

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

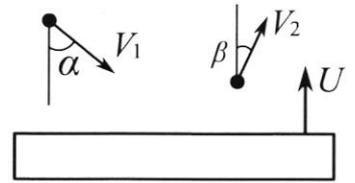
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 12$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

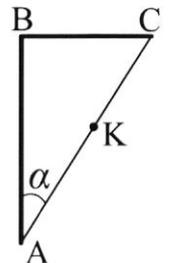


- 1) Найти скорость  $V_2$ .
  - 2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве  $\nu = 6/7$  моль. Начальная температура водорода  $T_1 = 350$  К, а азота  $T_2 = 550$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

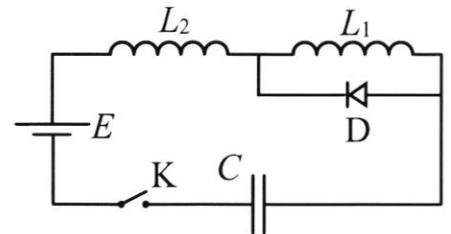
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



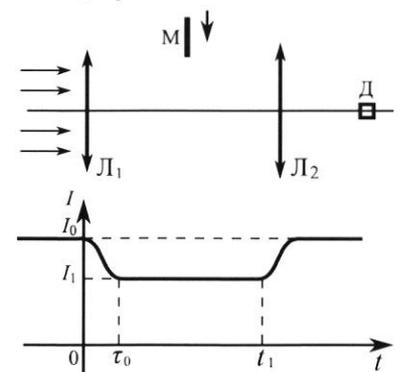
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 3\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/5$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .



- 1) Найти период  $T$  этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
- 3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $3F_0$  и  $F_0$ , соответственно. Расстояние между линзами  $2F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 5I_0/9$ .



- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
- 2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

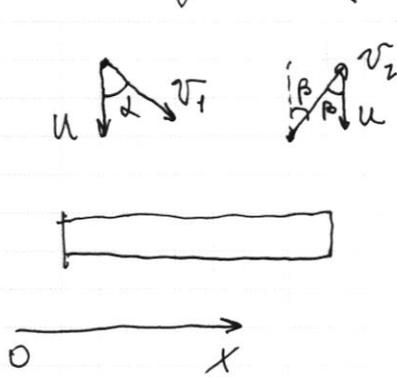
Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:  $v_1 = 12 \frac{м}{с}$   
 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$   
 $\sin \beta = \frac{1}{3}$

перейдём в СО плиты, т.к. плита движется с постоянной скоростью, то система инерциальна, а т.к. удар происходит за шире враще, то она замкнута.



На ось  $x$  не действуют никакие силы, тогда запишем ЗСИ на  $Ox$ :

ЗСИ на  $Ox$ :

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} v_1 = 18 \frac{м}{с}$$

теперь по теор. косинусов найдем скорость до и после удара <sup>в СО плиты</sup>  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

до удара:  $v_{1H}^2 = v_1^2 + u^2 - 2 \cos \alpha v_1 u$

после удара:  $v_{2H}^2 = v_2^2 + u^2 - 2 \cos \beta v_2 u$

т.к. удар неупругий, то  $Q > 0$ ,  $\ominus$

по ЗСЭ:  $Q = \frac{m v_{1H}^2}{2} - \frac{m v_{2H}^2}{2} > 0$

$$\frac{m v_{1H}^2}{2} - \frac{m v_{2H}^2}{2} > 0$$

$$v_1^2 + u^2 - 2 \cos \alpha v_1 u - v_2^2 - u^2 + 2 \cos \beta v_2 u > 0$$

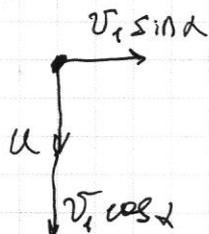
отсюда  $u < \frac{v_1^2 - v_2^2}{2(v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta)}$

$$u < \frac{144 - 180 - 324}{2(12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3})} = \frac{-180}{2(6\sqrt{3} - 12\sqrt{2})} = \frac{90}{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}$$

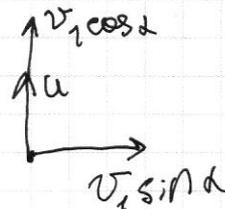
Ответ:  $v_2 \geq 18 \frac{m}{c}$ ,  $u < \frac{90}{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}} \frac{m}{c}$

И теперь оценим снизу. В крайнем случае, при упругом ударе скорость шарика должна быть больше  $18 \frac{m}{c}$  после удара.

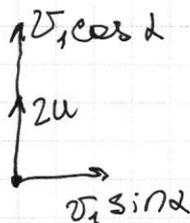
до удара:



после:



в СО Земли:



$$v_2^2 < (2u + v_1 \cos \alpha)^2 + v_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$v_2^2 < 4u^2 + 4u v_1 \cos \alpha + v_1^2 \cos^2 \alpha + v_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$4u^2 + 4u v_1 \cos \alpha + v_1^2 - v_2^2 > 0$$

$$4u^2 + 4u \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 144 - 324 > 0$$

$$u^2 + 6\sqrt{3}u - 45 > 0$$

$$u \geq \frac{-6\sqrt{3} + \sqrt{108 + 180}}{2} = \frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

Ответ:  $v_2 = 18 \frac{m}{c}$

$$6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} < u < \frac{90}{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}} \left(\frac{m}{c}\right)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Дано:

$$J = \frac{6}{7} \text{ моль}$$

$$U_H = U_N$$

$$T_1 = 350 \text{ К}$$

$$T_2 = 550 \text{ К}$$

$$c_V = \frac{5}{2} R$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

В максимальный момент  $P_H = P_N$ , тогда по уравнению Менделеева - Клапейрона:

$$P_N V_N = \nu R T_2 \quad P_H V_H = \nu R T_1$$

$$\frac{P_N V_N}{P_H V_H} = \frac{\nu R T_2}{\nu R T_1} \quad \frac{V_N}{V_H} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{550}{350} = \frac{11}{7}$$

Рассмотрим короткий отрезок времени, т.к. поршень движется медленно, то  $P_H = P_N$ , тогда  $A_N = -P_N \cdot \Delta V$ ,  $A_H = P_H \Delta V$ ,

тогда  $A_N + A_H = 0$ , значит работа газов при установившемся температурой = 0.

Потому что:  $E_1 = \frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2$ ,  $i = \frac{5}{2}$  из условия  $c_V = \frac{5}{2}$ .

$$E_2 = \frac{5}{2} \nu R T_{\text{обш}} + \frac{5}{2} \nu R T_{\text{обш}} = 5 \nu R T_{\text{обш}}$$

$$E_1 = E_2, \text{ тогда } \frac{5}{2} \nu R (T_1 + T_2) = 5 \nu R T_{\text{обш}}$$

$$T_{\text{обш}} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \underline{\underline{450 \text{ К}}}$$

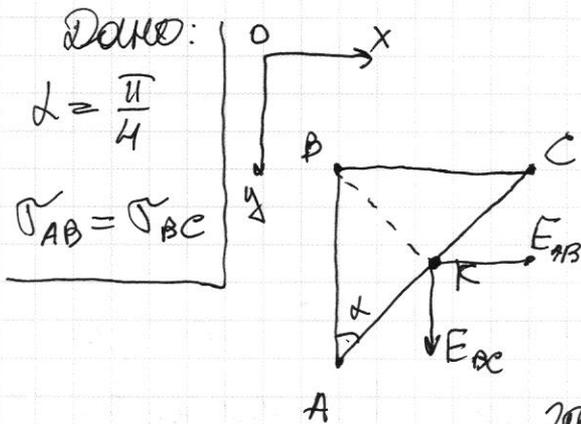
Посчитаем максимальную и конечную <sup>внутр. энергию</sup> температуры азота. Ик разницу он передаст водороду.

$$E_{N1} = \frac{5}{2} \nu R T_2; \quad E_{N2} = \frac{5}{2} \nu R T_{\text{обш}}$$

$$\Delta E = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_{\text{обш}}) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 = \underline{\underline{1780,7 \text{ Дж}}}$$

ответ:  $\frac{V_N}{V_H} = \frac{11}{7}$ ;  $T_{\text{обш}} = 450 \text{ К}$ ;  $\Delta E = 1780,7 \text{ Дж}$

$\sqrt{3}$  (пункт 1)



т.к.  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , то  $AB = BC$ .

рассмотрим напряженность от BC, она направлена вдоль  $Oy$ , т.к. части по  $Ox$  компенсируются симметричными частями пластины.

Напряженность от AB:  $|\vec{E}_{AB}| = |\vec{E}_{BC}|$ , т.к.

AB и BC симметричны относительно BK.

но  $E_{AB}$  направлено вдоль  $Ox$ , тогда новая

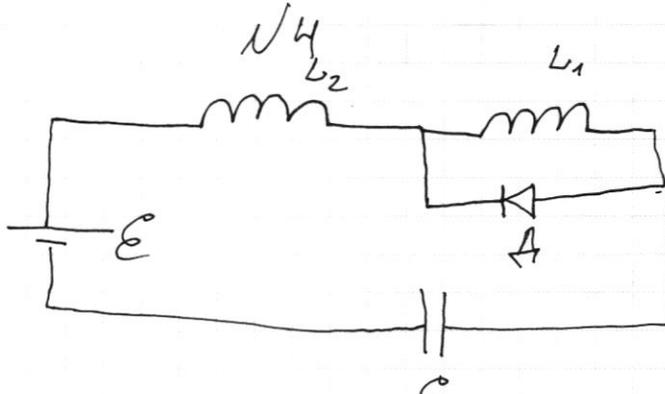
напряженность:  $E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{2} E_{BC}$

$$\frac{E}{E_{BC}} = \sqrt{2}$$

ответ:  $\frac{E}{E_{BC}} = \sqrt{2}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:  
 $L_1 = 4L$   
 $L_2 = 3L$   
 $\mathcal{E}, C$



Узнаем, как ток идёт в системе

$\mathcal{E} - L_2 - L_1 - C$ , но после того, как ток сменит направление, он будет колебаться в системе  $\mathcal{E} - C - L_2$ , через  $L_1$  ток не будет идти, т.к. он идёт через диод.

Полная период колебаний  $L_1$  — сумма полупериодов колебаний систем  $\mathcal{E} - L_1 - L_2 - C$  и  $\mathcal{E} - C - L_2$ .

$$T_{L_1} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

где  $\mathcal{E} - L_1 - L_2 - C$ :  $T_1 = 2\pi \sqrt{7LC}$

где  $\mathcal{E} - C - L_2$ :  $T_2 = 2\pi \sqrt{3LC}$

$$T_{L_1} = \frac{2\pi\sqrt{LC}(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{2} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{7} + \sqrt{3})$$

Эта  $I_{m1}$  будет в системе  $\mathcal{E} - L_2 - L_1 - C$ :

запишем ЗСЭ:  $\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{3LI_{m1}^2}{2} + \frac{4LI_{m1}^2}{2}$

$$I_{m1} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

№4 (прод.)

$I_{m2}$  будет в системе  $E-C-L_2$ :

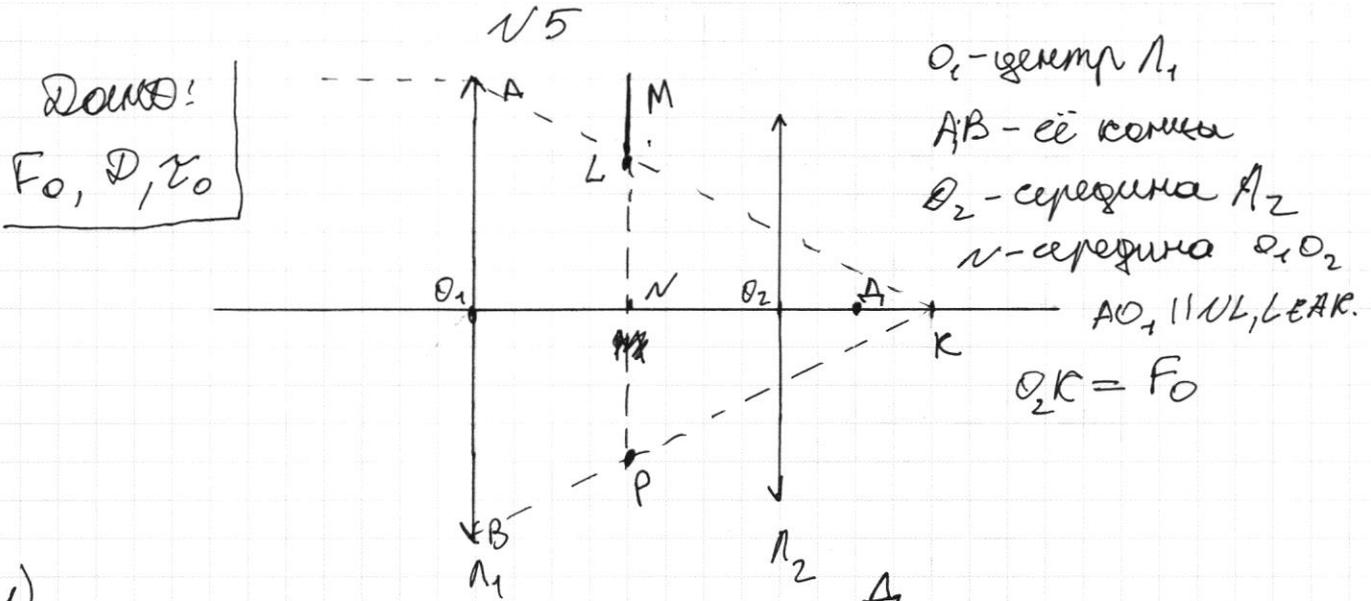
$$3C \Rightarrow \frac{CE^2}{Z} = \frac{3LI_{m2}^2}{Z} \quad I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$\text{Ответ: } T_{L1} = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$$

$$I_{m1} = E \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

$$I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) пусть луч обратный - из  $A$  под всеми направлениями, чтобы из  $L_1$  они вышли параллельными пучком после прохождения  $L_2$ , продолжение лучей должны пройти через фокус  $L_1$ , он же фокус  $L_2$  (они совпадают в т.к.)

тогда по формуле тонкой линзы для  $L_2$ :

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \quad \frac{1}{d} = \frac{2}{F_0} \quad d = \frac{F_0}{2} = \frac{O_2A}{2}$$

2) найдем  $LP$ :  $\triangle ABK \sim \triangle LPK$

$$\frac{AB}{LP} = \frac{O_1K}{LK} \quad \frac{D}{LP} = \frac{3F_0}{2F_0} \quad LP = \frac{2}{3}D$$

т.к.  $I_1 = \frac{5}{9}I_0$ , то из-за  $M$  теряется  $\frac{4}{9}I_0$ , значит

$$S_M - \text{площадь } M, \quad S_M = \frac{4}{9}LP = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3}D = \frac{8}{27}D$$

за  $\tau_0$   $M$  полностью вышло в  $LP$ , т.е. проехала  $S_M$ , тогда  $T = \frac{S_M}{\tau_0} = \frac{8D}{27\tau_0}$

3) за  $t_1$  М полностью преодолет  $LP$  и полетит из него вылетать, т.е. ток машины возрастает.

$$v \cdot t_1 = LP \quad \frac{8D}{27v_0} \cdot t_1 = \frac{2}{3} D$$

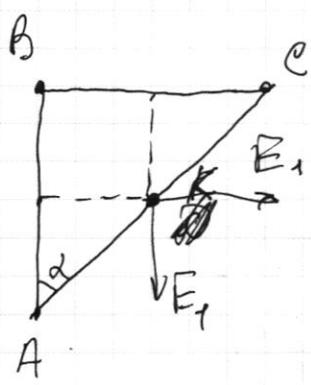
$$t_1 = \frac{2 \cdot 27}{3 \cdot 8} v_0 = \frac{9}{4} v_0$$

Ответ:  $O_2 A_1 = \frac{F_0}{2}$

$$v = \frac{8D}{27v_0}$$

$$t_1 = \frac{9}{4} v_0$$

N3

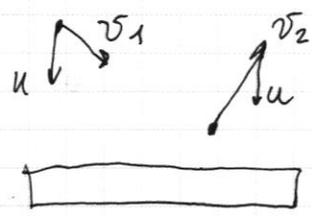


$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

AK sind  
AK cos alpha.



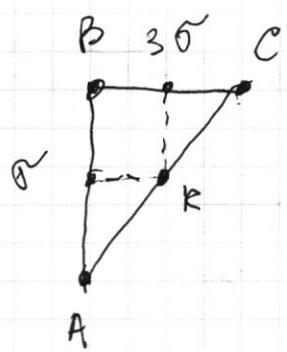
$$2u + v_1 \cos \alpha$$



$$E_1 \quad \sqrt{2} E_1$$

(\sqrt{2})

$$\frac{180}{5} = 36^\circ$$



$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

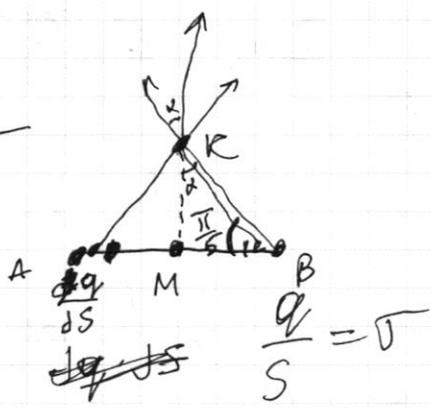
$$\frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$u = 6\sqrt{10} - 6\sqrt{3}$$

$$u > 6(\sqrt{10} - \sqrt{3})$$

$$\frac{kq}{r^2}$$

$$\frac{288}{144} \Big| \frac{2}{12\sqrt{2}}$$



$$r^2 = \frac{rM^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$4u^2 + 4uv_1 \cos \alpha + v_1^2 - v_2^2 > 0$$

$$4u^2 + 4u \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 144 - 324 > 0$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{8^3}{7} \cdot 831$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 12465 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12465 \Big| 7 \\ - 7 \\ \hline 54 \\ - 49 \\ \hline 56 \\ - 56 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$4u^2 + 24\sqrt{3}u - 180 > 0$$

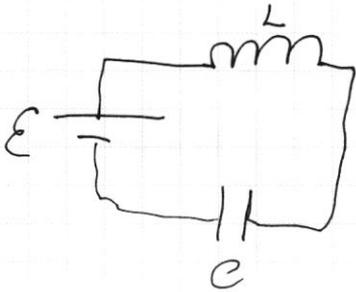
$$u^2 + 6\sqrt{3}u - 45 > 0$$

$$u = \frac{-6\sqrt{3} + \sqrt{180 + 180}}{2}$$

$$(2u + v_1 \cos \alpha)^2 + (v_1 \sin \alpha)^2 > v_2^2$$

$$4u^2 + 4uv_1 \cos \alpha + v_1^2 \cos^2 \alpha + v_1^2 \sin^2 \alpha > v_2^2$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$T_1 = 2\pi\sqrt{7LC}$$

$$\frac{T_1}{2} = \pi\sqrt{7LC}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{3LC}$$

$$\frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{3LC}$$

$$q(t) = A \sin(\omega t) \quad A = CE$$

$$I(t) = A\omega \cos(\omega t)$$

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \quad I_m = E\sqrt{\frac{C}{L}}$$

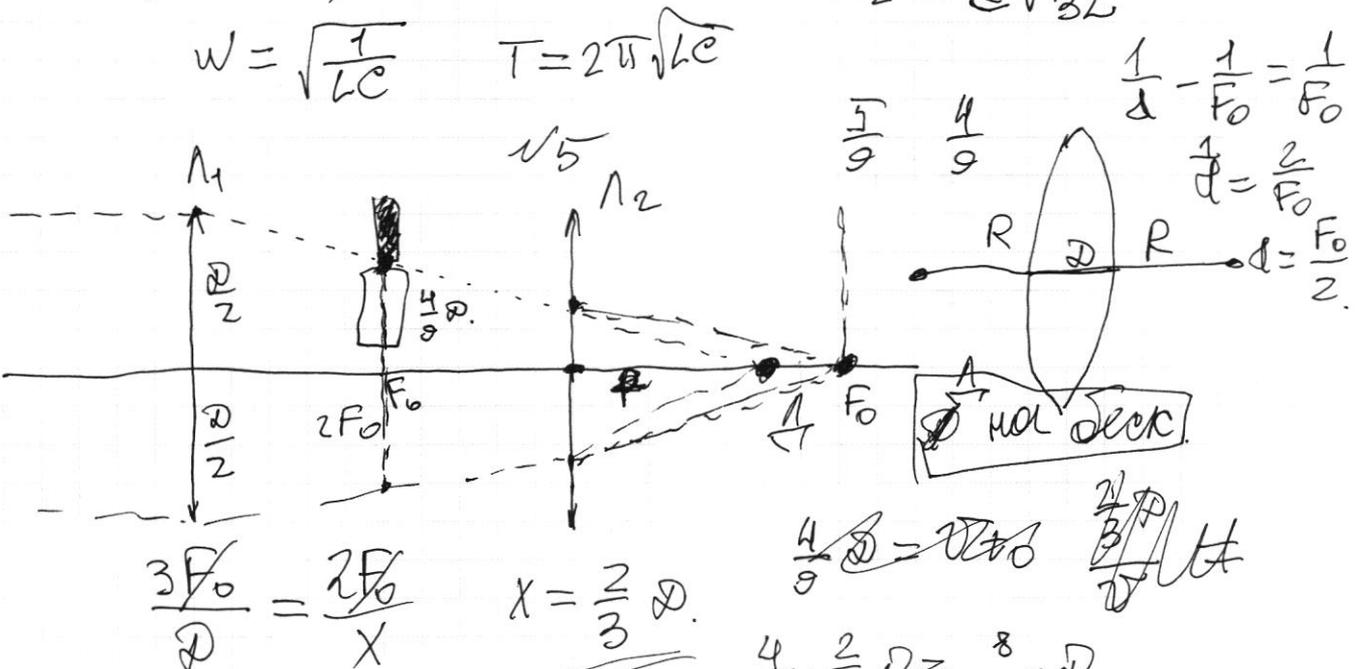
$$CE \cdot \omega = E\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{7} + \sqrt{3})$$

$$I_{m1} = E\sqrt{\frac{C}{7L}}$$

$$I_{m2} = E\sqrt{\frac{C}{3L}}$$



$$\frac{3F_0}{D} = \frac{2F_0}{X}$$

$$X = \frac{2}{3}D$$

$$\frac{4}{9}D = \frac{8}{27}D$$

$$\frac{8}{27}D = \frac{8}{27}D$$

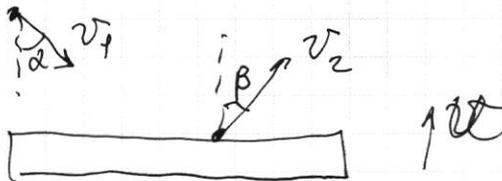
$$v = \frac{8D}{27c_0}$$

$$v \frac{2}{3}D = t_1$$

$$t_1 = \frac{2D \cdot 27c_0}{3 \cdot 8 \cdot 4} = \frac{2}{4}c_0$$

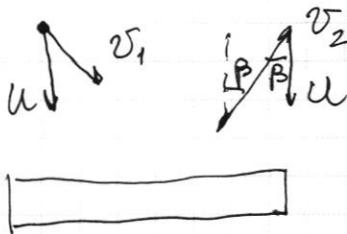
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

11



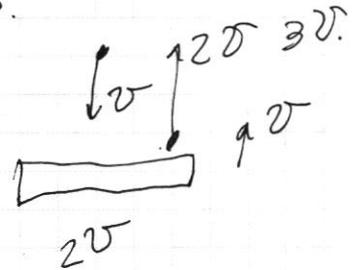
$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3} \quad \cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$



$$v_{1H}^2 = v_1^2 + u^2 - 2 \cos \alpha v_1 u$$

$$v_{2H}^2 = v_2^2 + u^2 - 2 \cos \beta v_2 u$$

$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{m u^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{m u^2}{2}$$

$$\frac{m v_{1H}^2}{2} - \frac{m v_{2H}^2}{2} > 0 \quad \frac{m v_1^2}{2} > \frac{m v_2^2}{2}$$

$$v_{1H}^2 - v_{2H}^2 > 0$$

$$v_1^2 + u^2 - 2 \cos \alpha v_1 u - v_2^2 + u^2 + 2 \cos \beta v_2 u > 0$$

$$v_1^2 - v_2^2 > 2u (v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta)$$

$$u < \frac{v_1^2 - v_2^2}{2(v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta)}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ -144 \\ \hline 180 \end{array}$$

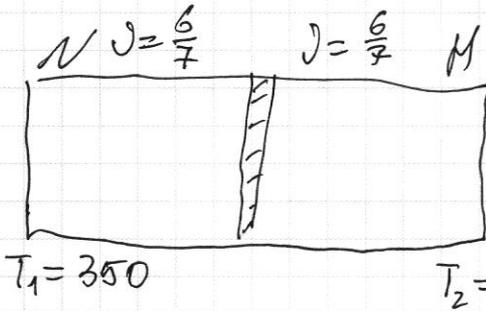
$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$324 - 144 - 324 = -180$$

$$2 \left( 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \right) = 2 \cdot (6\sqrt{3} - 12\sqrt{2})$$

$$u < \frac{90}{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}$$

N2



$$pV_N = \nu RT_N$$

$$pV_M = \nu RT_M$$

$$1) \frac{V_N}{V_M} = \frac{T_N}{T_M}$$

$$T_1 = T_2 \quad V_1 = V_2$$

$$p_1 = p_2 \quad p_M V_{MH} = \nu RT$$

~~Handwritten scribbles~~

$$2) u_1 = \frac{3}{2} \nu RT_1 + \frac{3}{2} \nu RT_2 = \frac{3}{2} \nu R (T_1 + T_2)$$

$$u_2 = \frac{3}{2} \nu RT + \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} \nu RT$$

$$u_1 = u_2 \quad \frac{3}{2} \nu R (T_1 + T_2) = 3 \nu RT$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$Q = C_v \cdot \Delta T$$

~~Handwritten scribbles~~ 3)  $u_N = \frac{3}{2} \nu RT_1$

$$Q = A = i \nu R \Delta T$$

$$u_{MH} = \frac{3}{2} \nu RT$$

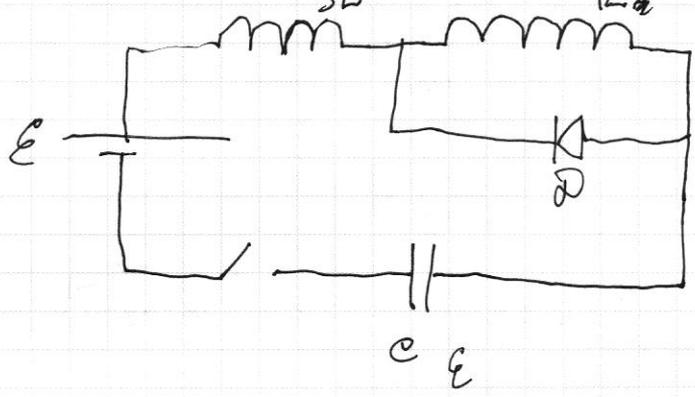
$$\Delta u = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T)$$

$$i \nu R \Delta T = i \nu R \Delta T$$

$$i = \frac{C_v}{R} = \frac{5}{2}$$

NH.

$L_1 = 4L$   $L_2 = 3L$   $\epsilon, C, D$



$I_{max} \rightarrow u_c = \epsilon$

$$W_c = \frac{C \epsilon^2}{2}$$

$$W_L = \frac{4L I^2}{2} + \frac{3L I^2}{2}$$

