Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

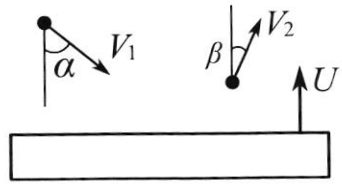
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 18 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{3}{5}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

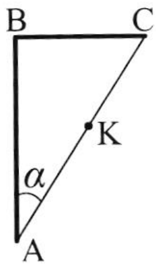
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона T_1 = 320 К, а криптона T_2 = 400 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

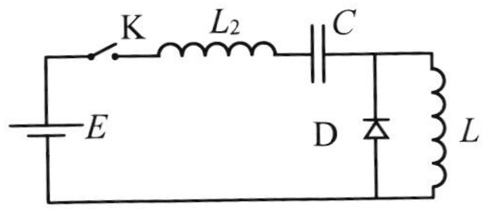
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

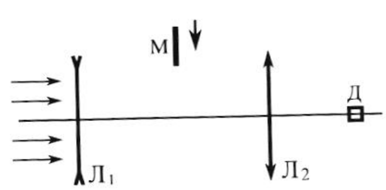


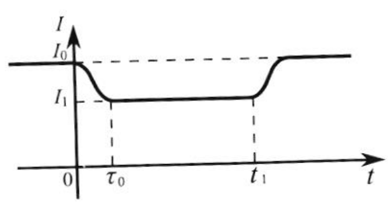
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$





.

1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

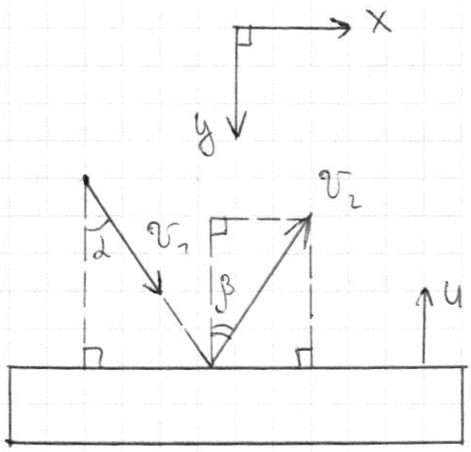
$v_1 = 18$ м/с

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{3}{5}$

1) v_2 - ?

2) u - ?



Поскольку на систему шарик-плита не действуют внешние силы, то можно записать закон сохранения импульса на оси x и y:

x: $v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

y: $v_2 \cos\beta = v_1 \cos\alpha + 2u$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{4}{5}$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{18\,\text{м/с} \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 3} = 20 \text{ м/с}$$

При соударении движущегося шарика с движущейся со скоростью u массивной стенкой проекция скорости шарика, перпендикулярная поверхности стенки увеличивается на $2u$.

$$u = \frac{v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha}{2} = \frac{20\,\text{м/с} \cdot \frac{4}{5} - 18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = (8 - 3\sqrt{5}) \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 20$ м/с 2) $u = \frac{v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha}{2} = (8 - 3\sqrt{5})$ $\frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

②

$\nu = \frac{3}{5}$ моль

$T_1 = 320$ K

$T_2 = 400$ K

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot K}$

1) $\frac{V_1}{V_2}$ - ?

2) T - ?

3) Q - ?

Поршень двигается медленно, значит в любой момент времени давления в обеих частях сосуда можно считать одинаковыми.

p - давление в процессе

V_1 - начальный объем аргона

V_2 - начальный объем криптона

Уравнения Менделеева-Клайперона для начального состояния:

$$\begin{cases} pV_1 = \nu RT_1 \\ pV_2 = \nu RT_2 \end{cases} \Bigg| : \qquad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{5}$$

V_3 - объем аргона в конечном состоянии

V_4 - объем криптона в конечном состоянии

T - установившаяся температура

Уравнения Менделеева-Клайперона для конечного состояния:

$$\begin{cases} pV_3 = \nu RT \\ pV_4 = \nu RT \end{cases} \Rightarrow V_3 = V_4 = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{\nu RT_1 + \nu RT_2}{2p}$$

$$p \cdot \frac{\nu R(T_1 + T_2)}{2p} = \nu RT$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360 \text{ K}$$

~~Второй~~ Первый закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + \cancel{A}^{0}$$

ΔU - изменение внутренней энергии аргона

A - работа аргона

$$Q = \frac{3}{2}\nu R(T - T_1) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8{,}31 \cdot 40 \text{ Дж} = $$

$$= 299{,}16 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{5}$ 2) $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360$ K 3) $Q = \frac{3}{2}\nu R(T - T_1) = 299{,}16$ ~~Дж~~ Дж

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$\frac{E_2}{E_1}$ – ?

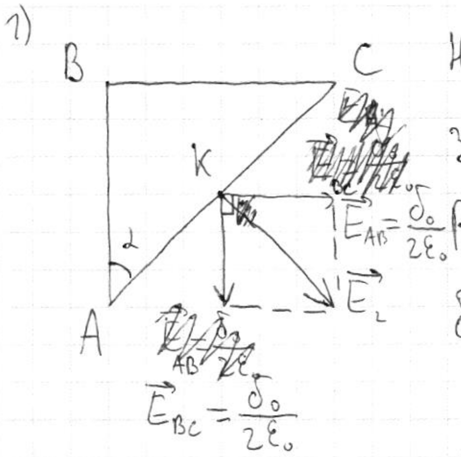
2) $\sigma_1 = \sigma$

$\sigma_2 = \frac{2}{7}\sigma$

$\alpha = \frac{\pi}{9}$

E_K – ?

1)



Напряженность бесконечной заряженной пластины равна $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

σ – поверхностная плотность зарядов

ε_0 – константа

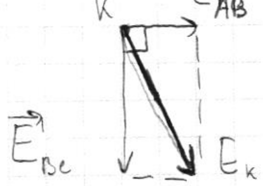
Если зарядить только пластину BC, то напряженность в точке K равна $E_1 = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$

σ_0 – поверхностная плотность зарядов на пластине AB и BC

Если зарядить обе пластины, то напряженность в точке K будет векторной суммой напряженностей, создаваемых каждой пластиной равной $E_2 = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\sqrt{2}$

$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2} \approx 1{,}4$

2) Напряженность в точке K будет векторной суммой напряженностей, создаваемых каждой пластиной равной $E_K = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{2}{7}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2} = \frac{\sqrt{53}}{14}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$



Ответ: 1) $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$ 2) $E_K = \frac{\sqrt{53}}{14}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$(\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12})$

(4)

$\mathcal{E}$

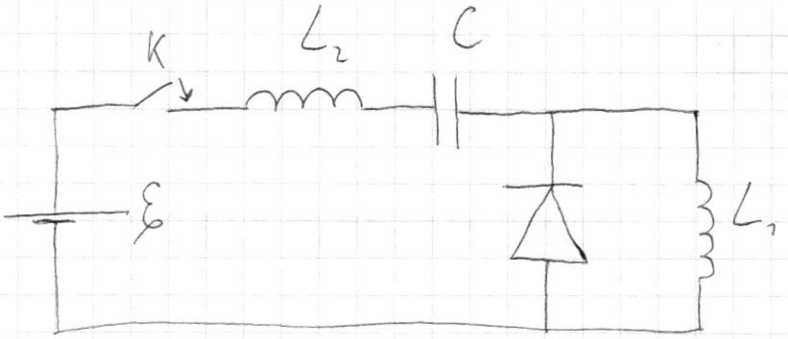
$L_1 = 5L$

$L_2 = 4L$

1) T − ?

2) I_{01} − ?

3) I_{02} − ?



После замыкания ключа ток в цепи будет линейно возрастать до значения I_{02} за время $\frac{1}{2}T$.

$T = \cancel{2\pi\sqrt{L_1+L_2}}\ 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C} = 6\pi\sqrt{LC}$

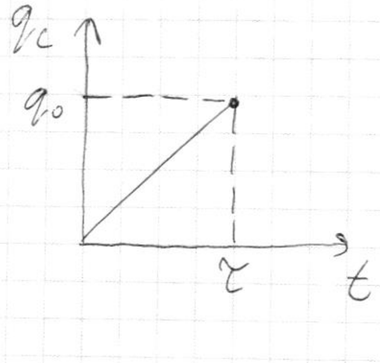
При значении тока I_{02} напряжение на катушках не будет, а будет только на конденсаторе. Напряжение на катушке равно $U_L = -L\frac{dI}{dt}$

L - индуктивность

$\frac{dI}{dt}$ - производная тока по времени

Поскольку ток в цепи сначала увеличивается, а напряжения на катушках равны 0 при токе I_{02}, то I_{02} - именно максимальное значение тока через L_2.

График зависимости заряда на конденсаторе от времени:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 (продолжение)

За время τ конденсатор зарядится до заряда q_0.

~~В этот мо~~ Второе правило Кирхгофа:

$$\mathcal{E} = U_{L1} + U_C + U_{L2}$$

U_{L1}, U_{L2} – напряжения на катушках

U_C – напряжение на конденсаторе

В момент времени τ $U_C = \mathcal{E} = \frac{q_0}{C}$ $\quad q_0 = C\mathcal{E}$

~~I_{02} – это значение площади под графиком заряда конденсатора от времени~~

~~$I_{02} = \frac{q_0\tau}{2} = \frac{q_0 T}{4} = \frac{3q_0\pi}{2}\sqrt{LC}$~~

$$I_{02} = \frac{q_0}{\tau} = \frac{C\mathcal{E}\cdot 2}{T} = \frac{2C\mathcal{E}}{6\pi\sqrt{LC}} = \cancel{\frac{C\mathcal{E}}{3\pi}}\ \frac{\mathcal{E}}{3\pi}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Максимальный ток через первую катушку будет при напряжении на ней равном нулю, то есть за мгновение перед тем как через диод пойдет ток

Ответ: 1) $T = 6\pi\sqrt{LC}$ $\quad$ 3) $I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{3\pi}\sqrt{\frac{C}{L}}$

⑤ τ_0

$-2F_0, F_0$

D

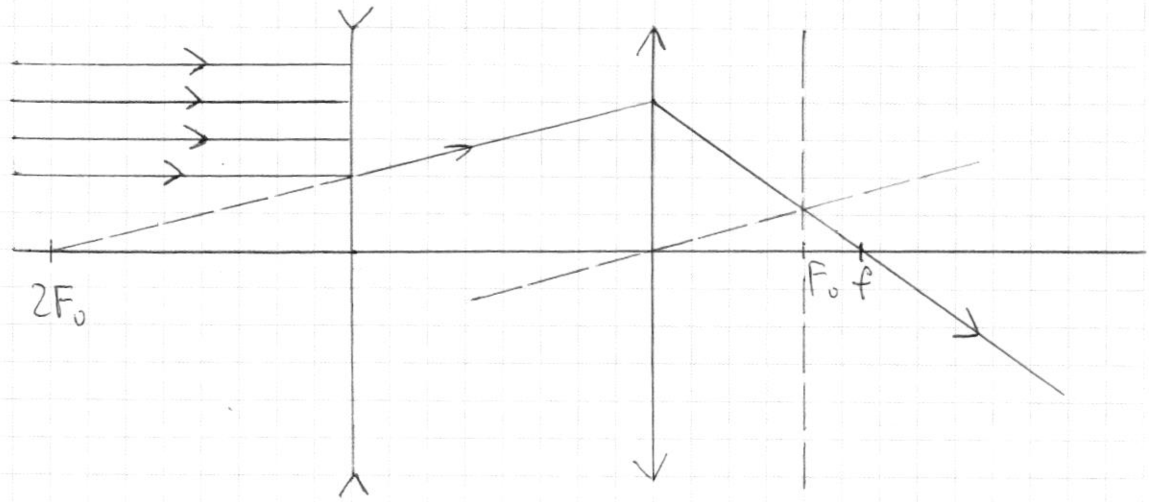
$I \sim P$

$I_1 = \frac{7}{16} I_0$

1) f - ?

2) v - ?

3) t_1 - ?



После прохождения лучами рассеивающей линзы их продолжения ~~соберутся в~~ пересекутся в ее фокусе. Далее для собирающей линзы пересечение этих лучей можно считать действительным предметом, т.е. как-будто все они выходят из этой точки.

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{4F} + \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{4}{3} F$$

$$D = v(t_1 - \tau_0)$$

Поскольку сила тока на фотодетекторе прямо пропорциональна мощности падающего на него света и $I_1 = \frac{7}{16} I_0$, то мишень перекрывает $\frac{9}{16}$ всего света $\Rightarrow$

длина мишени $l = \frac{9}{16} D$

$l = v\tau_0 \quad v = \frac{l}{\tau_0}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 (продолжение)

$D = v(t_1 - \tau_0)$

$D = \frac{l}{\tau_0} t_1 - l$

$t_1 = \frac{D+l}{l}\tau_0$

~~Ответ: 1) $f = \frac{4}{3}F$ 2) $v = \frac{l}{\tau_0}$ 3) $t_1 = \frac{D+l}{l}\tau_0$~~

$$t_1 = \frac{D + \frac{9}{16}D}{\frac{9}{16}D}\tau_0 = \frac{25}{9}\tau_0$$

Ответ: 1) $f = \frac{4}{3}F$ 2) $v = \frac{9}{16}\frac{D}{\tau_0}$ 3) $t_1 = \frac{25}{9}\tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

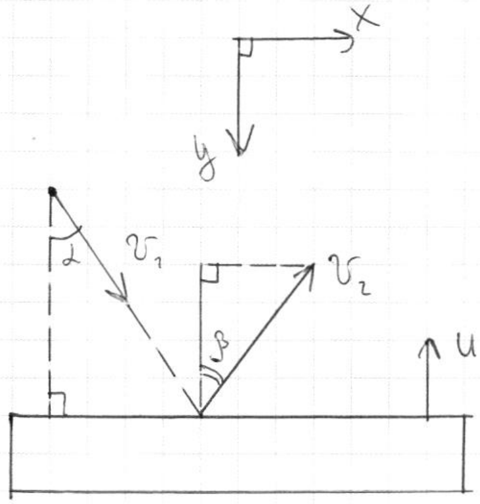
$u, v_1 = 18$ м/с

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{3}{5}$

1) v_2 - ?

2) u - ?



Поскольку на систему шарик-плита не действуют внешние силы вдоль оси y, то можно записать закон сохранения импульса на ~~оси~~ ось y:

$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

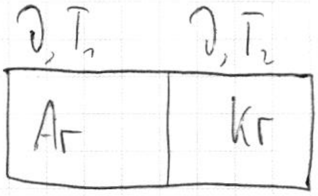
~~$v_1 \cos\alpha = v_2 \cos\beta + 2u$~~

$\cos\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta} = \frac{4}{5}$

$v_2 = \frac{v_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{18 \text{ м/с} \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 3} = 20$ м/с

~~$u = \frac{v_1\cos\alpha - v_2\cos\beta}{2} = \frac{18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ м/с} - 20 \cdot \frac{4}{5} \text{ м/с}}{2} = (3\sqrt{5} - 8)$ м/с < 0~~

$v_2 \cos\beta = v_1 \cos\alpha + 2u$



$p_0 V_1 = \nu R T_1$

$p_0 V_2 = \nu R T_2$

~~P2~~

$\cancel{P = \frac{N}{V} kT}$

$p_1 V_3 = \nu R T$

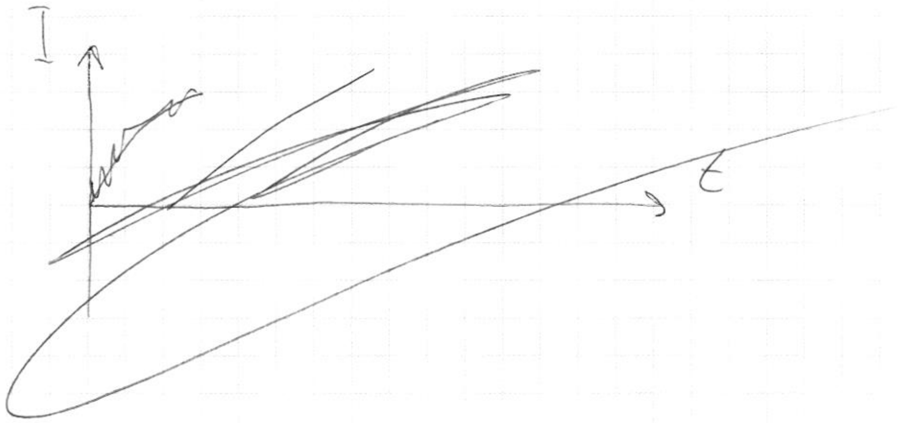
$p_1 V = \nu R T$

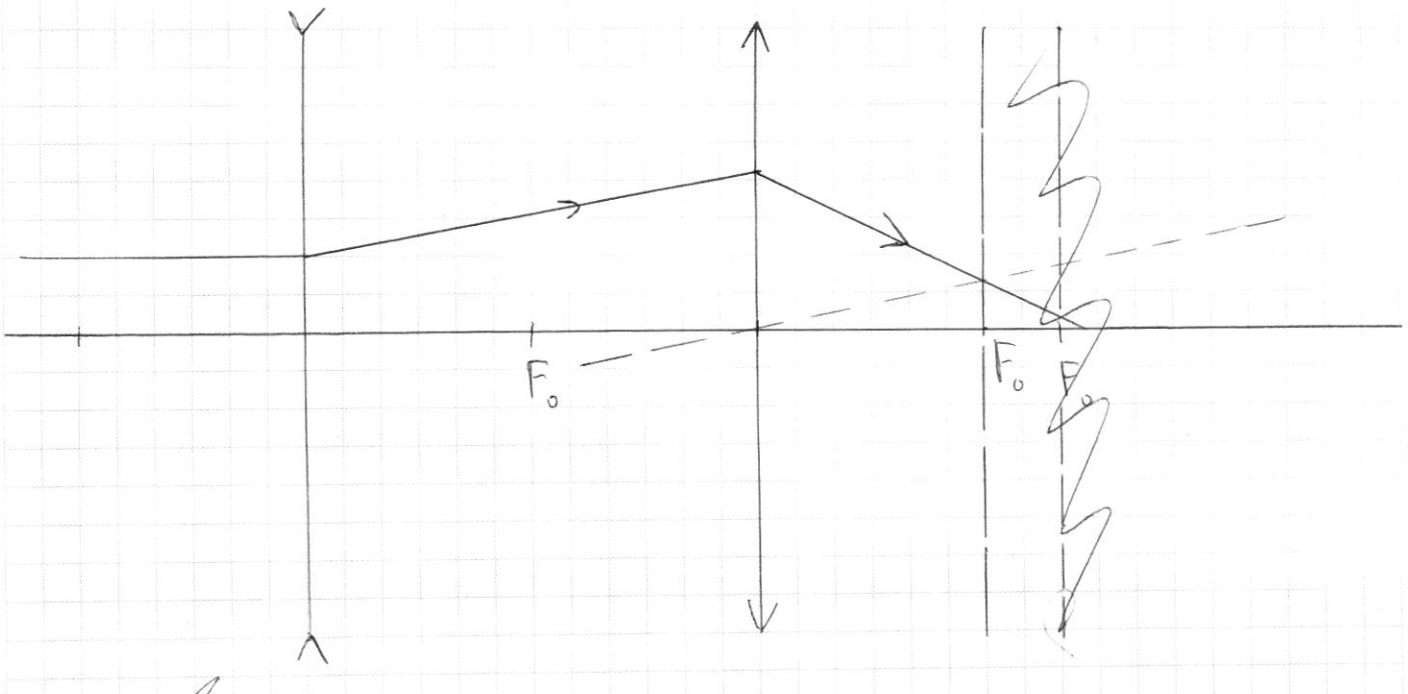
$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{49}} = \sqrt{\frac{49+4}{49 \cdot 4}} = \frac{\sqrt{53}}{14} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$9 \cdot 8{,}31 \cdot 4 =$

$$\begin{array}{r} \times\ 8{,}31 \\ 36 \\ \hline +\ 4986 \\ 2493 \\ \hline 299{,}16 \end{array}$$





$\cancel{\frac{1}{F} = \frac{1}{5F} + \frac{1}{f}}$

$\cancel{f = \frac{5F-F}{5F} = \frac{5}{4}F}$

$\frac{1}{F} = \frac{1}{4F} + \frac{1}{f}$

$f = \frac{4}{3}F$