

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

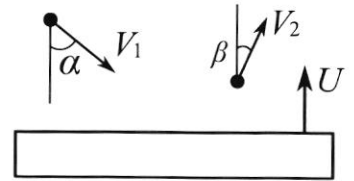
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

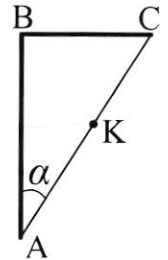


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

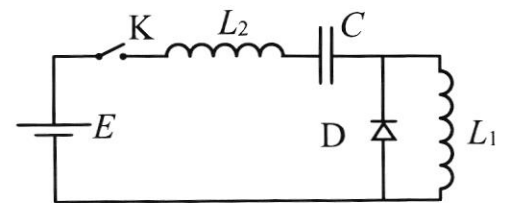
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

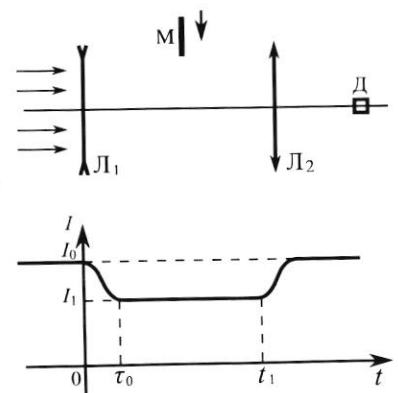
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$

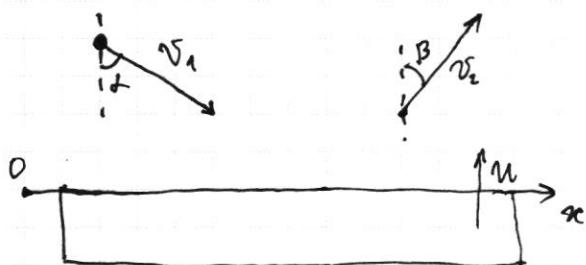


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① 1) Три сталкиваются на шарик со стороны плиты
действует сила реакции опоры, направленная перпендику-
лярно плоскости плиты. Фигр. отсутствует \Rightarrow по оси Ox
~~и~~ плоскости плиты для шарика верен ЗСЧ:



$$N_z = 0$$

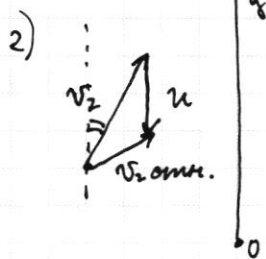
$$\text{ЗСЧ: } Ox: m v_{1x} = m v_{2x}$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

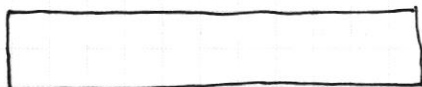
$$v_2 = 18 \cdot \frac{2}{3} \frac{5}{3} = \frac{18 \cdot 10}{9} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Удар является неупругим, т.к. при столкновении
силы реакции совершают $A \neq 0$. (за время столкновения
плита движется; $\Delta S = u \Delta t$, перемещение не равно 0)
Известно, что плита движется с $u = \text{const} \Rightarrow CO$ при столкно-
вении $u \neq 0$. ^{при переходе} Переходя в CO плиту, плита неподвижна \Rightarrow
удар в CO плите - упругий (за Δt $\Delta S = 0 \Rightarrow \sum A_{\text{в}} = 0$)
в CO плите:

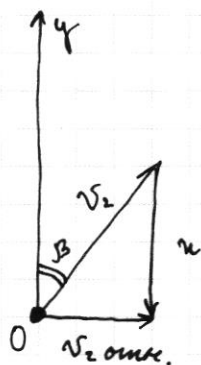


По ЗСС: $\vec{v}_{абс.} = \vec{v}_{откл.} + \vec{v}_{пер.}$

$\vec{v}_{откл.} = \vec{v}_{абс.} - \vec{v}_{пер.}$



Из 2 рис. видно, что при отр. u $v_{2\text{откл}}$ может 0 (в таком случае прижимаем). Рассмотрим граничный случай:



Оу: $v_2 \cos \beta = u$

Таким образом, $u < v_2 \cos \beta$, только тогда шарик оттолкнется

$u < 0$ т.е. $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{4}{5}$

$v_2 \cos \beta = 18 \cdot \frac{4}{5} = \frac{72}{5} = 14,4 \frac{м}{с}$

По усл. шарик не движется вверх $\Rightarrow u \in (0; 14,4) \left(\frac{м}{с}\right)$

Ответ: 1) $v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$; $v_2 = 20 \frac{м}{с}$

2) $0 < u < 14,4 \frac{м}{с}$; $0 < u < v_2 \cos \beta$

2) 1) Заметим, что в нач. положении $p_1 = p_2$, т.к. процесс ^{медленный} равновесный, $(\Delta p_{горизонт} = 0)$

Ур-я состояния:

аргон - $p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$

криpton - $p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$

Поделим их: $\frac{p_1 V_1 = \nu_1 R T_1}{p_2 V_2 = \nu_2 R T_2}$

$(\nu_1 = \nu_2 = \nu)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

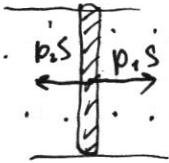
Выводим: ρ

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_{\text{арг.}}}{V_{\text{крист.}}} = \frac{320}{400} = 0,8$$

(ЗСЭ в термодин. виде, $U_{\text{м.}} = 0$)

- 2) Сосуд теплоизолирован, $Q_{\text{внеш.}} = 0 \Rightarrow U_1 + U_2 = U_1' + U_2'$
Конечно, по отдельности каждый газ совершает работу,
т.к. поршень движется:



Но процесс равновесный, $p_1 s = p_2 s$ в каждый момент времени \Rightarrow

$\Delta A_1 = \Delta A_2$; $p_2 s \Delta x = p_1 s \Delta x$ (можно считать из внутр. сил, в сист.
"арг.+крист." из суммарной работа = 0)

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} \nu_1 R T_0 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_0 \quad (\text{где } T_0 = T_{\text{уст.}})$$

$$T_1 + T_2 = 2T_0$$

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} \neq$$

$$T_0 = 360 \text{ K}$$

- 3) Когда система перейдет в н. тепловое равновесие, объём
газов станет равен: $\frac{p_1 V_1 = \nu_1 R T_0}{p_2 V_2 = \nu_2 R T_0} \quad \frac{V_1}{V_2} = 1 \Rightarrow$

\Rightarrow кристалл сжимается, $A_{\text{кр.}} < 0$.

По началу термодинамики:

$$Q_{кр.} = U_{кр.2} - U_{кр.1} + A_{кр.}$$

$$Q_{агр.} = U_{агр.2} - U_{агр.1} + A_{агр.}$$

Отметим, что $Q_{кр.} = -Q_{агр.}$ (система замкнута), а $A_{кр.} = -A_{агр.}$

(см. п. 2)

Приравняем выражения:

$$U_{кр.2} - U_{кр.1} + A_{кр.} = - (U_{агр.2} - U_{агр.1} + A_{агр.})$$

$$U_{кр.2} - U_{кр.1} + A_{кр.} = -U_{агр.2} + U_{агр.1} - A_{агр.}$$

Выразим:

$$A_{агр.} = Q_{агр.}$$

$$U_{кр.1} - U_{кр.2} = U_{агр.2} - U_{агр.1}$$

Для системы «агрегат + криотон» сумма работ внутр. сил равна 0, т.е. всё тепло, которое отдал криотон, равно разности его внутренней энергии

$$Q_{кр.} = -Q$$

$$-Q = U_2 - U_1$$

$$-Q = \frac{3}{2} \nu_2 R T_0 - \frac{3}{2} \nu_2 R T_2$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu_2 R (T_2 - T_0) \neq$$

$$Q = \frac{3 \cdot 3 \cdot 8,31 \cdot 40^4}{2 \cdot 5} = 36 \cdot 8,31 \approx 300 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \underline{36} \\ 4986 \\ \underline{2493} \\ 29916 \end{array}$$

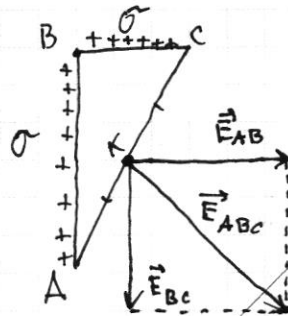
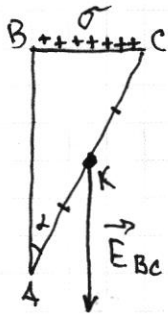
Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = 0,8$

2) $T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360 \text{ K}$

3) ~~криотон~~ отдал агрегату $Q = \frac{3}{2} \nu_2 R (T_2 - T_0) = 300 \text{ Дж}$
 $= 300 \text{ Дж}$

3) Контр. зм

1) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ для пая, одр. бесконечной пластинкой с σ

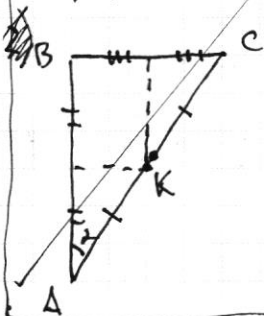


$$E_{AB} = E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

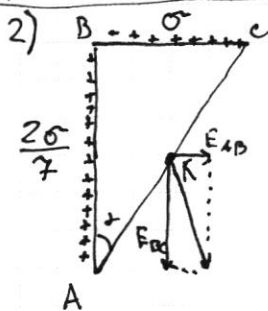
$$E_{AB} = E_{BC} \Rightarrow \text{по т. Пифагора } E_{ABC} = \sqrt{2} E_{AB}$$

$$\frac{E_{ABC}}{E_{AB}} = \frac{\sqrt{2} E_{AB}}{E_{AB}} = \sqrt{2}$$

Отметим еще, что K ~~с~~ располагается на оси симметрии двух пластин, перпендикулярной каждой пластинке



П.к. $AK = KC \Rightarrow$ при любых \angle верно данное утверждение (по подобию Δ)



$$E_{AB} = \frac{2\sigma}{7 \cdot 2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{7\epsilon_0}$$

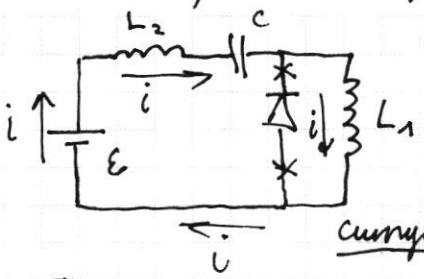
$$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\text{По т. Пифагора } E_{ABC} = \sqrt{\frac{1}{49} \frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2} + \frac{1}{49} \frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2}} \neq$$

! пункт 1 на стр. 9!

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

④ 1) При замыкании ключа ток ^{будет течь} ~~идёт~~ по цепи ^{под действием} ~~под действием~~ \mathcal{E} батареи через C , L_1 и L_2



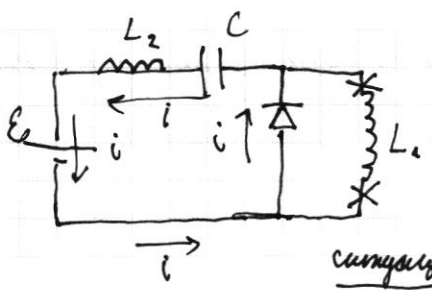
При такой ситуации $T_1 = 2\pi \sqrt{C(L_1 + L_2)} \Rightarrow$
 $T = 2\pi \sqrt{9CL}$

ситуация 1

Перед тем как сменить направление, ток станет равен 0 \Rightarrow пройдёт $t_1 = \frac{T_1}{2}$ таких колебаний

$$t_1 = 3\pi \sqrt{CL}$$

Период колебаний всей системы $T_0 = t_1 + t_2$



Когда ток сменит направление, он течёт только по $L_2, C \Rightarrow T_2 = 2\pi \sqrt{CL_2} \Rightarrow$
 $T_2 = 2\pi \sqrt{4CL}$

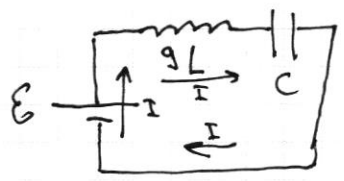
ситуация 2

Когда ток снова остановится, пройдёт $t_2 = \frac{T_2}{2}$

$$t_2 = 2\pi \sqrt{CL}$$

$$T_0 = 5\pi \sqrt{CL}$$

2) Ток через \mathcal{E} течёт через L_1 в 1 ситуации
 Заменим на эквивалентной ветке



При колебаниях

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cancel{U_c = \epsilon E} \quad U_L = LI'; \quad I_c = CI'$$

при $I_{01} = I_{\max}$ $I' = 0 \Rightarrow U_L = 0 \Rightarrow U_c = \epsilon$

По ЗСЭ:

$$A_{\delta} = \Delta W$$

$$W_i = 0 \quad (\cancel{W_c = 0}; \cancel{W_L = 0} \text{ при } t=0)$$

$$W_z = \frac{qL I_{01}^2}{2} + \frac{CI^2}{2} = \frac{1}{2} qL I_{01}^2 + \frac{1}{2} C \epsilon^2$$

$$A_{\delta} = q \epsilon \quad (A_{\delta} > 0; \quad \vec{I} \rightarrow)$$

$$W_c = \frac{1}{2} C \epsilon^2 = \frac{1}{2} \frac{d^2}{C}$$

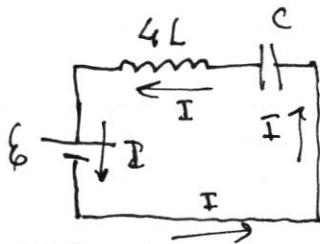
$$q = \sqrt{2 C \epsilon} \quad C \epsilon$$

$$C \epsilon^2 = \frac{1}{2} qL I_{01}^2 + \frac{1}{2} C \epsilon^2$$

$$\frac{1}{2} C \epsilon^2 = \frac{1}{2} qL I_{01}^2$$

$$I_{01} = \sqrt{\frac{C \epsilon^2}{qL}} = \sqrt{\frac{C}{qL}} \epsilon = \frac{1}{3} \epsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$$

- 3) I_{01} может стать макс. для L , если во 2 ситуации $I_{02} < I_{01}$
Заметим на эту конкретную ситуацию:



Аналогично $U_L = LI'; \quad I_c = CI'$

при $I_{02} = I_{\max}$ $I' = 0 \Rightarrow U_L = 0 \Rightarrow U_c = \epsilon$

По ЗСЭ:

$$A_{\delta} = \Delta W$$

$$W_i = 0 \quad W_{c1} \text{ max}$$

Для нахождения $W_{c1} \text{ max}$ рассм. ЗСЭ 1 ситуации

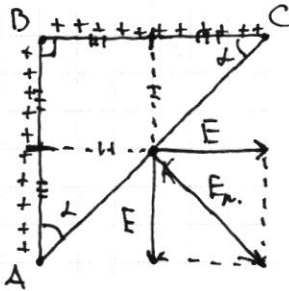
~~№ 3(3):~~

Смлем: 1) $T_0 = 5\pi \sqrt{LC}$

2) $I_{01} = \frac{1}{3} E \sqrt{\frac{C}{L}}$

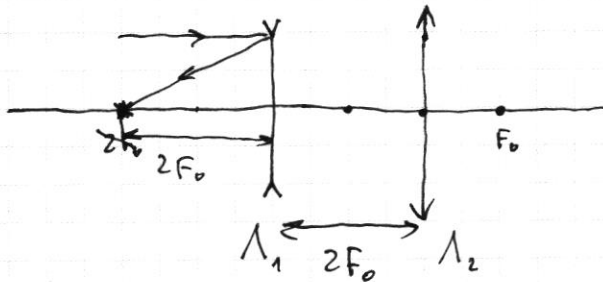
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- ③ 1) $L = \frac{R}{4} \Rightarrow$ *треугольник равнобедренный* и расстояние от двух пластин *до К* равно $\Rightarrow E_{AB} = E_{BC} = E$

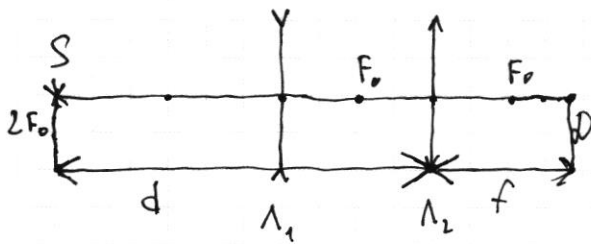


По т. Пифагора $E_r = \sqrt{2} \cdot E \Rightarrow$ напряжённость увеличится в $\sqrt{2}$ раз

- ⑤ 1)



Свет сначала падает на L_1 , затем L_2 и ^{поток на} детектор \Rightarrow
 S - изображение в L_1 , оно же явл. предметом для L_2 , а
 изображение L_2 фронтально совпадает с детектором
 Тирок, пад. на L_1 , параллельна ОС $L_1 \Rightarrow S$ находится в
 фокусе L_1 (за L_1)



S - изобр. для Λ_2 , $d = 4F_0$, f - иск. расстояние

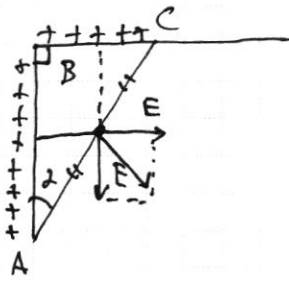
По ур. тонкой линзы

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{4F_0} + \frac{1}{f} \quad (\text{изобр. в } \Lambda_2 \text{ действит., т.к. } S \text{ и } D \text{ по разные ст. от } \Lambda_2)$$

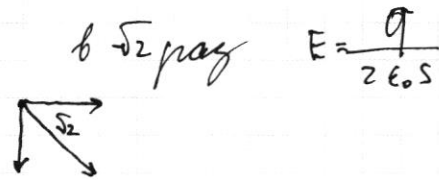
$$\frac{1}{f} = \frac{4 - 1}{4F_0} = \frac{3}{4F_0}$$

$$f = \frac{4}{3}F_0$$

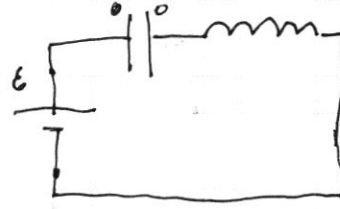
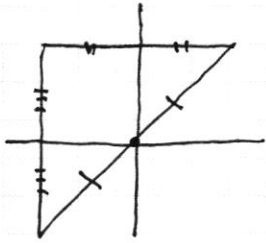
Ответ: расстояние от Λ_2 до детектора равно $\frac{4}{3}F_0$



$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

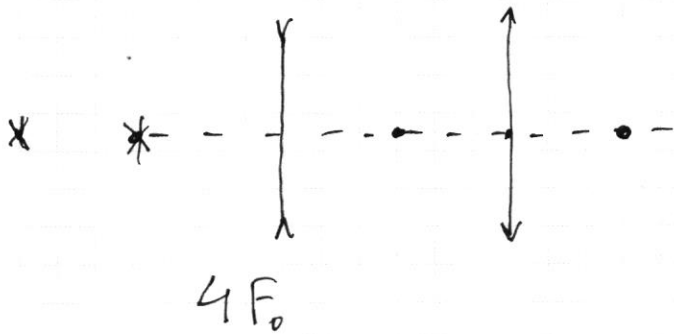


$$E = \frac{q}{2\epsilon_0 S}$$



26

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} C E^2 \quad q = \sqrt{C^2 E^2} = C E$$



$$\frac{1}{4F_0} = \frac{1}{4F_0} + \frac{1}{f}$$

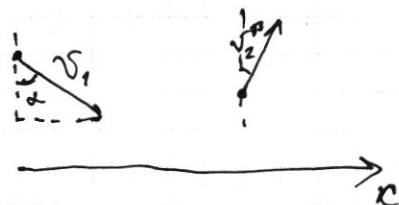
$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{4F_0} + \frac{3}{4F_0}$$

$$\frac{18}{0,8} = 22,5$$

$$Q_{\text{кр.}} = U_{\text{кр.2}} - U_{\text{кр.1}}$$

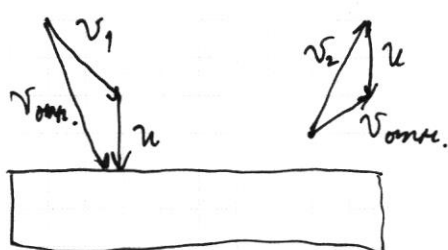
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

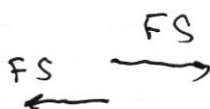
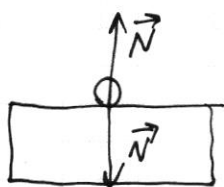


$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$



$$v_2 \cos \beta = u$$



②

$$p V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$p V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} \quad p_1 = p_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{320}{400} \quad \frac{32}{40} \cdot \frac{8}{10} = 0,8$$

$$u_1 = \frac{3}{2} \nu R T_1$$

$$u_2 = \frac{3}{2} \nu R T_2$$

$$\Delta u_1 = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_0)$$

$$\Delta u_2 = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_0)$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_0 - T_1 = T_2 - T_0$$

$$2T_0 = T_2 + T_1$$

$$\frac{720}{2} = 360 \text{ K}$$

$$Q_{кр.} = \Delta u + A_2 \quad Q_{срн.} = \Delta u +$$

$$-Q = u_2 - u_1 - A_2$$