Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

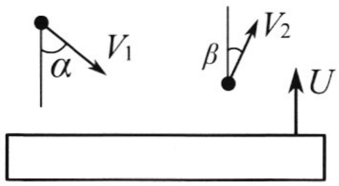
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



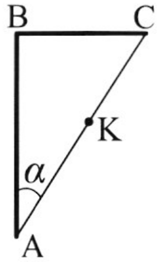
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

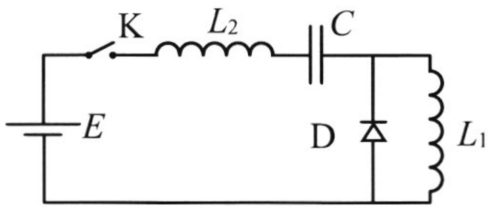
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

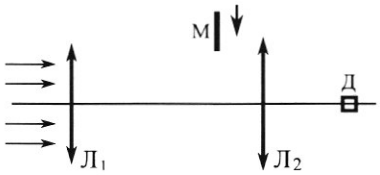
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

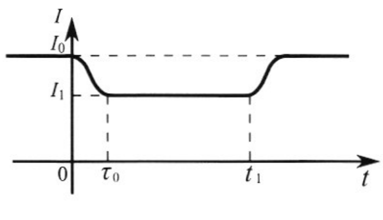
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.

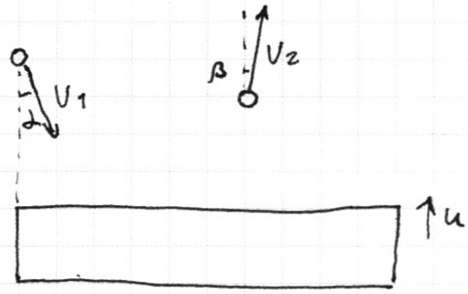




1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

№1.



1) Плита двигается только вертикально, а это значит что горизонтальный импульс шара не поменялся

Значит:

$$m \cdot V_1 \sin\alpha = m \cdot V_2 \sin\beta$$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = V_1 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2V_1 = 12 \text{ м/с}$$

2) Если бы удар был абсолютно упругим, то после отскока шарик имел бы вертикальную скорость V_3 ~~ро по~~ равную $2u + |V_1 \cos\alpha| =$

$= 2u + 6 \cdot \cos\alpha$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$V_3 = 2u + 2\sqrt{5}$$

Но шарик имеет скорость $V_2 \cos\beta$

$$V_2 \cos\beta = 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2}$$

Удар был неупругим $\to$ скорость $V_2 \cos\beta$ меньше V_3

$$12\sqrt{2} < 2u + 2\sqrt{5}$$

$$u > \frac{12\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2} = 6\sqrt{2} - \sqrt{5} \to u > 6\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

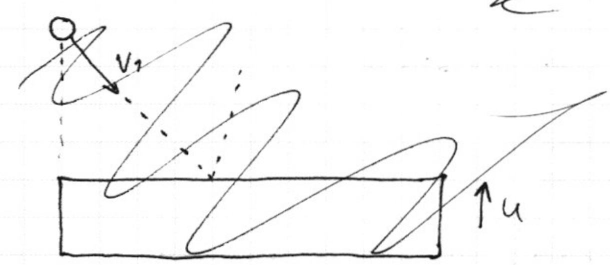
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



$$\frac{m(V_1\cos\alpha)^2}{2}+\frac{Mu^2}{2}=\frac{Mu^2}{2}+\frac{m(V_2\cos\beta)^2}{2}+E$$

$\cancel{V_1\cos_2\alpha}$

$\cos\alpha=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt5}{3}$

$\cos\beta=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\frac{2\sqrt2}{3}$

$E=-\frac{m}{2}\cdot\left(\left(V_1\frac{\sqrt5}{3}\right)^2-\left(2V_1\frac{2\sqrt2}{3}\right)^2\right)=$

$=-\frac{m}{2}\left(\frac{5}{9}V_1-\frac{32}{9}V_1\right)=-\frac{m}{2}\cdot(-3V_1)=\frac{3}{2}mV_1$

p_1:

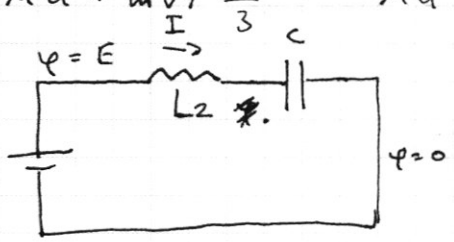
$mV_1\cos\alpha+Mu$

$Mu+mV_1\frac{\sqrt5}{3}$

p_2:

$-mV_2\cos\beta+Mu$

$Mu-2mV_1\cdot\frac{2\sqrt2}{3}$



$I=max\rightarrow\dot I=0\Rightarrow U_1=0\rightarrow L_1$ - провод

$q=C\varphi\qquad I=\dot q=c\dot\varphi\qquad u=\varphi$

$E-\varphi=\dot IL_2\qquad\varphi=E-\dot IL_2\quad E-\varphi=L_2\dot I$

$I=c(-L_2\ddot I\dot I)$

ЗСЭ:

$E\Delta q+\frac{L_2I^2}{2}+\frac{L_1I^2}{2}+\frac{CU^2}{2}=0$

$\cancel{EI+\frac{L_2I^2}{2}}$

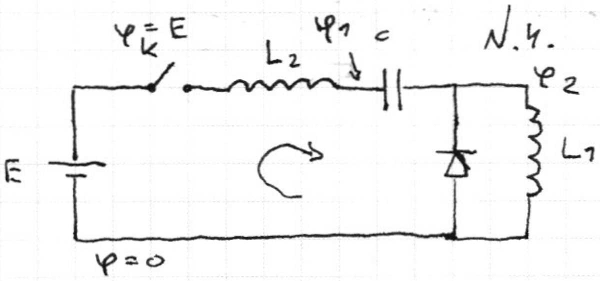
$EI+\frac{(L_1+L_2)I^2}{2}+\frac{CE^2}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N.4.



$L_1 = 3L$

$L_2 = 2L$

1) Расставим потенциалы и посчитаем падения напряжения в контуре по часовой стрелке.

$-E + E - \varphi_1 + \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_2 - 0 = 0$

$$\begin{cases} E - \varphi_1 = U_{L_2} = L_2 \dot{I} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = U_C = \frac{q}{c} \\ \varphi_2 - 0 = U_{L_1} = L_1 \dot{I} \end{cases}$$

$-E + L_2 \dot{I} + \frac{q}{c} + L_1 \dot{I} = 0$

$(L_2 + L_1)\dot{I} + \frac{q}{c} - E = 0$

$I = \dot{q} \to \dot{I} = \ddot{q}$

$(L_2 + L_1)\ddot{q} + \frac{q}{c} - E = 0$

$q = -(L_2 + L_1) \cdot c \cdot \ddot{q} + Ec$

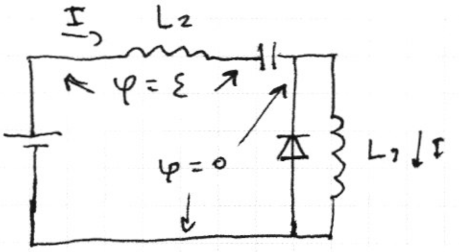
$q = -w^2 \ddot{q} + EC \to w^2 = (L_2 + L_1)c \to w = \sqrt{c(L_1 + L_2)}$

$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{c(L_1 + L_2)}} = \frac{2\pi}{\sqrt{5cL}}$

2) Найти max. ток через L_1

если через L_1 течет максимальный ток, то $\dot{I} = 0 \to L_1$ и L_2 становятся по сути проводами и напр. на них $= 0 \to U_C = E$

Запишем ЗСЭ:



$$EI + \frac{L_2 I^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} + \frac{CE^2}{2} = 0$$

$$\left(\frac{L_1 + L_2}{2}\right) I^2 + I \cdot E + \frac{CE^2}{2} = 0$$

$$D = E^2 - 4 \cdot \frac{CE^2}{2} \cdot \frac{(L_1 + L_2)}{2} = E^2 - 5CE^2L$$

$$I = \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 5CE^2L}}{L_1 + L_2} \to I_m = \frac{-E + E\sqrt{1 - 5CL}}{L_1 + L_2} = \frac{E(\sqrt{1-5CL} - 1)}{5L}$$

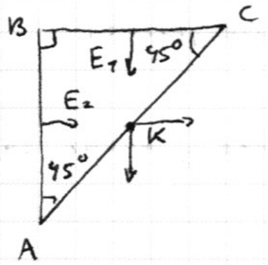
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

1)



Если $\angle \alpha = \frac{\pi}{4} = 45°$, то $\angle BCA = 180° - 90° - 45° = 45°$

Значит точка K равноудалена от пластины BC и пластины AB

Поле пластины:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Когда заряжена только BC, поле в точке $K = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ и направленно вниз $E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

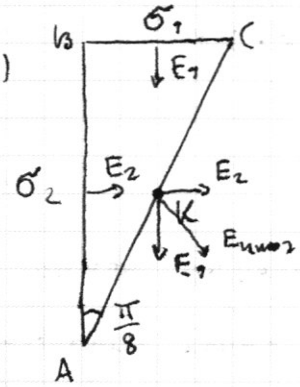
Когда заряжены обе пластины, добавляется поле $E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ направленное вправо

Суммарное поле второго случая (так как Δ равнобедренный и прямоуг.) $E_3 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} =$

$$= \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{2\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \sqrt{2}\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{\sqrt{2}\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}} = \sqrt{2}$$ — ответ на 1 вопрос

2)



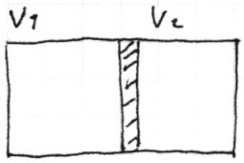
$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_{итог} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{4\sigma^2}{\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{9\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Ответ: $\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$

№2.



V_2 - объем неона

V_1 - объем гелия

1) В начале поршень покоился → давления в правой и левой частях сосуда были равны p. Запишем ур-я Клайперона-Менделеева:

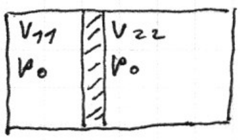
$$pV_1 = \nu R T_1$$
$$pV_2 = \nu R T_2$$

→ разделим: $\frac{pV_1}{pV_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2}$ ν одинаковое у обоих газов.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330\ K}{440\ K} = \frac{3}{4}$$ - ответ

2) Когда температуры выравняются, поршень опять станет покоиться. Значит давления слева и справа будут равны p_0. Пусть уст. темп. $= T_0$

Обозначим $V_{гелия} = V_{11}$, $V_{неона} = V_{22}$



$$p_0 V_{11} = \nu R T_0$$
$$p_0 V_{22} = \nu R T_0$$

$\to p_0 V_{11} = p_0 V_{22} \to V_{11} = V_{22}$

Обозначим V_1 и V_2 из пункта 1:

$$V_1 = 3V$$
$$V_2 = 4V$$

$\to V_1 + V_2 = 7V = V_{11} + V_{22} \to V_{11} = V_{22} = 3{,}5V$

Тогда:

$$\begin{cases} p = \frac{\nu R T_1}{3V} \\ p_0 = \frac{\nu R T_0}{3{,}5V} \end{cases}$$

$pV_1 + pV_2 = \nu R(T_1 + T_2) = p(V_1 + V_2) = p \cdot 7V$

$7pV = \nu R(T_1 + T_2)$

$p = \frac{\nu R(T_1 + T_2)}{7V}$

~~И в первом, и во втором Во втором случае перегородку можно убрать. Тогда посчитаем давление в сосуде (p_1 - давл гелия, p_2 - неона)~~

$\cancel{p_1 \cdot 7V = \nu R T_0}$

$\cancel{p_2 \cdot 7V = \nu R T_0}$

$\cancel{\to (p_1 + p_2) \cdot 7V = 2\nu R T_0}$ →

$\cancel{p_0 \cdot \underbrace{(V_{11} + V_{22})}_{=7V} = 2\nu R T_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Суммарная внутренняя энергия газов не меняется, значит

$\frac{i}{2}\nu R\Delta T_1 + \frac{i}{2}\nu R\Delta T_2 = 0$

$\frac{i}{2}\nu R(\Delta T_1 + \Delta T_2) = 0$

$\frac{i}{2}\nu R(T_0 - T_1 + T_0 - T_2) = 0 \to 2T_0 = T_1 + T_2 = 330K + 440K = 770K$

$T_0 = \frac{770K}{2} = 385K$

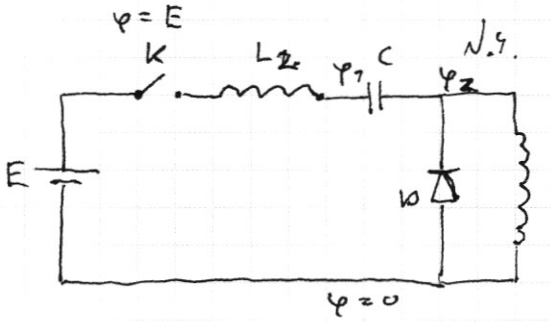
3) Количество переданной теплоты:

$Q = \Delta U = \frac{i}{2}\nu R\cdot(T_2 - T_0) = \frac{3}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8,31\cdot(440K - 385K) = \frac{3}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8,31\cdot 55 =$

$= \frac{3\cdot \overset{3}{\cancel{6}}\cdot \overset{11}{\cancel{55}}\cdot 8,31}{\cancel{2}\cdot \underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{9\cdot 11\cdot 8,31}{5} = \frac{18\cdot 11\cdot 8,31}{10} = \frac{198\cdot 8,31}{10} =$

$= \frac{1645,38}{10} = 164,538$ Дж

$$\begin{array}{r} 198 \\ \times\ 8,31 \\ \hline 198 \\ +\ 594 \\ 1584 \\ \hline 1645,38 \end{array}$$



№4.

После замыкания ключа возникает ток в цепи и колебания

Напишем закон сохранения энергии

$E\Delta q + \frac{L_2 I^2}{2} + \frac{CU^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} = 0$

~~Вначале нет напр. на конденсаторе → его $E = 0 \Rightarrow \frac{CU^2}{2} = 0$~~

~~$E\dot{q} + \frac{L_2 I^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} = 0$~~

$U_{L_2} = E - \varphi_1 = L_2 \dot{I}_2 \rightarrow \varphi_1 = E - L_2 \dot{I}_2$

$U_{L_1} = \varphi_2 = L_1 \dot{I}_1$

$x = -w^2 \ddot{x}$

через диод ток не течет $\rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_2$

$\frac{kx^2}{2} + mgx$

$k\dot{x} - mg = m\ddot{x}$

$U_C = \varphi_1 - \varphi_2 = E - (L_1 + L_2)\dot{I}$

Закон сохранения энергии:

$E\Delta q + \frac{L_2 I^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = 0$

$E\dot{I} + \frac{L_2 + L_1}{2} \cdot I^2 + \frac{C \cdot (E - (L_1 + L_2)\dot{I})^2}{2} = 0$

$\dot{I} = \ddot{q}$

$E\ddot{q} + 2{,}5L\dot{q}^2 + \frac{C}{2} \cdot (E^2 - 2 \cdot 5L \cdot \dot{I} + 25L^2 \cdot \dot{I}^2) = 0$

$E\ddot{q} + 2{,}5L\dot{q}^2 + \frac{C}{2}E^2 - C \cdot 5L \cdot \ddot{q} + \left(\frac{25}{2}CL^2\right) \cdot \ddot{q}^2 = 0$

$\ddot{q}(E - C \cdot 5L) + 2{,}5L \cdot \dot{q}^2 + \left(\frac{25CL^2}{2}\right)\ddot{q}^2 + \frac{C}{2}E^2 = 0$

2) max ток через L_1:

$\dot{I} = 0$

$-E + E - \varphi_1 + \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_2 - 0 = 0$

$-E + L_2\dot{I} + \frac{q}{C} + L_1\dot{I} = 0$

$-E + (L_1 + L_2)\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

$q = -C(L_1 + L_2)\ddot{q} + E$

$C(L_1 + L_2) = w^2 \rightarrow w = \sqrt{C(L_1 + L_2)}$

$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}}$

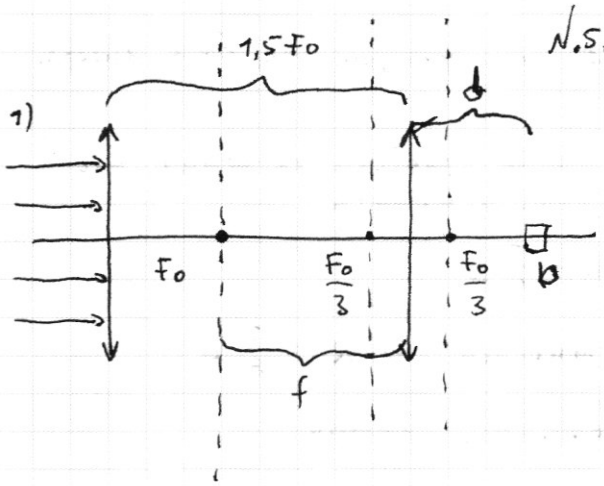
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

1)



Когда параллельный пучок света проходит через линзу 1, он фокусируется в фокусе этой линзы.

Чтобы свет сфокусировался в точке Ю после прохожу через линзу 2, нужно чтобы изображение Fo в линзе Л2 попадало в точку Ю. По формуле тонкой линзы:

$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ f - расст от фокуса первой линзы до второй линзы

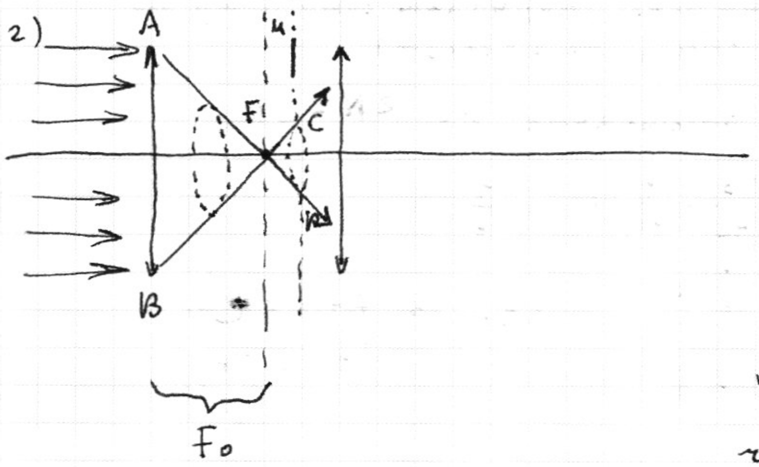
d - расст. от второй линзы до точки Ю

$f = 1,5F_0 - F_0 = 0,5F_0$

$F = F_0$

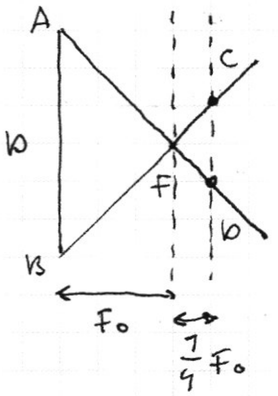
$\frac{1}{1,5F_0} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} \rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{1,5F_0}$ $\frac{3}{3F_0} - \frac{2}{3F_0} = \frac{1}{3F_0} \rightarrow d = 3F_0$

2)



Световые лучи фокусируются в точке Fo и дальше идут как бы ~~треугольником~~ конусом → мишень M попадая на этот треугольник, перекрывает его часть из-за чего меняется мощность света

Промежуток времени τ_0 - время вхождения мишени в конус света. При этом мы знаем, что $I_1 = \frac{8}{9} I_0$ → мишень по площади равна $\frac{1}{9}$ площади окружности света, которая явл. перп. сечением конуса на расстоянии $\frac{5}{4}F_0 - F_0 = \frac{1}{4}F_0$ от фокуса первой линзы



$\triangle AFB \sim \triangle FCD$ C, D - точки сечения плоск M и конуса

$$\frac{CD}{AB} = \frac{\frac{1}{4}F_0}{F_0} = \frac{1}{4} \to CD = \frac{1}{4}D$$

CD - диаметр окружности → $R = \frac{1}{8}D$

Тогда, посчитаем S окр-ти света

$$S = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot \frac{1}{64} D^2$$

Площадь мишени:

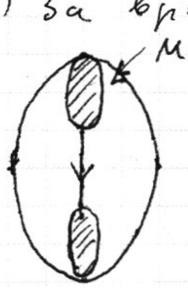
$$S_M = \frac{1}{9} \cdot S = \frac{\pi D^2}{64 \cdot 9}$$

За время τ_0 мишень проходит расстояние, равное своему диаметру (она полностью входит в конус)

$$R_M = \sqrt{\frac{\frac{\pi D^2}{64 \cdot 9}}{\pi}} = \sqrt{\frac{D^2}{64 \cdot 9}} = \frac{D}{24} \to D_M = \frac{D}{12}$$ - диаметр мишени

Тогда скорость $V_M = \frac{D_M}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$

3) За время $t_1 - \tau_0$ (когда мишень закрывает одну и ту же площадь света → $I = const$)



Мишень пройдет расстояние $x = 2R - 2R_M = \frac{1}{4}D - \frac{1}{12}D = \left(\frac{3}{12} - \frac{1}{12}\right)D = \frac{1}{6}D$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{x}{V_M} = \frac{\frac{1}{6}D}{\frac{D}{12\tau_0}} = 2\tau_0 \to \cancel{t_1 = 3\tau_0}$$

$t_1 = 3\tau_0$