

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

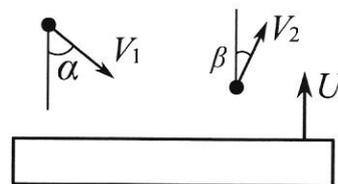
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

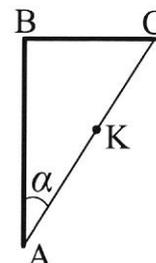
1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



- ✓ 1) Найти скорость V_2 .
- ✓ 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

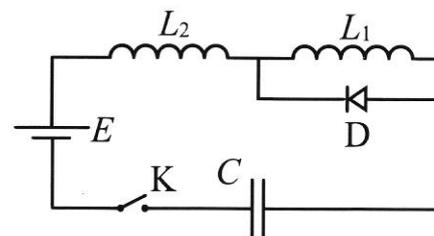
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).
- ✓ 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
 - ✓ 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
 - 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



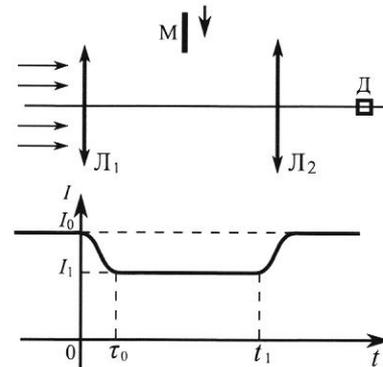
- + 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- + 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.

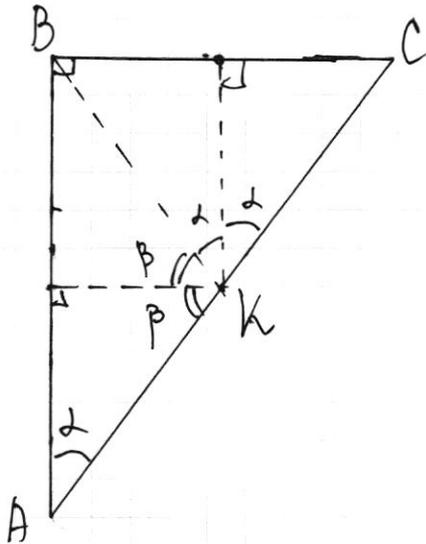


- † 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- † 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 13



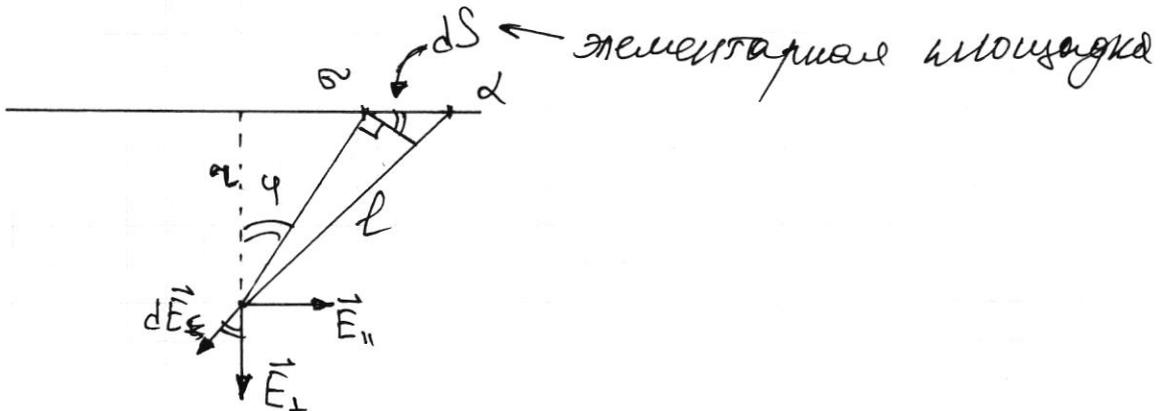
BK - медиана в $\triangle ABC$, $\angle B = 90^\circ$

$$\Delta BK = KC = KA$$

$\triangle BKC$ и $\triangle BKA$ - равнобедренные

$$\angle BKC = 2\alpha$$

$$\angle BKA = 2\beta = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \pi - 2\alpha$$



α - бесконечная плоскость заряженная постоянной
поверхностной плотностью σ .

$$dE_{\perp} = dE \cdot \cos\varphi = \frac{\sigma dS}{4\pi\epsilon_0 \cdot l^2} \cdot \cos\varphi$$

$$dE_{\perp} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dS \cos\varphi}{l^2} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot d(\Omega), \quad d\Omega - \text{т.е. элемент}$$

всего угла,
под которым
видна dS

$$\vec{E}_{\parallel} = 0 \quad \text{в силу симметрии}$$

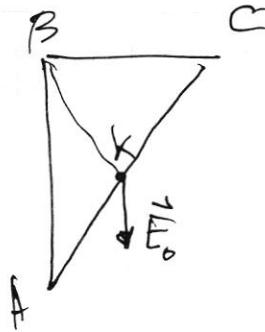
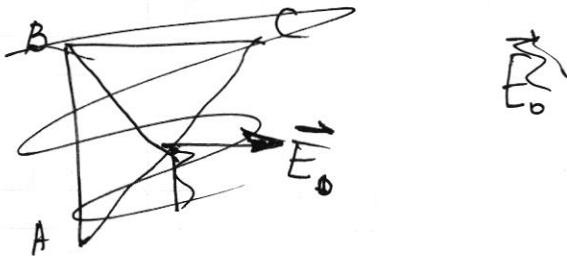
$$\vec{E} = \vec{E}_{\perp}$$

1) для BC и AB: $\Omega_{AB} = 4\pi \cdot \frac{2\beta}{2\pi} = 4\pi \cdot \frac{\pi - 2\alpha}{2\pi}$

скаляр $\sigma_{BC} = \sigma$, $\sigma_{AB} = 0$

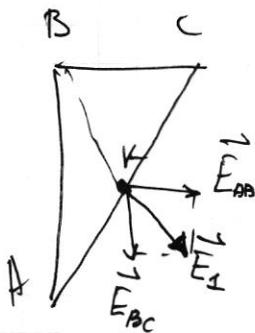
$$\Omega_{ABC} = 4\pi \cdot \frac{2\alpha}{2\pi} = 8\alpha$$

скаляр $\sigma_{AC} = \sigma$, $\sigma_{AB} = 0$



$$\vec{E}_0 = \vec{E}_{BC1} = \frac{\sigma_{BC}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \Omega_{BC}$$

$$E_0 = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi \cdot \frac{2\alpha}{\pi} = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

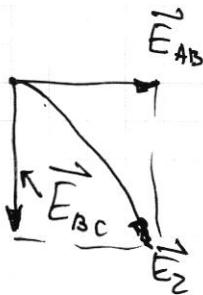


$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$$

$$E_1^2 = \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2$$

$$E_1 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \approx 1,4 \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \frac{E_1}{E_0} = 1,4$$

2)



$$E_{BC} = \frac{3\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi \cdot \frac{2\alpha}{\pi} = \frac{3\sigma}{\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi}{5}$$

$$E_{BC} = \frac{6\sigma}{5\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi \cdot \frac{\pi - 2\frac{\pi}{5}}{\pi} = \frac{3\sigma}{5\epsilon_0}$$

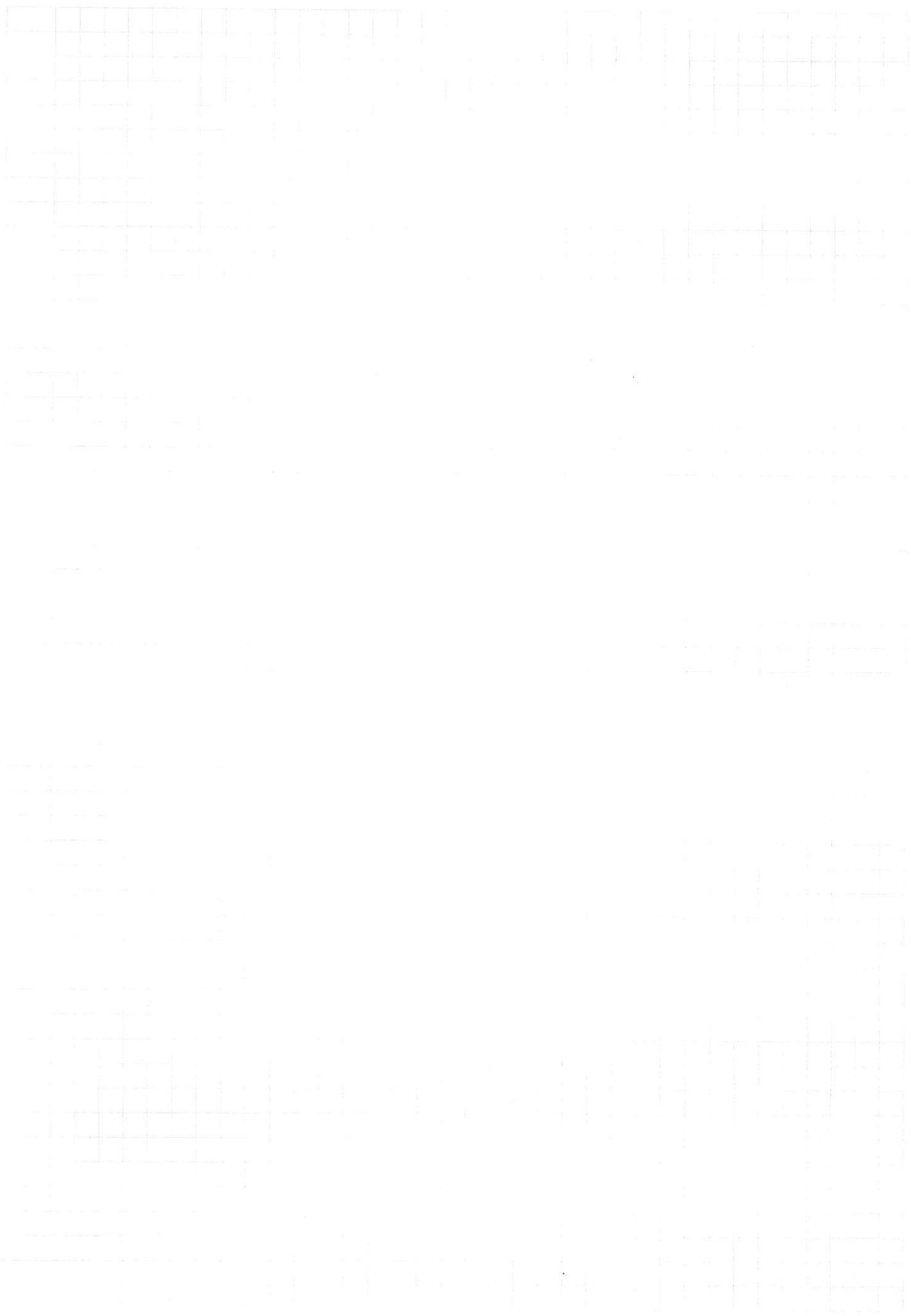
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$$

0,6 · 3,2
1,32

$$E_2^2 = \left(\frac{60}{5\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{30}{5\epsilon_0}\right)^2 = \frac{30}{5\epsilon_0} \cdot \sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}0}{5\epsilon_0} \approx 1,32 \frac{0}{\epsilon_0}$$

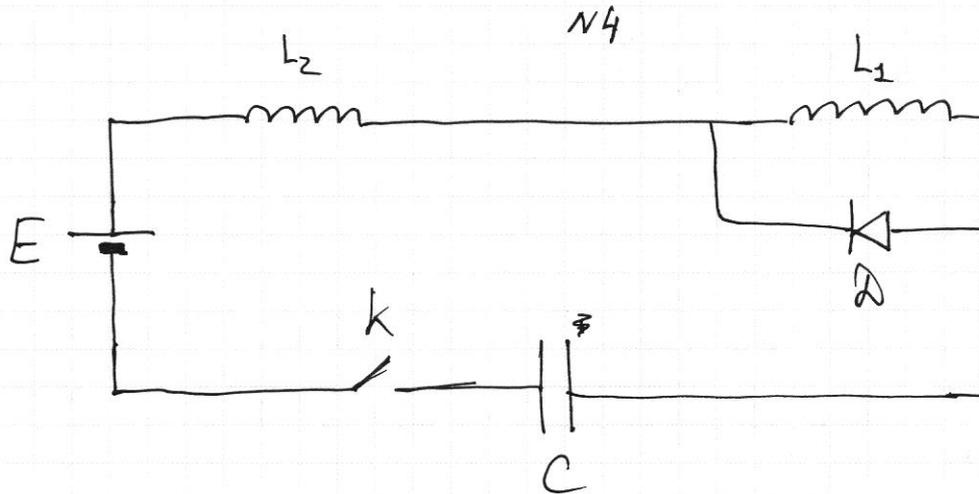
Ответ: 1,4 ; $1,32 \frac{0}{\epsilon_0}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$L_1 = 4L, \quad L_2 = 3L$$

q_c — заряд на конденсаторе

II закон Кирхгофа для обхода цепи по часовой стрелке:

$$E = L_2 \dot{I}_2 + L_1 \dot{I}_1 + \frac{1}{C} \cdot q_c$$

$$\dot{q}_c = I_1 = I_2$$

$$q_c = q$$

$$E = (L_2 + L_1) \ddot{q} + \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{(L_1 + L_2)C} q = \frac{E}{L_1 + L_2}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C}$$

$$q_1(t) = CE \left(1 - \cos \omega_1 t \right), \quad \text{где } \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{7LC}}$$

из II з-на Кирхгофа для обхода цепи против часовой стрелки

$$E = q \cdot \frac{1}{C}$$

$$q_c = q$$

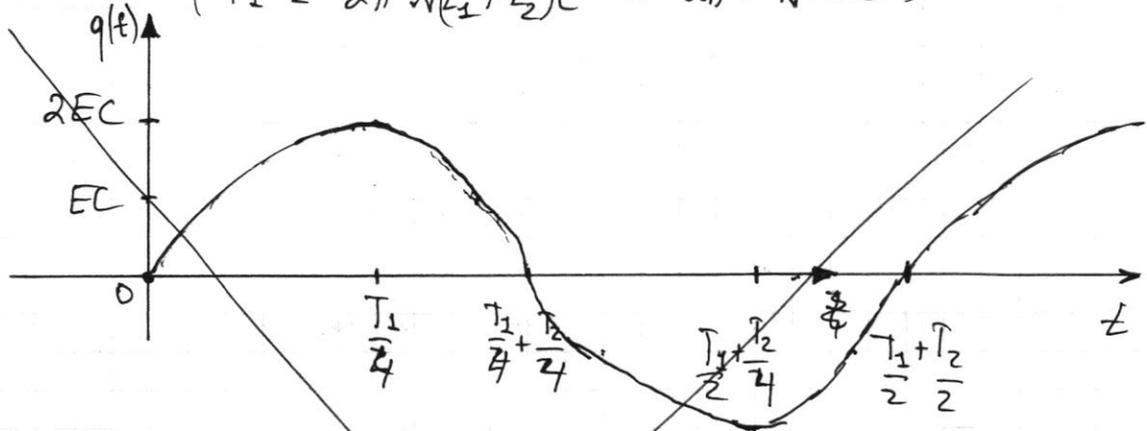
$$\dot{q}_L = 0 \quad (u_L = 0)$$

$$E = \frac{1}{C} \cdot q + L_2 \cdot \ddot{q}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{L_2 C} q = \frac{E}{L_2}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{L_2 C} = 2\pi \cdot \sqrt{3LC}, \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$

$$(T_1 = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} = 2\pi \cdot \sqrt{7LC})$$



$$T^{\#} = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 2\pi \sqrt{LC} \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2} = (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot \pi \sqrt{LC}$$

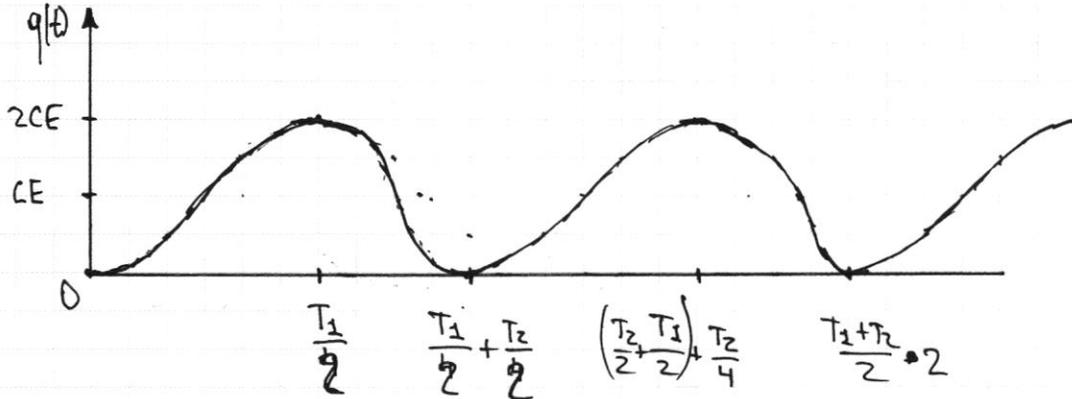
$$T^{\#} \quad T \approx$$

в момент времени $\frac{T_1}{2} \cdot n + \frac{T_2}{4}$, $n \in \mathbb{Z}$

$$y_{L_1} = \dot{q}_1(t) = CF \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_1 + T_2}\right)$$

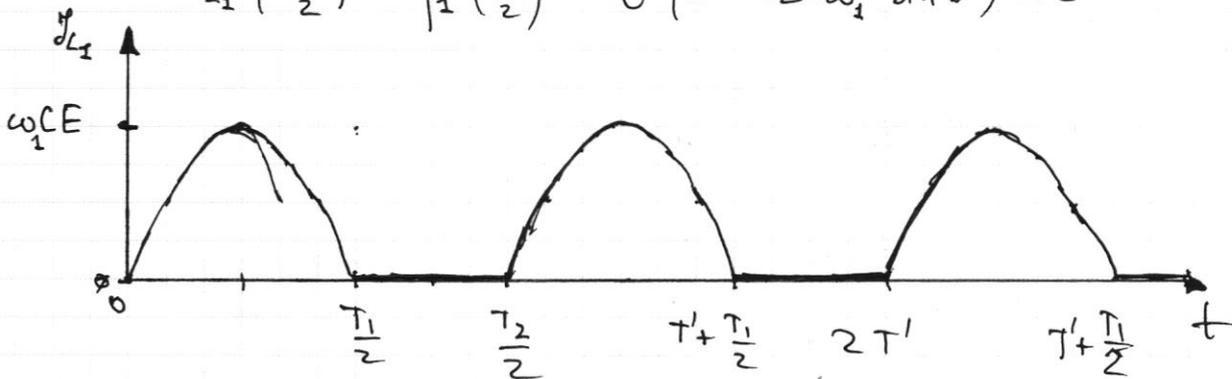
$$y_{L_1} = \dot{q}_1(t) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

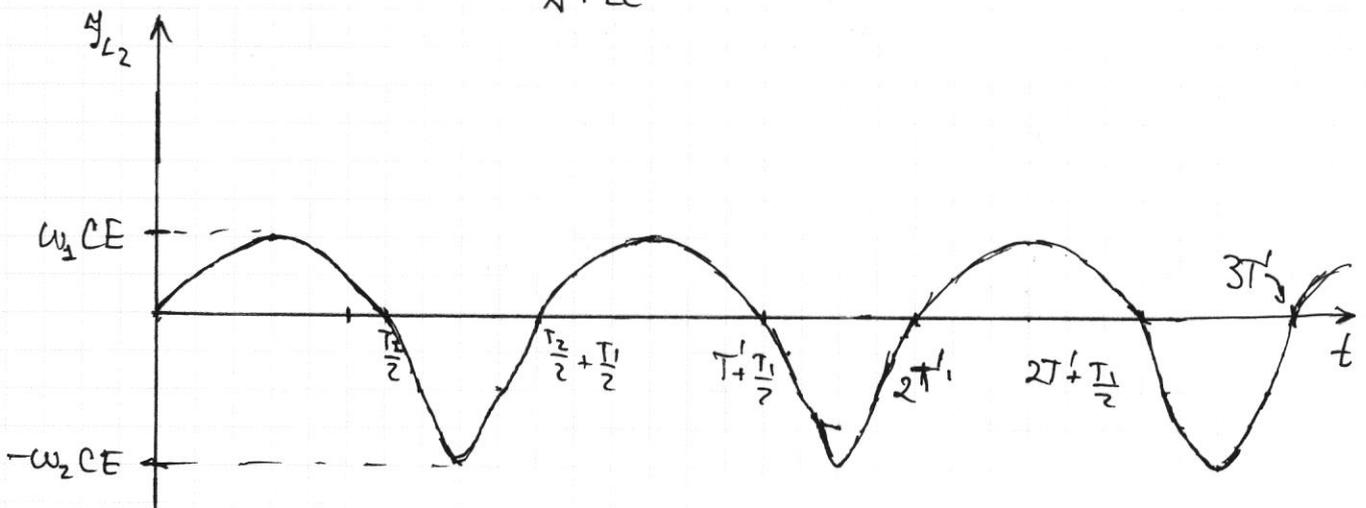


$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + \sqrt{7})$$

$$y_{L_1} \left(\frac{T_1}{2} \right) = q_1 \left(\frac{T_1}{2} \right) = 0 (= CE \cdot \omega_1 \cdot \sin \pi) = 0$$



$$y_{M_2} = \omega_2 CE = \frac{1}{\sqrt{7LC}} CE = E \cdot \sqrt{\frac{C}{7L}} \approx \sqrt{\frac{C}{L}} E \cdot \frac{1}{\sqrt{7}}$$



I_{M2} — максимальный из $|\omega_1 CE|$ и $|\omega_2 CE|$

$$|\omega_1 CE| = \frac{CE}{\sqrt{7LC}}, \quad |\omega_2 CE| = \frac{CE}{\sqrt{3LC}}$$

$$I_{M2} = \frac{CE}{\sqrt{3LC}} \approx E \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

~~Ответ: $(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot \pi \sqrt{LC}$; $\frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\sqrt{7}}{7} E \sqrt{\frac{C}{L}}$; $\frac{\sqrt{3}}{3} E \sqrt{\frac{C}{L}}$.~~

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

$$\sqrt{7} \approx 2,72$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}} \approx 0,36$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,58$$

$$3,45 \cdot 3,14 \approx 10,1$$

$$\begin{array}{r} 3,4 \\ \times 3,14 \\ \hline 102 \end{array}$$

2,8

~~8(2+0,7)~~

4 + 4,08 + 0,45

8,53

~~4 + 4,08 + 0,45~~

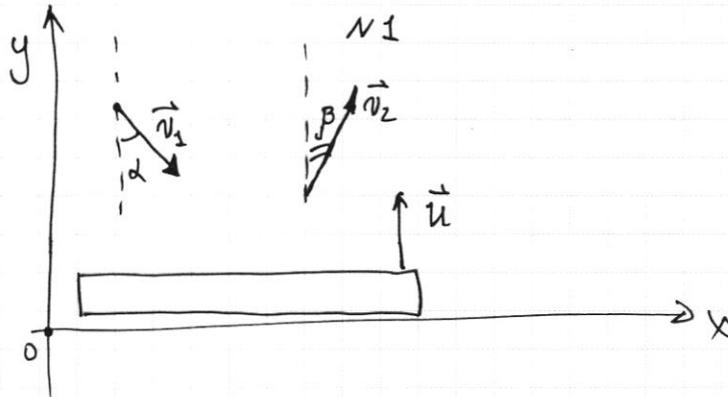
~~8,53~~

$$\begin{array}{r} 10000 \overline{) 272} \\ \underline{272} \\ 0 \end{array}$$

$$10000 \overline{) 173}$$

Ответ: $3,45 \cdot \pi \sqrt{LC}$; $10,1 \sqrt{LC}$; $0,36 E \sqrt{\frac{C}{L}}$; $0,58 E \sqrt{\frac{C}{L}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



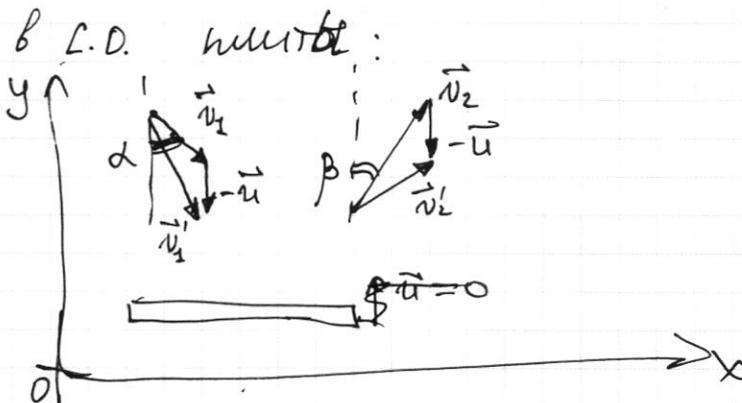
$$\mu = 0 \Rightarrow F_{тр.} = 0 \rightarrow P_{тр.} = \langle F_{тр}(t) \rangle \cdot T = 0, \quad P_{mg} = 0$$

↓
для шарика $P_{ш. x} = \text{const}$

$$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \text{ м/с} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 18 \text{ м/с}$$

В с.о. нитка массивная \Rightarrow после удара \vec{u} не изменилась



$$\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 - \vec{u}$$

$$\vec{v}'_2 = \vec{v}_2 - \vec{u}$$

оу: $m(-v_1 \cos \alpha - u) = P_{1y}$ $m(-v_1 \cos \alpha - u) = P_{2y}$
 $m(u)$ $m(v_2 \cos \beta - u) = P_{2y}$

удар неупругий $\Rightarrow K_{ц.1} < K_{ц.2}$ В с.о. плиты

$$K_{ц} = K = m \frac{v^2}{2}$$

\downarrow

$$v_1^2 > v_2^2$$

$$v_{1x}^2 + v_{1y}^2 > v_{2x}^2 + v_{2y}^2$$

$$v_{1x} = v_{2x}$$

$$v_{1y}^2 > v_{2y}^2$$

\downarrow

$$|v_{1y}| > |v_{2y}|$$

$$v_1 \cos \alpha + u > v_2 \cos \beta - u$$

$$u > \frac{1}{2} (v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha)$$

$$u > \frac{1}{2} (18 \text{ м/с} \cdot \cos \beta - 12 \text{ м/с} \cdot \cos \alpha)$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$u > \frac{1}{2} \cdot 6 \left(3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 2 \right)$$

$$u > \frac{1}{2} \cdot \left(18 \text{ м/с} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 12 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

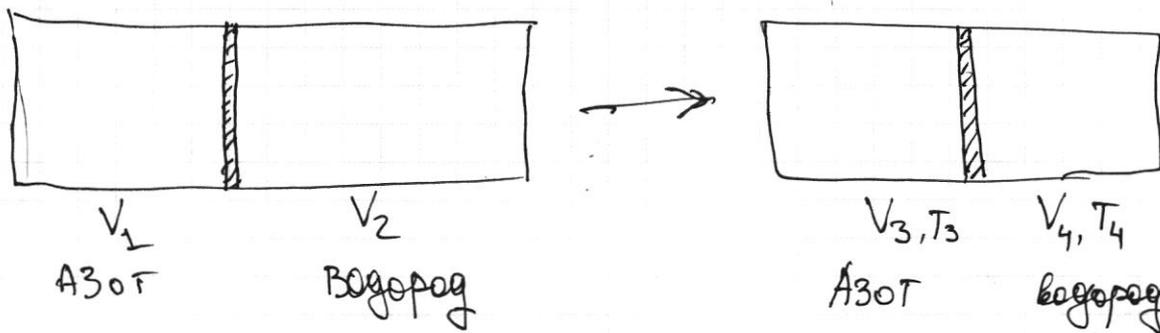
$$u > 3 \text{ м/с} \cdot (2\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$u > 3 \cdot (2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \text{ м/с}$$

Ответ: 18 м/с ; $u > 3(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \text{ м/с}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



поршень движется медленно, $F_{тр.} = 0$, $\Rightarrow \Delta p_{поршня} = 0$
 $F_{тр.} = 0$

~~$p_{10} = p_{20} = p_0$ - давление газов~~

$p_1 = p_2 = p$ - давление газов в процессе равновесия

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1 \quad (1)$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 R T_2 \quad (2)$$

Решим (1) и (2) ($p_{10} = p_{20} = p_0$)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{\nu_2 R T_2}, \quad \nu_1 = \nu_2 = \nu$$

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{550 \text{ K}}{350 \text{ K}} = \frac{11}{7} \approx 1,57 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{7} \approx 1,57$$

~~Для установившегося процесса:~~

$$W = \text{const}$$

$$Q_{\text{внеш.}} = 0, \quad \nu_{\text{Водород}} = \nu_{\text{Азот}}$$

$$\text{т.к. } \Delta V_1 = -\Delta V_2, \quad p_1 = p_2$$

$$\frac{5}{2} \nu R T_2 + \frac{5}{2} \nu R T_1 = W$$

~~Для установившегося~~

к моменту установившегося равновесия: $T_3 = T_4 = T$

$$\frac{3}{2}DR T_2 = W = \frac{5}{2}DR T + \frac{5}{2}DR T = 4DR T = 5DR T$$

$$W = 4DR T = \frac{5}{2}DR T_2 + \frac{5}{2}DR T_1$$

$$T = \frac{1,5T_2 + 2,5T_1}{4} = \frac{1,5 \cdot 550^\circ\text{K} + 2,5 \cdot 350^\circ\text{K}}{4}$$

~~$$T = \frac{550^\circ\text{K} + 275^\circ\text{K} + 700^\circ\text{K} + 175^\circ\text{K}}{4} = \frac{1700^\circ\text{K}}{4} = 425^\circ\text{K}$$~~

~~$W_{\text{азота}} =$~~

~~$W_{\text{водорода}} =$~~

$$T = \frac{\frac{5}{2}DR T_2 + \frac{5}{2}DR T_1}{5DR} = \frac{T_2 + T_1}{2} = 450^\circ\text{K}$$

$$Q_{\text{внеш.}} = 0, \quad U_{\text{азота}} + U_{\text{водорода}} + A_{\text{азота}} + A_{\text{водорода}} = 0$$

~~$$p = \text{const} \Rightarrow C_1 = C_2 = C_p = \frac{7}{2}R$$~~

~~$$\Delta W_{1 \rightarrow 2} = C_p \cdot \nu \cdot (T_2 - T_1) = \frac{7R}{2} \cdot \frac{6}{7} \text{ моля} \cdot 100^\circ\text{K}$$~~

$$\delta Q = \delta U + \delta A \quad - \text{I 3-й термодинамический закон}$$

$$Q = \Delta U + \delta A$$

$$p_1 = p_2 = p = \text{const}$$

$$A = p \cdot \Delta V$$

V_0 - объем сосуда

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}, \quad V_1 + V_2 = V_0$$

~~$$A_{\text{тепла азота}} = p \cdot (V_3 - V_2)$$~~

$$V_3 = V_4 \quad (D_1 = D_2, \quad T_3 = T_4, \quad p_1 = p_2)$$

$$\downarrow$$

$$V_3 = V_4 = \frac{V_0}{2}, \quad V_1 = \frac{7}{18} V_0, \quad V_2 = \frac{11}{18} V_0$$

~~$$A_{\text{азота}} = p \cdot \frac{V_0}{9} = \frac{pV_0}{9} = \frac{pDR T_2}{9}$$~~

$$p = \frac{DR T_2}{\frac{11V_0}{18}} \Rightarrow A_{\text{азота}} = DR(T_2 - T_3)$$

$$A_{\text{азота}} = DR \cdot 100^\circ\text{K}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|Q| = |\Delta U + A|$$

$$|Q| = \left| \frac{3DR}{2} \cdot (T_3 - T_2) + DR(T_2 - T_3) \right|$$

$$|Q| = \frac{3DR}{2} (T_2 - T_3) = 45 \cdot DR \cdot 100^\circ\text{K}$$

$$|Q| = \left(\frac{2}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 \right) \text{ Дж} \approx$$

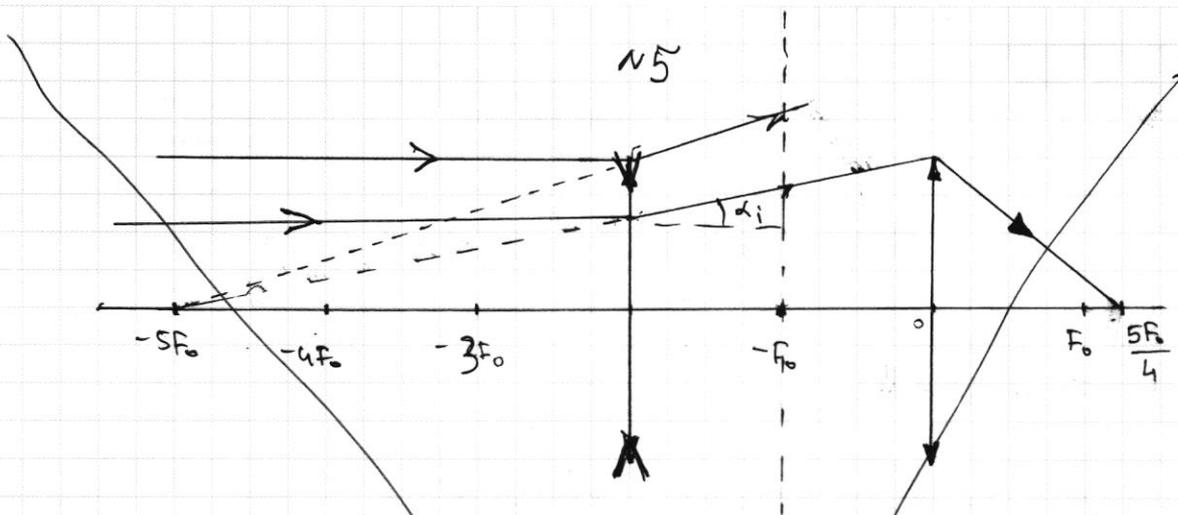
$$\frac{6}{7} \cdot 8,31 = 7,14857$$

$$7,14857 \cdot 100 = 714,857$$

$$\approx 715$$

$$|Q| = 1070 \text{ Дж} = 1,07 \text{ кДж}$$

Ответ: $0,64 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$; 450°K ; $1,07 \text{ кДж}$.



$$\frac{1}{5F_0} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F_0}$$

$$a = \frac{5F_0}{4}$$

$$l = \frac{5F_0}{4} = 1,25F_0$$

$D \ll F_0$
 $l \ll 1$
 $F_0 \ll 1$
 $d_i \ll 1$

$$S_M = \pi R^2$$

$$\frac{J_1}{J_0} = \left(1 - \frac{S_M}{S_1}\right)$$

S_1 - площадь сечения
 светового пучка лучей в плоскости,
 в которой движется линза

$$S_1 = \pi \cdot \left(\frac{4 \cdot D}{5}\right)^2 = \frac{16\pi D^2}{25}$$

$$S_M = S_1 \cdot \left(1 - \frac{J_1}{J_0}\right) = \frac{4}{9} S_1$$

$$\pi R^2 = \frac{16\pi D^2}{25} \cdot \frac{4}{9}$$

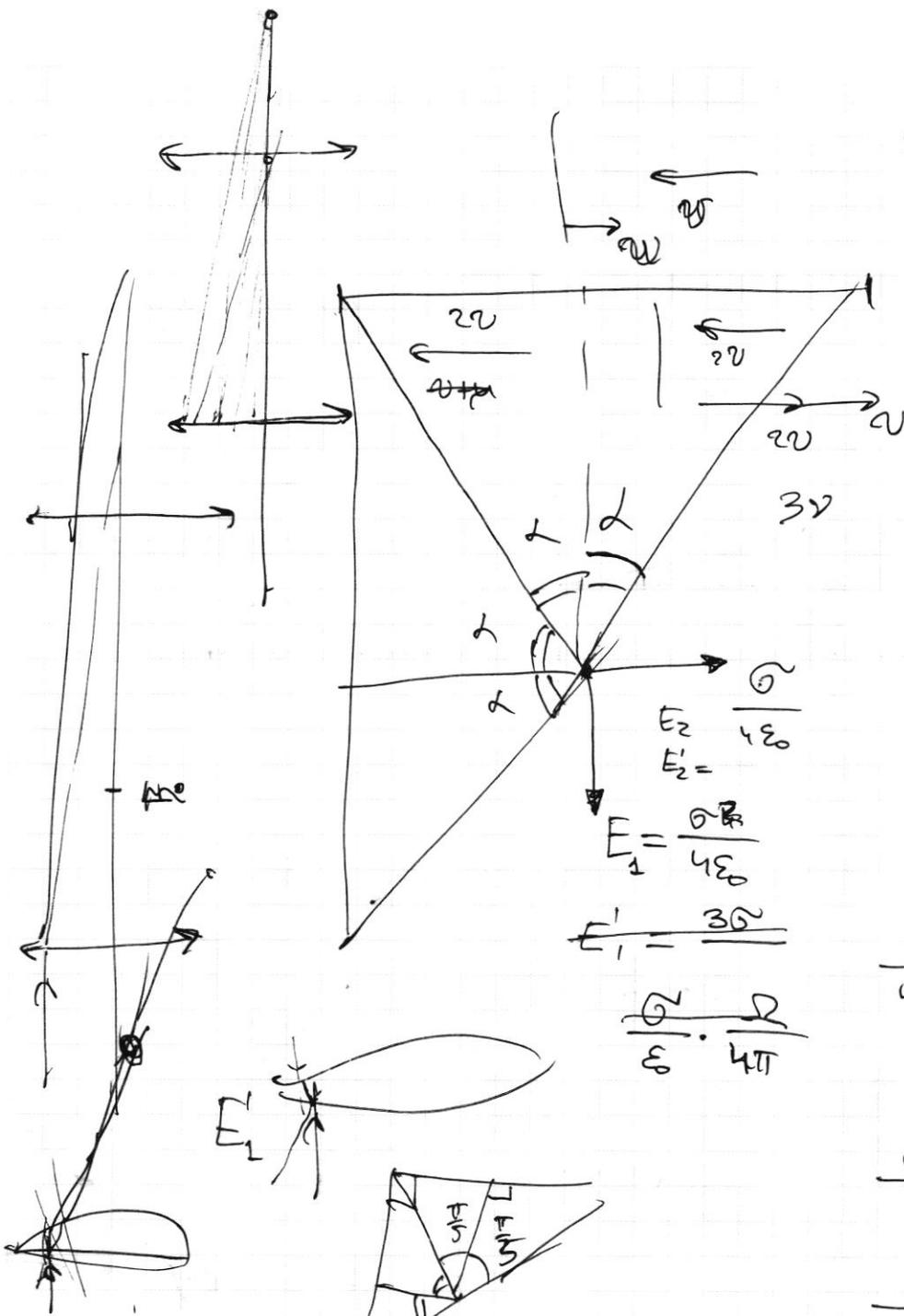
$$R = \frac{8}{15} D$$

$$2) \quad v = \frac{2R}{T_0} = \frac{16D}{15T_0} \approx 1,06 \frac{D}{T_0}$$

$$3) \quad t_1 - T_0 = \dots$$

детектор находится на расстоянии F_0 от Λ_2 .
(в фокусе Λ_2)

Ответ: F_0 ; $0,44 \frac{2}{L_0}$; $1,5 L_0$.



$$\frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100$$

$$\begin{array}{r} 60000 \quad | \quad 7 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \end{array} \quad 0,857$$

$$0,8 \cdot 5,31$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 857 \\ \hline 5817 \\ 15 \end{array}$$

$$\frac{\sigma}{4\epsilon_0} \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \Omega$$

$$\Omega = 4\pi \cdot \frac{1}{4}$$

$$\frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$\frac{3\sigma}{4\pi\epsilon_0} = \frac{6\sigma}{5\epsilon_0}$$

$$\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(2 \cdot \frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sigma}{10\epsilon_0}$$

$$\sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + 1} \cdot \frac{\sigma}{10\epsilon_0}$$

$$\frac{3\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi}{5} = \frac{3\sigma}{5\epsilon_0}$$

$$\frac{6\sigma}{5\epsilon_0} - \frac{3\sigma}{5\epsilon_0} = \frac{3\sigma}{5\epsilon_0}$$

