$\frac{3 \cdot 2{,}2}{10} =$

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

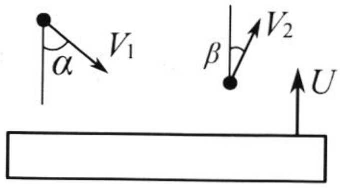
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \frac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \frac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

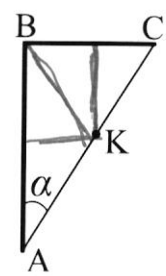
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

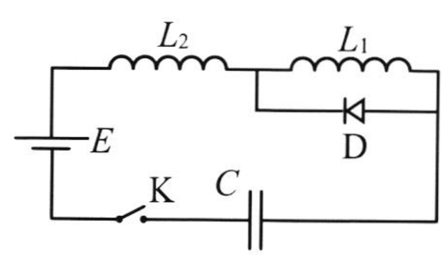
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

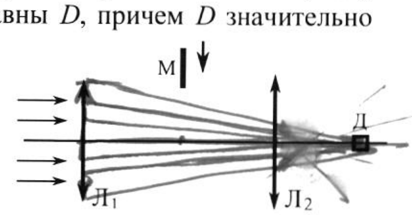


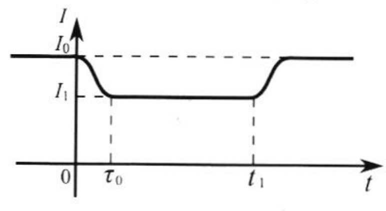
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

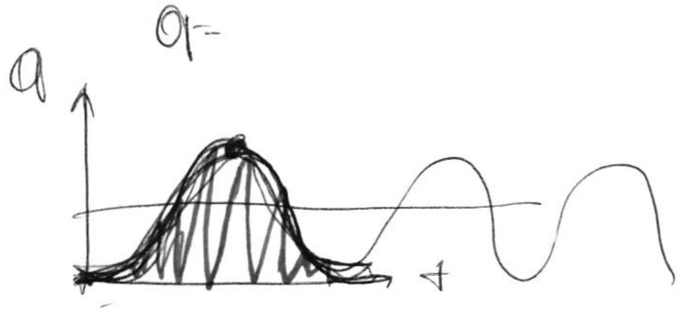
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

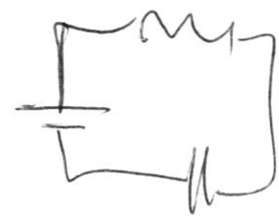
$-\frac{1}{f_0} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f_0}$

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{L\dot{q}^2}{2} = Eq$$
$$> 0$$

$q =$



$\sqrt{LC}$



$m\ddot{x} = kx$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L$$
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$E = \frac{\sigma \cancel{L} dx}{2\pi R \cancel{L} \varepsilon_0} = \frac{\sigma dx}{2\pi R \varepsilon_0}$$

$$\int \frac{\sigma dx}{2\pi\sqrt{x^2+h^2}\,\varepsilon_0} \cdot \frac{h}{\sqrt{x^2+h^2}} = \frac{\sigma h}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{x^2+h^2} =$$

$$= \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{\left(\frac{dx}{h}\right)}{\left(\frac{x}{h}\right)^2+1} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\arctan\left(\frac{x}{h}\right) + C$$

$\frac{4D}{9\varepsilon_0} = V$

$1 - \frac{9}{4}\frac{d^2}{D^2} = \frac{4}{9}$

$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$ $\frac{q}{9}$

$\frac{4}{9} = \frac{9}{4}\frac{d^2}{D^2}$ q $\frac{q}{6} = \frac{q}{9}$

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 D^2 - d^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 D^2} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{9}{4}\frac{d^2}{D^2}$$

$d = \frac{4}{9}D$

$q = A\cos(\omega t + \varphi) + B$

1) $\ddot{q}L = \mathcal{E}$ (0)

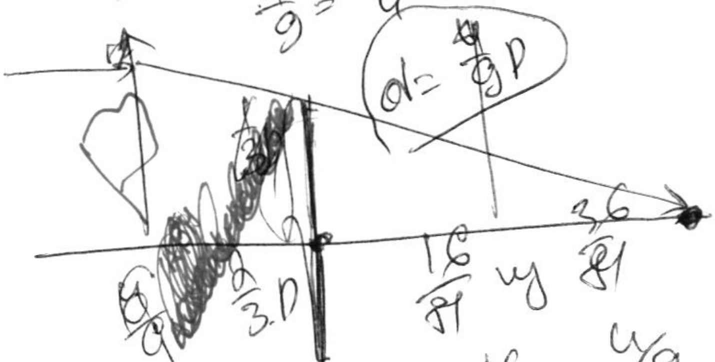
$A\cos(\varphi)\cdot\omega^2 L = \mathcal{E}$

2) $\omega A \sin\varphi = 0$ $\quad A\omega^2 L = \mathcal{E}$

3) $A\cos\varphi + B = 0$ $\quad A/C = \mathcal{E}$

$\underline{A = \mathcal{E}C}$

$A\cos(\omega t + B)$



$$\frac{4D}{9 \cdot V} = C_0 \qquad V = \frac{4}{9}\frac{D}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{2/3\, D}{4D/9\varepsilon_0} = \frac{3}{2}\varepsilon_0$$

$$\frac{16}{36} = 4/9$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

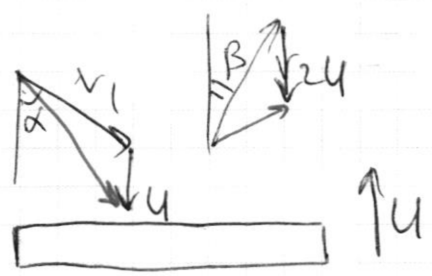
№1

Т.к. плоскость гладкая $v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$ =>

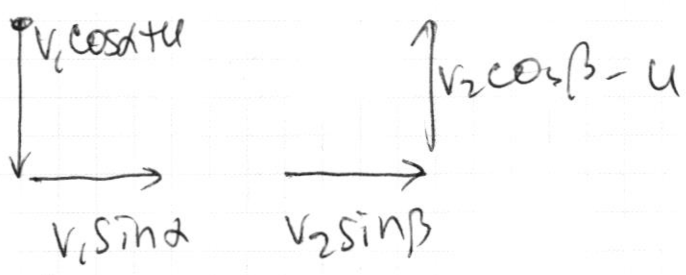
$$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{1/2}{1/3} = \frac{3}{2} v_1 = 18 \frac{м}{с}.$$

Перейдём в СО плиты. Она инерциальная т.к. плита массивная.

→ – скорость в СО плиты



До: После:

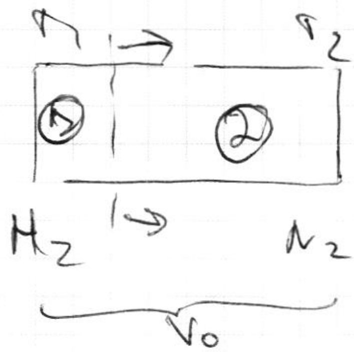


С одной стороны, шарик удаляется от плиты, т.е. $v_2\cos\beta - u \geq 0$; $u \leq v_2\cos\beta = \frac{3}{2} v_1 \cos\beta$.

С другой стороны, $v_2\cos\beta - u \leq v_1\cos\alpha + u$ – иначе не сохраняется ЗСЭ.

$$u \geq \frac{v_2\cos\beta + v_1\cos\alpha}{2}.$$

Ответ: 18 м/с; $[6(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ м/с; $12\sqrt{2}$ м/с$]$



N2

1) $p(H_2) = \frac{\nu R T_1}{V_1} = p(N_2) = \frac{\nu R T_2}{V_2}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{35}{55} = \boxed{\frac{7}{11} = \frac{V(H_2)}{V(N_2)}}$

2) Когда терм. равновесие, температуры равны.
Э это температура T_3.
Тогда по ЗСЭ $\frac{i}{2}(\nu R T_1 + \nu R T_2) = \frac{i}{2}(\nu R T_3 + \nu R T_3)$
$\Rightarrow T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} =$ ~~...~~ 450K

3) По ЗСЭ $p(H_2) \cdot V(H_2) + p(N_2) \cdot V(N_2) = const$.
В любой момент $p(H_2) = p(N_2)$; $V(H_2) + V(N_2) = const \Rightarrow p(H_2) = p(N_2)$ не меняется $\Rightarrow$ процесс изобарный. ~~$A = \Delta\nu RT$~~

$Q^{v} = A + \Delta E = + p\Delta V + \frac{5}{2} p\Delta V = \frac{7}{2} p\Delta V = \frac{7}{2} \cdot \frac{\nu R (T_3 - T_1)}{\frac{1}{2} V_0}$

$\cdot \left(\frac{1}{2} V_0 - \frac{7}{18} V_0\right) = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{9} \cdot 2 \nu R (T_3 - T_1) = \frac{7}{9} \nu R (T_3 - T_1) =$

$= \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 100$ K ~~...~~ 554 Дж

Ответ: 1) $\frac{7}{11}$ 2) 450K 3) ~~...~~ 554 Дж

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

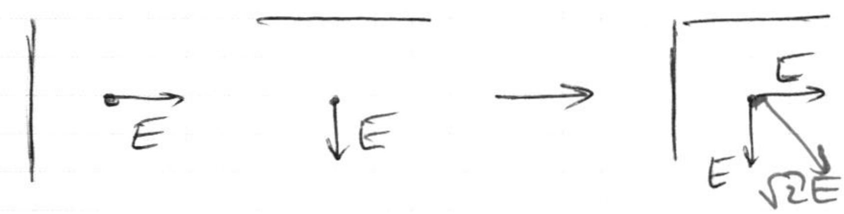
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

1)



Увеличится в $\sqrt{2}$ раз

2)

По т. Гаусса поле нити:

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0};\quad E\cdot 2\pi R L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0};\quad E = \frac{\lambda}{2\pi R\varepsilon_0}.$$

Найдём поле прямоугольной пластины:

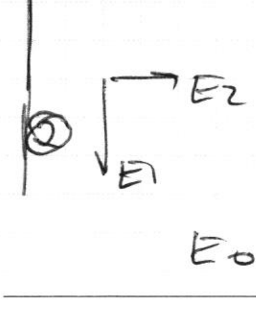
$$E_\perp = \frac{\sigma dx}{2\pi\varepsilon_0\cdot\sqrt{x^2+h^2}}\cdot\frac{h}{\sqrt{x^2+h^2}}$$

$E_\parallel$ взаимоуничтожается

$$E_0 = \int_{-x_0}^{x_0}\frac{\sigma dx\, h}{2\pi\varepsilon_0(x^2+h^2)} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_{-\frac{x_0}{h}}^{\frac{x_0}{h}}\frac{d(x/h)}{\left(\frac{x}{h}\right)^2+1} =$$

$$= \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\arctan\left(\frac{x}{h}\right)\Bigg|_{-x_0}^{x_0} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\cdot 2\alpha = \frac{\sigma\alpha}{\pi\varepsilon_0}$$

$\cancel{\frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\pi}{5} =}$



Для пластины 1:

$$E_1 = \frac{3\sigma\cdot\pi}{5\pi\varepsilon_0} = \frac{3}{5}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Для пластины 2:

$$E_2 = \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}\right) = \frac{3}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_0 = \sqrt{E_1^2+E_2^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{10}\right)^2+\left(\frac{3}{10}\right)^2}\cdot\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{3\sqrt{5}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

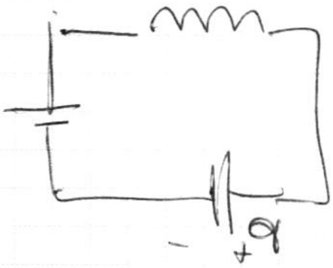
Ответ: 1) увеличится в $\sqrt{2}$ раз ($\simeq 1{,}41$)

2) $\frac{3\sqrt{5}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \simeq 0{,}66\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

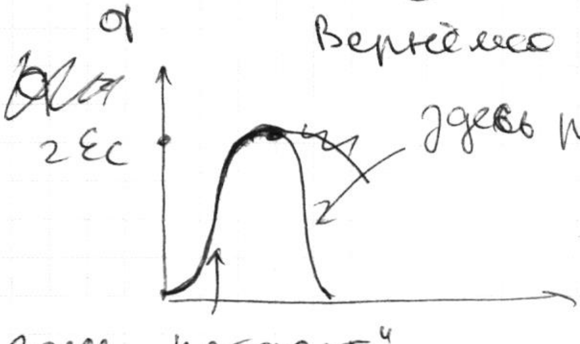
$\forall$ контур катушка - конденсатор - батарейка.



$$\frac{q^2}{2C} + \frac{\dot{q}^2 L}{2} = q\mathcal{E}$$

$$\frac{q}{C} + \ddot{q}L = \mathcal{E} \Rightarrow q = -\mathcal{E}C\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right) + \mathcal{E}C$$

Вернёмся к задаче



здесь работает только катушка L_2,

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$

здесь „работают" обе катушки

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{7LC}} \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$$

$$T_0 = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \pi\sqrt{7LC} + \sqrt{3LC} = (\sqrt{7}+\sqrt{3})\sqrt{LC}\cdot\pi$$

$$I_{M_2} = \dot{q}_{max} = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{L_2 C}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$I_{M_1} = \dot{q}_{max} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{7L}}$$

но только когда $\dot{q} > 0$

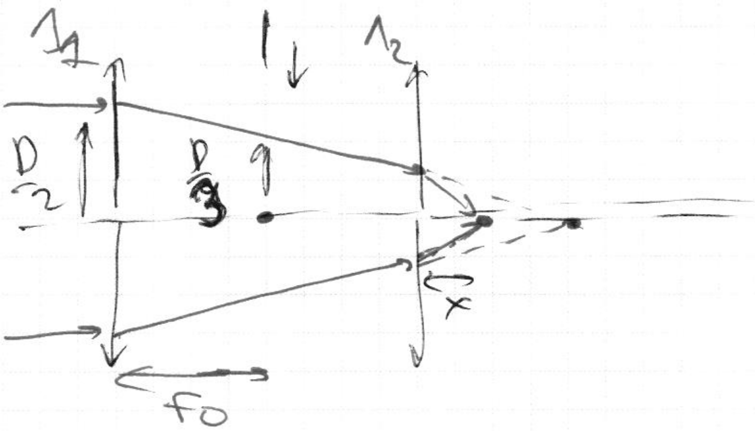
Ответ: 1) $\pi\sqrt{LC}\cdot(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

2) $\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{7L}}$

3) $\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

№5

1) Детектор ~~собирает~~ в фокусе системы.



Если бы не было 2 линзы, свет бы сфокусировался на расстоянии $3F_0$ от $Л_1$. Тогда ф-ла тонкой линзы для $Л_2$: $-\frac{1}{F_0}+\frac{1}{x}=\frac{1}{F_0}$;

$\boxed{x=\frac{F_0}{2}}$ - расстояние между линзой и фотодетектором

∃ диаметр мишени d. Тогда

$$\frac{\pi\left(\frac{D}{3}\right)^2-\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{D}{3}\right)^2}=\frac{I_1}{I_0}=\frac{5}{9}$$

~~$D^2=9d^2$~~ ~~$\boxed{d=\frac{1}{3}D}$~~

Когда мишень опускалась, она не была ос-

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Вешена полностью време τ_0

~~То есть, $\tau_0 = \frac{3D}{v}$. $v = \frac{D}{3\tau_0}$.~~

~~3) $t_1 = \frac{D}{2\cdot v} = \frac{D}{2\cdot \frac{D}{3\tau_0}} = \frac{3\tau_0}{2}$~~

~~Ответ: 1) $\frac{F_0}{2}$ 2) $\frac{D}{3\tau_0}$ 3) $\frac{3\tau_0}{2}$~~

То есть, $\tau_0 = \frac{\frac{4}{9}D}{v} \Rightarrow v = \frac{4}{9}\frac{D}{\tau_0}$

3) $t_1 = \frac{\frac{2}{3}D}{v} = \frac{\frac{2}{3}D}{\frac{4}{9}\frac{D}{\tau_0}} = \frac{3}{2}\tau_0$

Ответ: 1) $\frac{F_0}{2}$ 2) $\frac{4D}{9\tau_0}$ 3) $\frac{3\tau_0}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{1}{\omega C} = \omega L$

$\omega^2 = \frac{1}{LC}$

$E \cdot 2\pi R L = \frac{\lambda \cdot L}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\lambda}{2\pi R \varepsilon_0}$

$\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \int \frac{h\,dx}{x^2+h^2} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \int \frac{d\left(\frac{x}{h}\right)}{\left(\frac{x}{h}\right)^2+1} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \operatorname{arctan}\left(\frac{x}{h}\right)$

было $v_1 \sin\alpha$, $v_1 \cos\alpha + u$

стало $v_2 \cos\beta - u$, $v_2 \sin\beta$, h

$\frac{\sigma\,dx}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{h}{\sqrt{x^2+h^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}}$

1) $v_2 \cos\beta - u \geq 0$

2) $v_2 \cos\beta - u < v_1 \cos\alpha + u$

$\frac{18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{3} = 6(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

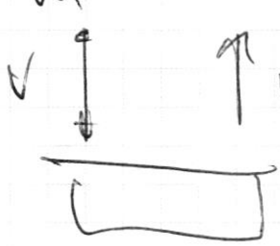
$v_2 \cos\beta > u > \frac{v_2\cos\beta + v_1\cos\alpha}{2}$

$D^2 = \frac{9}{4}d^2 = \frac{5}{9}D^2$

m $\frac{4}{9}D^2 = \frac{9}{4}d^2$

$d = \frac{4}{9}D$

$v \to v'$



$u \to u - \frac{(v+v')m}{M}$

$13\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 2^2$

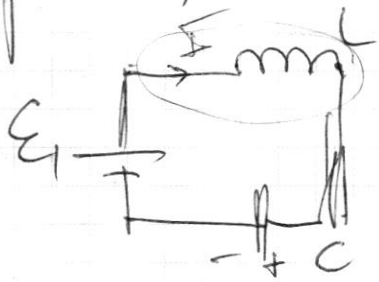
$= \frac{3}{5}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

M, u ~~M~~

$\frac{mv'^2}{2} + M$

$18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2}$

6



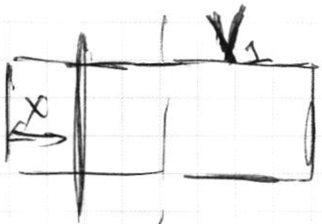
$\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{\varepsilon_0}\right)^2}$

$\frac{3}{5}\sqrt{1+\frac{1}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

$\ddot{q}L + qC = \mathcal{E}$

$q = A\cos(\omega t + \varphi) + B$

$9 \cdot \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$



V_1

$H_2 \quad N_2$

$\Delta E + A = Q^{\downarrow}$

$Q^{\uparrow} =$

$P_1(V_1 + V_2) =$

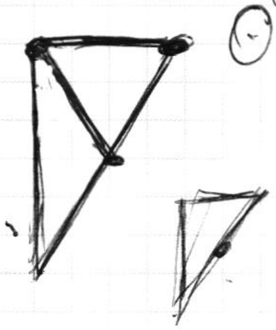
$8{,}31 \cdot 300 = 2493{,}00 = 554$

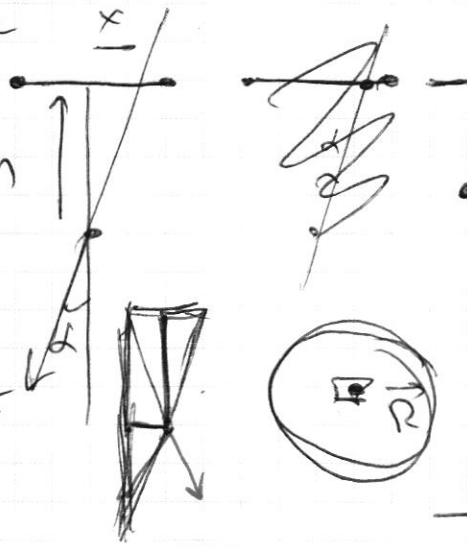
$\frac{7}{100} \cdot \frac{2}{7} \cdot 831 =$

$i = 5$

1662 | 3
15 | 554
16

30





$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\sigma}{S\varepsilon_0}$

$\frac{\sigma L}{2\pi R L \varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\pi R \varepsilon_0}$

$E = \sigma L dx$

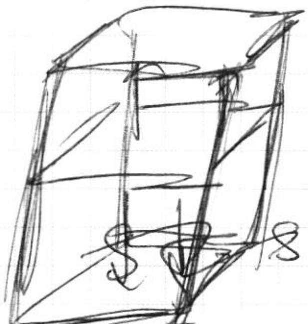
$\frac{q}{\varepsilon_0}$

$2\pi R \cdot X \cdot E =$

$x^2 + h^2 = t$

$x\,dx = \frac{dt}{2}$

$\ln(x^2+h^2)$



$\frac{q}{\varepsilon_0} = \Phi$

$= \frac{\sigma dx\, L}{\varepsilon_0}$

$\frac{S\sigma}{\varepsilon_0} = S \cdot 2 \cdot E$

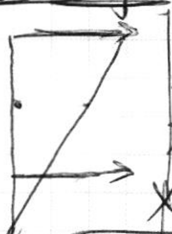
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\int \frac{\sigma dx}{2\pi R \varepsilon_0} \cdot \frac{h}{(\sqrt{x^2+h^2})^3}$

$\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{2}$

$E = \frac{\sigma dx}{2\pi R \varepsilon_0} \int \frac{h\,dx}{x^2+h^2}$

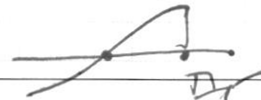
$= \frac{\sigma}{2\pi R\varepsilon_0} \sqrt{x^2+h^2} + C = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{2x}{2\sqrt{x^2+h^2}}$



$\frac{x}{x^2+h^2}$

$\int = \int \frac{dx}{\left(\frac{x}{h}\right)^2 + 1} \rightarrow \arctan\left(\frac{x}{h}\right)$

$\int \frac{\sigma dx}{2\pi\varepsilon_0} \frac{x}{\sqrt{x^2+h^2} \cdot \sqrt{x^2+h^2}} \quad \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \int \frac{x\,dx}{x^2+h^2} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln\left(1 + \frac{x^2}{h^2}\right)$



arctan(