в цепи $\neq 0$ и ток начинает течь в другую сторону. Т.е. теперь ток может идти через диод, то напряжение между точками А и В должно всегда равняться 0. Тогда ток через

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



катушку (L_1) не учит. (до того, пока ток слева не поменяет направление)



2 правило Кирхгофа:

$$E = L_2 \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C};$$

$$E = L_2 \dot{q} + \frac{q}{C};$$

$$\dot{q} + \frac{q}{CL_2} = \frac{E}{L_2}; \Rightarrow q = A \sin\left(\frac{1}{\sqrt{L_2 C}} t + \varphi_0\right) + EC;$$

$$q(0) = 2EC;$$

$$\dot{q}(0) = 0$$

(отсчет времени начинается с момента, когда ток стал равен 0).

$$\begin{cases} 2EC = A \sin \varphi_0 + EC \\ A \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} \cos \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}; \end{cases}$$

$$2EC = A + EC \Rightarrow A = EC;$$

$$q = EC \left(\sin\left(\frac{1}{\sqrt{L_2 C}} t + \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right) = EC \left(\cos\left(\frac{1}{\sqrt{L_2 C}} t\right) + 1 \right);$$

$$\dot{q} = -E \sqrt{\frac{C}{L_2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{L_2 C}} t\right) \quad (2)$$

$$\dot{q}(t^{**}) = 0 \quad \text{при } t^{**} = \pi \sqrt{L_2 C};$$

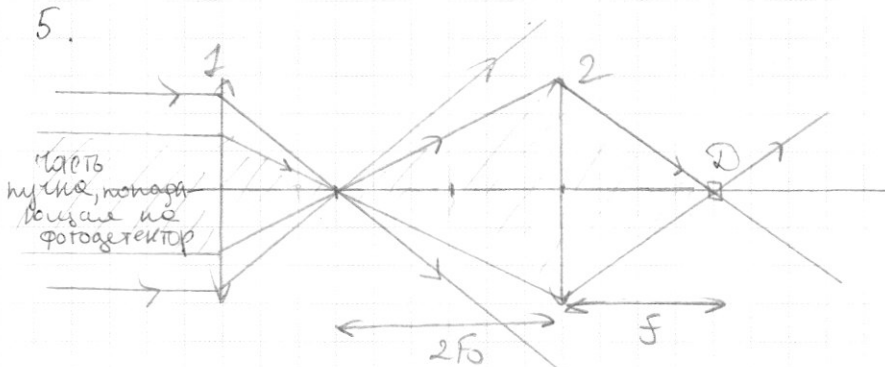
$$\text{Тогда } T = t^* + t^{**} = \pi \sqrt{L_1 + L_2} + \pi \sqrt{L_2} = \pi \sqrt{L_1 + 2L_2} = \pi \sqrt{L_1} (\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{Ответ: } T = \pi \sqrt{L_1} (\sqrt{3} + 1)$$

2) Максимальный ток через катушку 1 можно найти из 2-го уравнения (1)

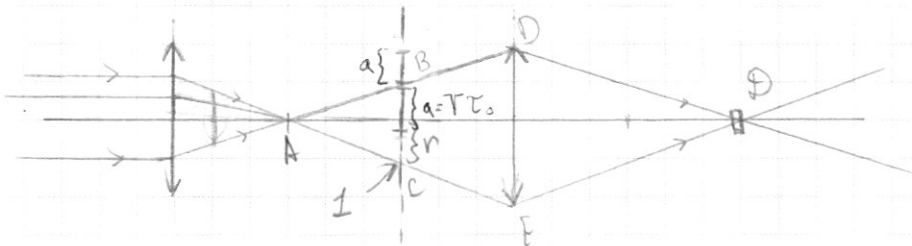
$$I_{m1} = E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = E \sqrt{\frac{C}{3L_1}}; \quad \text{Ответ: } I_{m1} = E \sqrt{\frac{C}{3L_1}}$$

3) Максимальный ток для катушки 2 можно найти из ур-я (2):
 $I_{M2} = E\sqrt{\frac{C}{L_2}} = E\sqrt{\frac{C}{L}}$; Ответ: $I_{M2} = E\sqrt{\frac{C}{L}}$

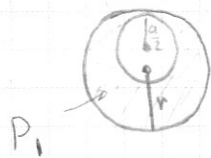


1) Ур-е тонкой линзы: $\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow F = 2F_0$
 Ответ: $2F_0$

2) Ток уменьшается до момента, пока линза полностью не зашла в пучок.



Рассмотрим сечение 1:



$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{P_1}{P_0};$$

Т.к. $D \ll F_0$, то можно считать, что интенсивность света в сечении (1) одинакова;

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{\pi r^2 - \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2}{\pi R^2} = \frac{3}{4};$$

$$1 - \frac{a^2}{4r^2} = \frac{3}{4};$$

$$\frac{a^2}{4r^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow a^2 = r^2 \Rightarrow a = r;$$

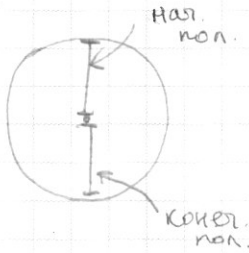
Найдем r из подобия $\triangle ABC$ и $\triangle ADE$.

$$\frac{r}{D/2} = \frac{F_0}{2F_0} = \frac{1}{2}; \quad r = \frac{D}{4};$$

$$\sqrt{F_0} = \frac{D}{4} \Rightarrow r = \frac{D}{4\sqrt{F_0}}; \quad \text{Ответ: } \frac{D}{4\sqrt{F_0}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Время, равное $t_1 - t_0$ — время пребывания мишени в пути.



$$v \cdot (t_1 - t_0) = a;$$

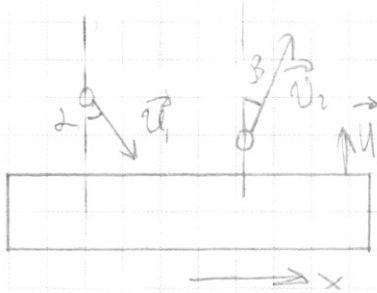
$$\frac{v}{v_0} (t_1 - t_0) = \frac{a}{v_0}$$

$$\frac{t_1}{t_0} - 1 = 1;$$

$$t_1 = 2t_0;$$

Ответ: $t_1 = 2t_0$.

1.

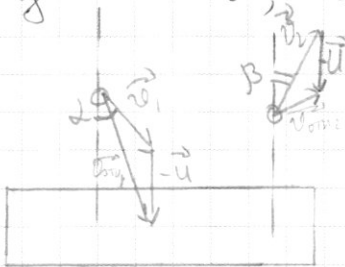


1) Т.к. мишень неподвижна, то импульс шарика по ось x остаётся неизменным.

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{8 \frac{m}{c} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \cdot 8 \frac{m}{c} = 12 \frac{m}{c};$$

Ответ: $v_2 = 12 \frac{m}{c}$;

2) Перейдём в с.о., связ. с мишенью.



В этой с.о.отл. работа над шариками 0.
Т.к. удар неупругий, то часть энергии перейдет в тепловую энергию.

Тогда $Q = -\frac{m v_{012}^2}{2} + \frac{m v_{011}^2}{2} > 0$ (условие неупругого удара)

$$v_{011}^2 - v_{012}^2 > 0$$

$$v_{011}^2 > v_{012}^2$$

$$(v_1 \sin \alpha)^2 + (v_1 \cos \alpha + u)^2 > (v_2 \sin \beta)^2 + (v_2 \cos \beta - u)^2$$

$$v_1 \cos \alpha + u > v_2 \cos \beta - u;$$

$$2u > v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha;$$

$$u > \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2};$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

с группой скорости $v_2 \cos \beta - u \geq 0$
 $u \leq v_2 \cos \beta;$

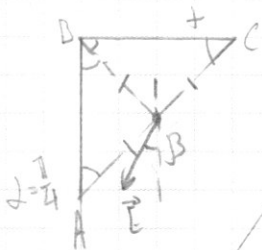
$$\frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} < u < v_2 \cos \beta,$$

$$\frac{12 \frac{m}{c} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \frac{m}{c} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{2} < u < 12 \frac{m}{c} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3\sqrt{3} - \sqrt{7} < u < 6\sqrt{3}$$

Ответ: $3\sqrt{3} - \sqrt{7} < u < 6\sqrt{3}$

3.

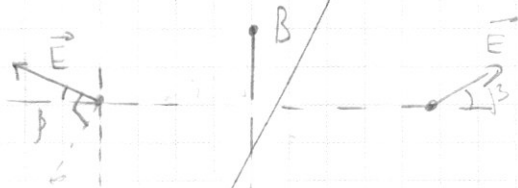


\vec{E} повернется на такой же угол.

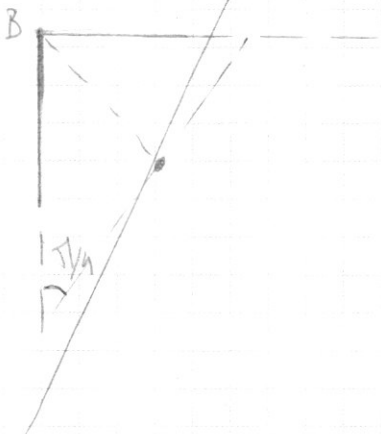
1) Лучи направлены от плоскости BC направлена по некоторому углу α и вертикали. Тогда если эту плоскость повернуть на 90° , то и \vec{E} повернется на такой же угол.



\Rightarrow



Плоскость AB — по сути повернута плоскость BC, т.е. $\alpha = \frac{\pi}{4}$



\Rightarrow

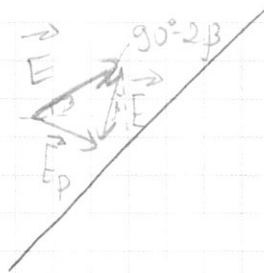
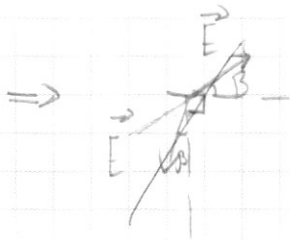


+



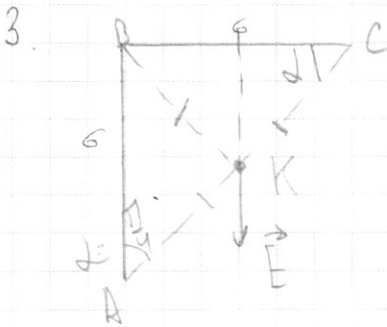
\Rightarrow

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E_p^2 = E^2 + E^2 - 2E^2 \cos(90^\circ - 2\beta) =$$

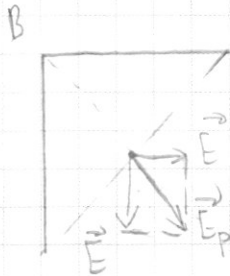
$$= 2E^2 - 2E^2 \sin 2\beta = 2E^2(1 - \sin 2\beta)$$



1) Из симметрии напряжённости от пластин BC направлена перпендикулярно ей.

Т.к. $d = \frac{a}{4}$, то $AB = BC$ и напряжённости

от пластин AB направлена равно направл. от пластин BC, но повернута на 90° .

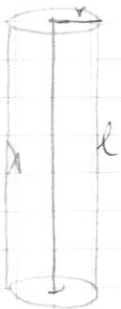


$$E_p = \sqrt{2}E;$$

$$\frac{E_p}{E} = \sqrt{2};$$

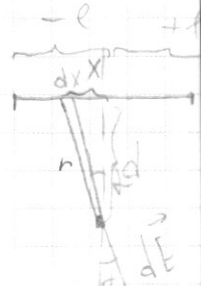
Ответ: в $\sqrt{2}$ раз

2)



$$E \cdot 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r};$$



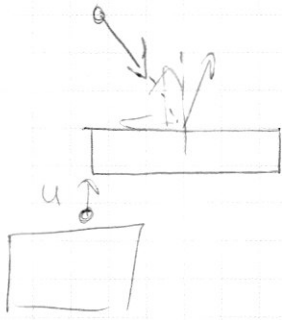
$$dE_p = dE \cdot \cos \alpha = \frac{2\pi \epsilon_0 r}{\lambda} \cdot \frac{d \cdot dx'}{r} = \frac{6d \cdot dx'}{2\pi \epsilon_0 (x^2 + d^2)}$$

$$E_p = \frac{6d}{2\pi \epsilon_0} \int_{-l}^{+l} \frac{dx}{x^2 + d^2}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$m v_2 \cos \beta + m v_1 \cos \alpha = N dt$$

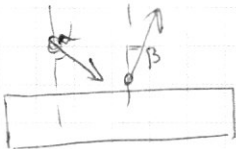
$$v_2 \cos \beta = u$$

$$v_2 = \frac{u}{\cos \beta}$$

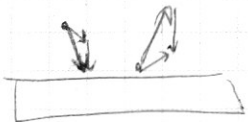
$$(1 - 2 \sin \beta \cos \beta)^2 = 1 - 2 \frac{c}{4 \epsilon_0 E_{\text{non}}} \sqrt{1 - \left(\frac{c}{u E_{\text{non}}}\right)^2}$$

$$\frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2}$$

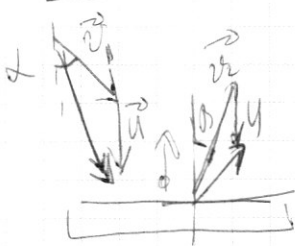
$$3603 > 4.7$$



$$u \sin \alpha = v_2 \sin \beta, \quad v_2 = \frac{u \sin \alpha}{\sin \beta}$$



$$u = v_2 \cos \beta$$



$$v_2 \cos \beta = u$$

$$u < v_2 \cos \beta$$

$$v_1 \cos \alpha + u$$

$$u < v_2 \cos \beta - u < v_1 \cos \alpha + u$$

$$2u < v_2 \cos \beta < 2u > v_1 \cos \alpha - v_1 \cos \alpha$$

$$u < v_2 \cos \beta$$

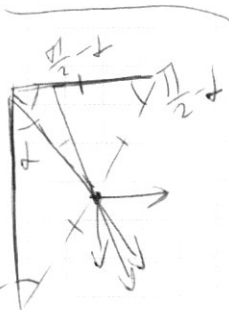
$$v_1 \cos \alpha > v_2 \cos \beta > u < v_1 \cos \alpha$$

$$\frac{c}{4 \epsilon_0 E_{\text{non}}} = \cos \beta$$

$$2 \sin \beta \cos \beta$$



$$\frac{c}{4 \epsilon_0} = 2 E_{\text{non}} \cos \beta$$



$$N dt = -|Q| = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m u_1^2}{2}$$

$$N dt = m v_2 \cos \beta + m v_1 \cos \alpha$$

$$|Q| = N dt + \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = u \cdot m (v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha) + \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

$$u (v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha) > \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{v_2^2 \sin^2 \beta + v_1^2 \cos^2 \alpha}{2} = \frac{1}{2} (v_2^2 \cos \beta - v_1^2 \cos \alpha)$$

$$E = 2 T \sin \theta = \frac{\lambda \cdot \omega}{\epsilon_0} = \frac{\lambda}{2 \pi r \epsilon_0}$$



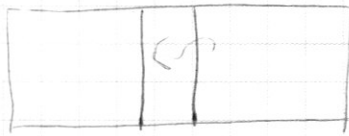
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = \frac{5}{2} R \nu (T_{\text{сер}} - T_1) + A \Gamma_{N_2}$$

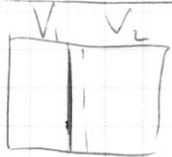
$$-Q = \frac{5}{2} R \nu (T_2 + T_{\text{сер}}) + A \Gamma_{O_2}$$

$$A \Gamma_{N_2} = -A \Gamma_{O_2}$$

0 =



$$2Q = C_V \nu (T_2 - T_1) + 2A \Gamma_{N_2}$$



$$p \cdot V_1 = \nu R T_1$$

$$dQ = \frac{5}{2} \nu R dT + p dV$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{C(L_1+L_2)} = \frac{E}{L_1+L_2}$$

$$\lambda^2 + \frac{1}{C(L_1+L_2)} = 0$$

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{1}{C(L_1+L_2)}} \cdot i \cdot A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$q = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) +$$

$$\frac{E}{L_1+L_2} \cdot C(L_1+L_2)$$

$$q(t=0) = A \sin \varphi_0 + B \cos \varphi_0 = 0$$

$$\omega A \cos(\varphi_0) = 0$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$A = -E C$$

$$q = E C (1 - \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}))$$

$$\dot{q} = + E C \omega \sin(\omega t)$$

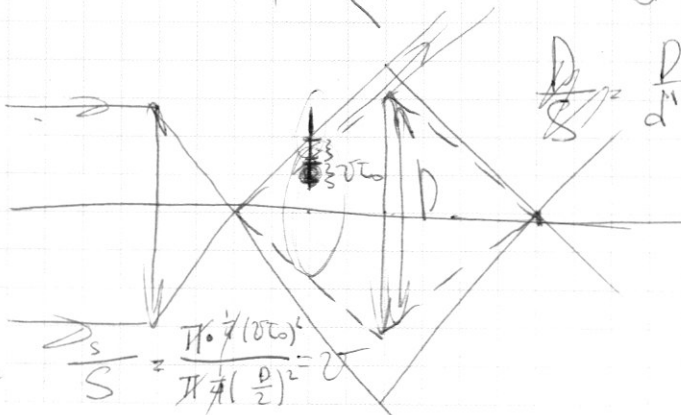
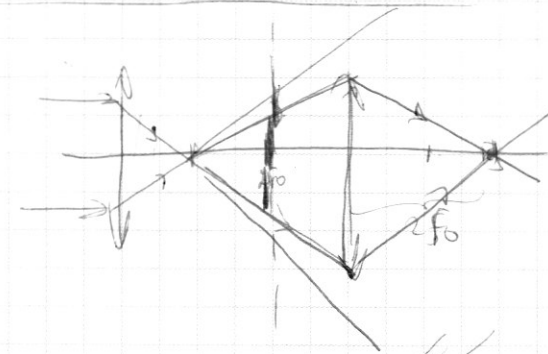
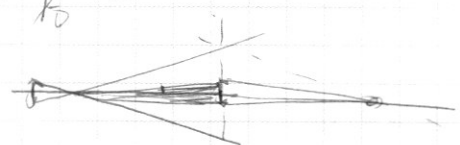
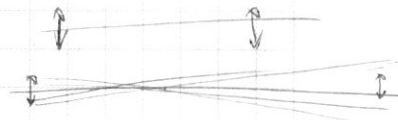
I(t)

$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_1}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2F_0}$$

$$f \sim \frac{1}{D}$$

$$\frac{D}{S} = \frac{D}{d^2} = \frac{2F_0}{R} = 2$$



$$\frac{3}{4} = \frac{\pi \cdot \frac{1}{2} (0.2)^2}{\pi \cdot \frac{1}{2} (\frac{D}{2})^2} = 2$$